INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC - CGL

Prelims & Mains

STAFF SELECTION COMMISSION

भाग - 4

गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**SSC CGL (COMBINED GRADUATE LEVEL)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **कर्मचारी चयन आयोग (SSC)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**SSC CGL (COMBINED GRADUATE LEVEL)**" भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें /

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

WhatsApp करें - https://wa.link/we22vv

Online Order करें - https://shorturl.at/tDOY8

मूल्य :	**संस्करण : नवीनतम**

क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
	गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)	
1.	संख्या प्रणाली	1
2.	इकाई अंक और भाजकता	6
3.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	29
4.	भिन्न एवं दशमलव	38
5.	सरलीकरण	41
6.	अनुक्रम और श्रृंखला	51
7.	बीजगणित	59
8.	अनुपात-समानुपात	87
9.	प्रतिशतता	94
10.	लाभ और हानि	108
11.	औसत	119
12.	साझा	127
13.	मिश्रण	136
14.	साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	144
15.	चाल, समय और दूरी	161
16.	कार्य और समय	168
17.	क्षेत्रमिति	178
18.	ज्यामिति	201
19.	त्रिकोणमिति	215

20.	डाटा इन्टरप्रिटेशन	229
21.	सांख्यिकी	252
22.	प्रायिकता	269

अध्याय – 3

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

L.C.M. होता क्या हैं ?

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती हैं।

हम लोग गुणनखण्ड़ विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं । तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं ।

जैसे - 10,12,15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जों 10,12,15 से कट जाए।

10
12 → 60
15

60 वह छोटी से छोटी संख्या हैं जो 10,12,15 से कट जाएगी । अतः 60 ही हमारा L.C.M. हैं ।

या

आप दी संख्याओं 10,12,15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखों और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया हैं वो ही L.C.M. हैं जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10,12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दे तो गुणनफल 60 आएगा जो 10,12 से कट जाएगा ।

भाग विधि –

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

LCM = 2×2×3×5 = 60

गुणनखण्ड विधि –

10 = 2 × 5

15 = 3 × 5

20 = 2 × 2 × 5 = 2^2 × 5

LCM = 2^2 × 3 × 5 = 60

Note : अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता हैं ।

महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) (म.स.) :- वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो । अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णत विभाजित हो म.स. कहलाता है ।

उदाहरण- 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ?

(i) भाग विधि -

5)20 (4
20
×

5)30(6
30
×

5)15(3
15
×

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

3	15
5	5
	1

2	20
2	10
5	5
	1

2	30
3	15
5	5
	1

15 = 3 × 5

20 = 2^2 × 5

30 = 2 × 3 × 5

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा ।

(ii) उभयनिष्ठ(Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती है ।

Note :- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजुद होता हैं जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती हैं । अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता हैं ।

दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :- दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं ।

Example :-

1. 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

हल - $\frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$

36, 4800, 150 का LCM= 14400

0.036, 4.8, 0.15 का LCM = $\frac{14400}{1000}$

LCM = 14.4

2. 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

हल - $\frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$

200, 12000, 32 का HCF = 8

अतः 0.20, 12 व 0.032 का HCF = $\frac{8}{1000}$ = 0.008

भिन्नों का ल.स. एवं म.स. –

भिन्नों का LCM = $\frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$

भिन्नों का HCF = $\frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$

अक्षरों का LCM तथा HCF – अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ(Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है।

Example:-

A. $a^3b^5c^8$, $b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?

हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d है तथा इन पर बड़ी से बड़ी घात = a^3, b^{15}, c^8, d^4 है जो LCM होगा।

यहाँ दिए अक्षर a, b, c, d में Common अक्षर b व c पर सबसे छोटी घात वाला अक्षर b^5c^5 है जो HCF होगा।

अंक तथा अक्षरों का ल.स. तथा म.स. – जब अक्षर व अंक एक साथ दिए गए हो तो अंकों का व अक्षरों का अलग-अलग LCM व HCF ज्ञात करके प्रश्न को हल करते हैं।

Example :-

1. $8a^4b^8$, $12a^2b^{12}c^{10}$, $18a^7b^4c^3d^5$ का LCM व HCF ज्ञात करो ?

हल- 8, 12, 18 का ल.स.

2	8, 12, 18
2	4, 6, 9
2	2, 3, 9
3	1, 3, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

ल.स. = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 = 72

a^4b^8, $a^2b^{12}c^{10}$, $a^7b^4c^3d^5$ का LCM = $a^7b^{12}c^{10}d^5$

∴ LCM = 72 $a^7b^{12}c^{10}d^5$

HCF के लिए –

2	8
2	4
2	2
	1

2	12
2	6
3	3
	1

2	18
3	9
3	3
	1

8 = 2 × 2 × 2 = 2^3

12 = 2 × 2 × 3 = 2^2× 3

18 = 2 × 3 × 3 = 2 × 3^2

HCF = 2 (संख्याओं का म.स.)

a^4b^8, $a^2b^{12}c^{10}$, $a^7b^4c^3d^5$ अक्षरों का HCF = a^2b^4

∴ HCF = $2a^2b^4$

घात वाली संख्याओं का ल.स. तथा म.स. – घात वाली संख्याओं का LCM अधिकतम संख्या व बड़ी से बड़ी घात तथा HCF उभयनिष्ठ(Common) संख्या व छोटी से छोटी घात होता है।

Example-

1. $8^7 \times 5^{17} \times 11^5$, $7^9 \times 5^{13} \times 11^{15}$, $13^{12} \times 8^{10} \times 11^7$, $17^{15} \times 6^6 \times 4^8$ का LCM ज्ञात करो ?

हल - $4^8 \times 5^{17} \times 6^6 \times 7^9 \times 8^{10} \times 11^{15} \times 13^{12} \times 17^{15}$

यहाँ पर दी गई संख्याएँ 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 17 हैं जिन पर बड़ी से बड़ी घात 4^8, 5^{17}, 6^6, 7^9, 8^{10}, 11^{15}, 13^{12} व 17^{15} हैं। जो कि LCM है।

2. $4^9 \times 5^7 \times 9^4$, $5 \times 9^{13} \times 2^5$ का HCF ज्ञात करो?

हल - 5×9^4

यहाँ पर कॉमन संख्या 5 व 9 है जिनपर छोटी घात 5 व 9^4 है। जो HCF है।

Note :- जब दी गई संख्याओं से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्या ज्ञात करना हो तो दी हुई संख्याओं का LCM, अभिष्ठ संख्या होगी।

Note :- जब बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करनी हो जिससे दी हुई संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो, तो दी हुई संख्याओं का HCF अभिष्ठ संख्या होती है।

Note :- दो संख्याओं का गुणनफल उनके LCM तथा HCF के गुणनफल के बराबर होता है।

प्रथम संख्या × द्वितीय संख्या = LCM × HCF

Note :- जब दो या दो से अधिक संख्याओं का अनुपात तथा HCF दिया गया हो तो मूल संख्या ज्ञात करने के लिए अनुपात को HCF से गुणा कर देते हैं।

Note :- जब (n) संख्याओं का LCM तथा HCF दे रखा हो व उनका गुणनफल पूछा गया हो तो –

सूत्र = $(HCF)^{n-1} \times LCM$

Example :- तीन संख्याओं का HCF= 2 तथा LCM= 210 है, उन संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

हल - $2^{3-1} \times 210 = 2^2 \times 210 = 4 \times 210 = 840$

<u>Ist Type</u>

1. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 8,9,12,15 से भाग देने पर सदैव 1 शेष बचे ?

अभीष्ट संख्या = (8, 9, 12,15 का ल. स.) + 1

= 360 + 1 = 361

2. वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें 5,7,12,15 से भाग दिया जाए तो शेष क्रमशः 3,5,10,13 बचे ?

प्रश्न -19. नापने की तीन छड़े क्रमशः 64 सेमी, 80 सेमी तथा 96 सेमी लंबी हैं, इनमें से कोई भी छड़ प्रयोग करके कम से कम किस लंबाई का कपड़ा पूर्ण संख्या में नापा जा सकता है?

(a) 0.96 मीटर (b) 9.60 मीटर
(c) 19.20 मीटर (d) 96 मीटर

हलः

अभीष्ट नाप = 64 सेमी, 80 सेमी, 96 सेमी का ल. स

8	64,	80,	96
2	8,	10,	12
2	4,	5,	6
	2,	5,	3

= (8 × 2 × 2 × 2 × 5 × 3) सेमी. = 960 सेमी.
= 9.60 मीटर

प्रश्न -20. टीनु दर्जी एक महिला के स्कर्ट बनाने के लिए किसी चौड़ाई के कपड़े का उपयोग करता है। परंतु उसे याद नहीं कि सही चौड़ाई 32 इंच थी अथवा 36 इंच. क्या तुम उसे कपड़ा खरीदने में सहायता कर सकते हो ताकि वह कपड़ा दोनों दशाओं में प्रयोग किया जा सके? उसे कितना कपड़ा खरीदना होगा?

(a) 324 इंच (b) 288 इंच
(c) 248 इंच (d) 271 इंच

हलः.

कपड़े की अभीष्ट लंबाई = 32 इंच तथा 36 इंच का ल. स.

= (4 × 8 × 9) इंच = 288 इंच

प्रश्न -21. दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघूत्तम समापवर्त्य क्रमशः 12 तथा 600 हैं। यदि एक संख्या 24 हो, तो दोनों संख्याओं का औसत क्या होगा?

हलः

निष्कर्ष 1. एक संख्या × दूसरी संख्या = दोनों संख्याओं का म. स. × ल. स. होता है।

निष्कर्ष 2. अतः दूसरी संख्या = $\frac{12 \times 600}{24}$ = 300 होगी।

निष्कर्ष 3. अब दोनों संख्याओं का औसत ज्ञात करना है।

∴ औसत = $\frac{\text{दोनों संख्याओं का योग}}{2} = \frac{24+300}{2} = \frac{324}{2}$ = 162

प्रश्न -22. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का म. स. ज्ञात कीजिए।

हलः

भिन्न का म. स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

अंशों का म. स. अर्थात् 2, 3, 4 का म. स. ज्ञात करना है।

2 = 1 × 2

3 = 1 × 3

4 = 1 × 2 × 2

म. स. = 1 (क्योंकि मात्र यही common factor है)

हरों का ल. स. अर्थात् 5, 8, 9 का ल. स. ज्ञात करना है-

ल. स. = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 ×5 = 360

अतः दी गई भिन्न का म. स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

= $\frac{1}{360}$

प्रश्न -23. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का ल. स. ज्ञात कीजिए।

हलः

भिन्न का ल. स. = $\frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

अंशों का ल. स. अर्थात् 2, 3, 4 का ल. स. ज्ञात करना है।

2	2,	3,	4
2	1,	3,	2
3	1,	3,	1
	1,	1,	1

ल. स. = 2 × 2 × 3 = 12

हरों का म. स. अर्थात् 5, 8, 9 का म. स. ज्ञात करना है।

5 = 5 × 1

8 = 2 × 2 × 2 × 1

9 = 3 × 3 × 1

म. स. = 1 (क्योंकि ये ही कॉमन फैक्टर है।)

अतः दी गई भिन्न का ल. स. = $\frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

= $\frac{12}{1}$ = 12

प्रश्न -24. 100 तथा 200 के बीच आने वाले उन पूर्णांकों, जो 9 तथा 6 दोनों से विभाजित हों, की कुल संख्या होगी-

हलः- सामान्य समझ पर

9, 6 का ल.स. = 18

INFUSION NOTES WHEN ONLY THE BEST WILL DO

अतः इस संख्या से विभाज्य संख्या, जो 100 से 200 के बीच है

108, 126, 144, 162, 180 तथा 198 होंगी।

∴ कुल संख्या = 6

प्रश्न -25. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर, डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः समान माप की बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की आवश्यकता होगी?

हलः - परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

465)496 (1

465

31) 465 (15

465

31)403 (13

403

xxx

तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी जो कि 31 लीटर हैं।

पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल 403 ÷ 31 = 13

डीजल के लिए आवश्यक बोतल 465 ÷ 31 = 15

मोबिल के लिए आवश्यक बोतल 496 ÷ 31 = 16

कुल बोतलों की संख्या = 44

प्रश्न -26. $8^3 \times 4^4 \times 10^2, 4^3 \times 8 \times 10^3, 8^2 \times 12 \times 4^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा?

हलः $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$ एवं $8^2 \times 12 \times 4^2$ या

$(2^3)^3 \times (2^2)^4 \times 2^2 \times 5^2$,

$(2^2)^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3, (2^3)^2 \times 2^2 \times 3(2^2)^2$

$= 2^9 \times 2^8 \times 2^2 \times 5^2, \quad 2^6 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3,$

$2^6 \times 2^2 \times 3 \times 2^4$

$= 2^{19}5^2, 2^{12}5^3, 2^{12}3$

तीनों में कॉमन 2 है तथा इसकी कॉमन घात 12 है।

अतः 2^{12} = 4096 HCF होगा।

प्रश्न -27. पदों $8a^2b^2c$ एवं $16ab^2d$ का लघूत्तम समापवर्त्य ज्ञात करे।

हल : $8a^2b^2c$ के गुणनखंड $2^3a^2b^2c$

$16ab^2d$ के गुणनखंड $2^4 \times ab^2d$

LCM = दोनों में प्रत्येक गुणांक एवं व्यंजक की उच्चतम घातों का गुणा = $2^4 \times a^2 \times b^2 \times c \times d$

(LCM) = $16a^2b^2cd$

प्रश्न -28. $4^{-6}, 4^{-2}, 4^{-9}, 4^{-1}$ का लघूत्तम समापवर्त्य होगा।

हलः- $4^{-6}, 4^{-2}, 4^{-9}, 4^{-1}$ में सभी पदों के आधार (4) समान है। अतः 4 की सबसे बड़ी घात 4^{-1} ही लघूत्तम समापवर्त्य (LCM) होगा।

प्रश्न -29. $2^3, 3^2$, 4 तथा 15 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।

हलः $2^3, 3^2$, 4, 15

अर्थात् 8, 9, 4, 15 का म. स. = 1

Some Examples

(1) दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुतम समापवर्तक क्रमशः 8 तथा 48 है यदि इनमें से एक संख्या 24 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

Ans. माना दूसरी संख्या = x

∵ पहली संख्या × दूसरी संख्या = LCM × HCF

$8 \times 48 = 24 \times x$

$x = \frac{8 \times 48}{24} = 16$

$x = 16$

(2) 12 के दो गुणजों का लघुतम समापवर्त्य 1056 है यदि इनमें से एक संख्या 132 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

Ans. एक संख्या = 132 = 12 × 11

माना दूसरी संख्या = $12x$

∴ LCM = $132x$

$132x = 1056$

$x = \frac{1056}{132} = 8$

दूसरी संख्या = 12 × 8 = 96 Ans.

(3) दो संख्याएँ 3 : 4 के अनुपात में है तथा इनका LCM 84 है तो बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए ?

Ans. माना ये $3x$ तथा $4x$ है !

LCM = $12x$

$12x = 84 = 7$

संख्याएँ 3 × 7 = 21 , 4 × 7 = 28

बड़ी संख्या = 28

(4) वह छोटी से छोटी संख्या कौनसी है जिसे क्रमशः 12,15,16 से भाग देने पर 7,10,11 शेष बचे ?

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

अध्याय – 7

बीजगणित

बीजगणित के सूत्र

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2$
- $(a + \frac{1}{a})^2 = (a - \frac{1}{a})^2 + 4$
- $(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$
- $(a - \frac{1}{a})^2 = (a + \frac{1}{a})^2 - 4$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
- $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab} = a + b$
- $\frac{a^2+b^2-ab}{a^3+b^3} = \frac{1}{a+b}$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab} = a - b$
- $\frac{a^2+b^2+ab}{a^3-b^3} = \frac{1}{a-b}$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(ab^2 + ac^2 + ba^2 + bc^2 + ca^2 + cb^2 + 2abc)$
- $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca)$
- $(a + b)^4 = a^4 + b^4 + 4a^3b + 4ab^3 + 6a^2b^2$
- $(a - b)^4 = a^4 + b^4 - 4a^3b - 4ab^3 + 6a^2b^2$

- **यदि** $x + \frac{1}{x} = a$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$[x + \frac{1}{x}]^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \times x + \frac{1}{x}$

$a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

$\mathbf{x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2}$

Ex :- यदि $x + \frac{1}{x} = 7$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$ **Ans.**

इसका भाई

$x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{47^2 - 4}$

$= \sqrt{2909 - 4} = \sqrt{2905}$

- **यदि** $x + \frac{1}{x} = a$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

$\mathbf{x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2}$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (a^2 - 2)^2 - 2 = a^4 - 4a^2 + 2$

Ex :- यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (5^2 - 2)^2 - 2 = (25 - 2)^2 - 2$

$= 23^2 - 2 = 529 - 2 = 527$ **Ans.**

- **यदि** $x - \frac{1}{x} = a$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (a^2 + 2)^2 - 2$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = a^4 + 4a^2 + 2$

Ex :- $x - \frac{1}{x} = 3$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (3^2 + 2)^2 - 2$

$(9 + 2)^2 - 2 = 11^2 - 2$

$121 - 2 = 119$

- **यदि** $x^2 + \frac{1}{x^2} = a$ हो तो $x + \frac{1}{x} = ?$

$[x + \frac{1}{x}]^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \times x + \frac{1}{x}$

$[x + \frac{1}{x}]^2 = a + 2$

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{a+2}$

Ex :- यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 50$ हो तो $x + \frac{1}{x} = ?$

हम जानते है की $x + \frac{1}{x} = \sqrt{a+2}$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{50+2} = \sqrt{52}$ **Ans.**

- **यदि** $x - \frac{1}{x} = a$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$[x - \frac{1}{x}]^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2$

Ex :- यदि $x - \frac{1}{x} = 7$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7^2 + 2 = 49+2 = 51$ **Ans.**

- **यदि** $x^2 + \frac{1}{x^2} = a$ हो तो $x - \frac{1}{x} = ?$

$[x - \frac{1}{x}]^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$[x - \frac{1}{x}]^2 = a - 2$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{a-2}$

Ex:- यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 50$ हो तो $x - \frac{1}{x} = ?$

हम जानते है की $x - \frac{1}{x} = \sqrt{a-2}$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{50-2} = \sqrt{48}$ **Ans.**

 # त्रिकोणमिति और बीजगणित में घात तिगुनी करने का अर्थ होता है घन करना

घन करना है तो घन ही करो लेकिन साथ में ± तिगुना लिखो और चिह्न उल्टा लगा दो !

Ex :- यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ हो तो $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 5^3 - 5 \times 3 = 110$ **Ans.**

किसी भी संख्या के उपर 0 घात लगाने का परिणाम गणित में 1 माना जाता हैं !

जैसे :- $2^0 = 1$

त्रिकोणमिति और बीजगणित में घात तिगुनी करने का अर्थ होता है घन करना :-

घन करना हो तो घन ही करो साथ में ± तिगुना लिखो और चिह्न उल्टा लगावों !

 # त्रिकोणमिति और बीजगणित में व्युत्क्रम संख्याओं का घनमूल ज्ञात करने का तरीका :-

(1) **+ वाला घनमूल :-** तुरन्त बड़ी संख्या का घनमूल

(2) **– वाला घनमूल :-** तुरन्त छोटी संख्या वाला का घनमूल

Ex:- यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ तो $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

हम जानते है - $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$

तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

इसी प्रकार

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 3^3 - 3 \times 3 = 27 - 9 = 18$

अब $x^5 + \frac{1}{x^5} = [x^2 + \frac{1}{x^2}][x^3 + \frac{1}{x^3}] - [x + \frac{1}{x}]$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 18 \times 7 - 3$

$= 126 - 3 = 123$ Ans.

Ex:- यदि $x + \frac{1}{x} = 4$ तो $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

(SSC -2021)

(a) 776
(b) 773
(c) 724
(d) 684

Ans(3) 724

हम जानते है - $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$

तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

इसी प्रकार

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$

अब $x^5 + \frac{1}{x^5} = [x^2 + \frac{1}{x^2}][x^3 + \frac{1}{x^3}] - [x + \frac{1}{x}]$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 52 \times 14 - 4$

$= 728 - 4 = 724$ Ans.

Ex:- यदि $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ तो $x + \frac{1}{x} = ?$

यह हमें 18 से ठीक बड़ी घन वाली संख्या 27 का घनमूल करने पर प्राप्त होगा !

$\sqrt[3]{27} = 3,$

क्योंकि प्रश्न में + का चिह्न है इसलिए 18 से बड़ी घन संख्या देखी !

अत : $x + \frac{1}{x} = \sqrt[3]{27} = 3$ **Ans.**

1. यदि $x^3 - \frac{1}{x^3} = 140$ तो $x - \frac{1}{x} = ?$

INFUSION NOTES WHEN ONLY THE BEST WILL DO

$= \pm \frac{4\sqrt{\text{गुणा}}}{\text{अन्तर}}$

यहाँ± चिह्न प्रश्न का पहला चिह्न देखकर लगाया जायेगा।

20. $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}$ slove it

$= \pm \frac{4\sqrt{\text{गुणा}}}{\text{अन्तर}} = + \frac{4\sqrt{60}}{4} = + \sqrt{60}$

क्योंकि प्रश्न की शुरुआत में + चिन्ह हैं !

21. $\frac{\sqrt{9}+\sqrt{4}}{\sqrt{9}-\sqrt{4}} - \frac{\sqrt{9}-\sqrt{4}}{\sqrt{9}+\sqrt{4}}$ find value .

$= + \frac{4\sqrt{\text{गुणा}}}{\text{अन्तर}} = + \frac{4.\sqrt{36}}{5}$

$= \frac{24}{5} = 4.8$

22. $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

(1) $x+\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

यहाँ अन्त वर्गान्तर है !

$= \frac{2\times \text{योग}}{\text{अन्तर}} = \frac{2 \times 8}{2} = 8$

(2) $x-\frac{1}{x} = + \frac{4\sqrt{\text{गुणा}}}{\text{अन्तर}}$

$= \frac{4\sqrt{15}}{2} = 2\sqrt{15}$

23. $x\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}} = x^{1.5} + \frac{1}{x^{1.5}}$ होता है !

पहचान- 1 :- इस प्रकार के प्रश्नों में दी गई संख्याएँ लगातार संख्याओं के रूप में होती हैं !

तरीका = बड़ी – छोटी

पहचान – 2 :- नीचे और बीच के चिह्न + के होंगे !

type – 2

समान्तर श्रेणी रूप में (2 या 3 का अन्तर)

24. $\frac{1}{\sqrt{441}+\sqrt{438}} + \frac{1}{\sqrt{438}+\sqrt{435}} + \frac{1}{\sqrt{435}+\sqrt{432}}$
$+ \text{---------} \frac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{9}}$

$\frac{\sqrt{441}-\sqrt{438}}{3} + \frac{\sqrt{438}-\sqrt{435}}{3} + \frac{\sqrt{435}-\sqrt{432}}{3} + \text{----}$
$\text{-----}\frac{\sqrt{12}-\sqrt{9}}{3}$

$= \frac{\sqrt{441}-\sqrt{9}}{3} = \frac{21-3}{3} = \frac{18}{3} = 6$

$= \frac{\text{बड़ी}-\text{छोटी}}{\text{अन्तर}}$

पहचान :- इस प्रकार के प्रश्नों में सभी चिन्ह (+) के होते हैं लेकिन दी गई संख्याएँ समान्तर श्रेढ़ी में मौजूद होती हैं!

तरीका $= \frac{\text{बड़ी}-\text{छोटी}}{\text{अन्तर}}$

type – I बड़ी से छोटी

$\frac{1}{\sqrt{144}+\sqrt{143}} + \frac{1}{\sqrt{143}+\sqrt{142}} + \frac{1}{\sqrt{142}+\sqrt{141}} + \text{----}$
$\text{-----} + \frac{1}{\sqrt{37}+\sqrt{36}}$

$\sqrt{144} - \sqrt{143} + \sqrt{143} - \sqrt{142} + \sqrt{142} -$
$\sqrt{141}$ ----------- $\sqrt{37} - \sqrt{36}$

$= \sqrt{144} - \sqrt{36} = 12 - 6 = 6$

बड़ी – छोटी = 6

25. $\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{98}} + \text{----} \frac{1}{\sqrt{26}+\sqrt{25}}$

(a) 6 (b) 5
(c) 7 (d) 2

तरीका $= \frac{\text{बड़ी}-\text{छोटी}}{\text{अन्तर}}$

type – II बड़ी – छोटी

solution :- $\sqrt{100} - \sqrt{25} = 10 - 5 = 5$

Note :- यदि किन्ही दो संख्याओं के बीच + अथवा गुणा का चिन्ह हो तो उनका क्रम बदला जा सकता हैं ! यदि वे किसी अन्य व्यजंक connect नहीं हो !

type – III जब नीचे पूरे चिन्ह (-) के हो

$\frac{1}{\sqrt{100}-\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{99}-\sqrt{98}} + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{97}} -$
$\frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{96}} + \text{---------} + \frac{1}{\sqrt{26}+\sqrt{25}}$

$\sqrt{100} + \sqrt{99} - (\sqrt{99}+\sqrt{98}) + (\sqrt{98}+\sqrt{99})$--
-----+ $(\sqrt{26}+\sqrt{25})$

$= \sqrt{100} + \sqrt{25} = 10 + 5 = 15$ यहाँ + का चिन्ह लास्ट form के पहले चिन्ह के हिसाब से आता हैं !

तरीका = बड़ी ± छोटी

26. $\frac{1}{\sqrt{289}-\sqrt{288}} - \frac{1}{\sqrt{288}-\sqrt{287}} + ...+ \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}}$

(a) 16 (c) 18

(c) 17 (d) इनमें से कोई नहीं

इस प्रश्न में नीचे के सभी चिन्ह (-) होते हैं लेकिन बीच के चिन्ह ± एकान्तर रूप में बदलते हैं !

घात और आधार :-

a^x → **घात**

↕ आधार

$a^x = b \Rightarrow$ $a = b^{1/x}$ या $a = \sqrt[x]{b}$

$b^{1/x} = \sqrt[x]{b}$ व $b^x = \sqrt[\frac{1}{x}]{b}$ व $b^{y/x} = \sqrt[\frac{x}{y}]{b}$

घातांक (Indices)

यदि n एक घन पूर्णांक तथा a कोई वास्तविक संख्या हो तो

$a^n = a \times a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots\times a$ (n बार)

a^n को a का n वाँ घात कहा जाता हैं वास्तविक संख्या a को आधार तथा n को a के n वें घात का घातांक कहा जाता हैं।

घातांक के नियम

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^\circ = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$ (जिस संख्या की घात शून्य हो उसका मान 1 होता हैं)
- $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ जैसे: $\frac{1}{5^{-2}} = 5^2$ (घातांक वाली संख्या को ऊपर या नीचे बदलने पर उसकी घात के चिह्न (-,+) बदल जाते हैं।)
- $\left[\frac{a}{b}\right]^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^m + a^n + a^k = a^{m+n+k}$

जैसे:-

$2^1 \times 2^2 \times 2^3$

$2^{1+2+3} = 2^6$

- $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$
- $a^n + a^{n+m} \Rightarrow a^n(a^0 + a^m)$

  जैसे – $6^{14} + 6^{14+2} \Rightarrow 6^{14}(6^0 + 6^2)$

  $\Rightarrow 6^{14}(1 + 36) = 37 \times 6^{14}$
- $a^n = a^m$ हो तो $n = m$ होगा, क्योंकि आधार समान है। इसलिए घात भी समान होगी।
- $a^n = b^n$ हो तो $a = b$ होगा, क्योंकि घातांक समान है। अतः आधार भी समान होगा।
- जब आधार व घातें समान नहीं हो -

  $a^n = b^m$ हो तो $a = b^{m/n}$ या $b = a^{n/m}$

  जैसे - $9^{12} = x^4 \Rightarrow x = 9^{12/4} \Rightarrow x = 9^3$

करणी (Surds)

जिस संख्या का मूल पूर्णतः ज्ञात नहीं किया जा सके, ऐसी संख्या के मूल को करणी (Surds) अथवा अमूलक संख्या (Irrational Quantity) कहते हैं।

जैसे- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ आदि करणी (Surds) अथवा अमूलक संख्या है।

करणी के प्रकार (Types of Surds)

1. **शुद्ध करणी (Pure Surds):-** ऐसी करणी जिसका परिमेय गुणनखण्ड हो, शुद्ध करणी कहलाती है।
2. **मिश्र करणी (Mixed Surds):-** ऐसी करणी जिसका एक गुणनखण्ड के अतिरिक्त कोई अन्य परिमेय संख्या हो, मिश्र करणी कहलाती है।
3. **समरूप अथवा सजातीय करणी (Similar or Like Surds):-** जिन करणियों के अपरिमेय गुणनखण्ड समान होते हैं, समरूप या सजातीय करणियाँ कहलाती हैं।
4. **संयुग्मी करणी (Conjugate Surds):-** द्विपद वाली ऐसी दो करणियाँ जिनके दोनों पद समान हो परन्तु दोनों करणियों में दोनों पदों के बीच केवल '+' और '-' चिह्न का अन्तर हो, संयुग्मी करणी कहलाती है।

जैसे:- $(2 + \sqrt{3})$ की संयुग्मी करणी $(2 - \sqrt{3})$ होगी।

करणियों का जोड़, घटाव, गुणनफल तथा भाजन

करणियों का जोड़, घटाव, गुणन और भाजन केवल समान घात समरूपद्ध वाली करणियों में किया जाता है, यदि करणियाँ समान घात में न हो, तो सबसे पहले उन्हें समान घात में बनाया जाता है फिर उनका जोड़, घटाव, गुणन तथा भाजन किया जाता है।

उदाहरण:

1. समान करणियों का जोड़

$= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
$= \sqrt{3}(1 + 2 + 4)$
$= 7\sqrt{3}$

(3) $x = \sqrt{7-\sqrt{7-\sqrt{7-\sqrt{7-}}}}$----∞

$x = \frac{\sqrt{4a+1}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{28+1}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{29}-1}{2}$

(4) $x = \sqrt{19-\sqrt{19-\sqrt{19-\sqrt{19-}}}}$--∞

$x = \sqrt{19-\sqrt{19-\sqrt{19-}}}$-----∞

$x = \frac{\sqrt{4a+1}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{76+1}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{77}-1}{2}$

(5) $m = \sqrt{10+\sqrt{10+\sqrt{10+\sqrt{10}}}}$---∞

$m = \frac{\sqrt{4a+1}+1}{2}$

$= \frac{\sqrt{4x\,10+1}+1}{2} = \frac{\sqrt{41}+1}{2}$

Type-5

$m = \sqrt{a+\sqrt{a-\sqrt{a+\sqrt{a-\sqrt{a}}}}}$----∞

$m = \frac{\sqrt{4a-3}+1}{2}$

(1) $x = \sqrt{12+\sqrt{12-\sqrt{12+\sqrt{12-}}}}$----∞

$x = \frac{\sqrt{4a-3}+1}{2}$

$x = \frac{\sqrt{45}+1}{2}$

$x = \frac{3\sqrt{5}+1}{2}$

(2) $x = \sqrt{5+\sqrt{5-\sqrt{5+\sqrt{5-\sqrt{5}}}}}$---∞

$x = \frac{\sqrt{4a-3}+1}{2}$

$x = \frac{\sqrt{17}+1}{2}$

(3) $M = \sqrt{9+\sqrt{9-\sqrt{9+\sqrt{9}}}}$----∞

$m = \frac{\sqrt{4x\,9-3}+1}{2}$

$= \frac{\sqrt{33}+1}{2}$

Type-6

$N = \sqrt{a-\sqrt{a+\sqrt{a-\sqrt{a+\sqrt{a}}}}}$ ---∞

$N = \frac{\sqrt{4a-3}-1}{2}$

(1) $x = \sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{3-\sqrt{3}}}}}}$-∞

$x = \frac{\sqrt{4a-3}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{4X\,3-3}-1}{2}$

$= \frac{3-1}{2}$

$= 1$

B. $x = \sqrt{8-\sqrt{8+\sqrt{8-\sqrt{8}}}}$----∞

$x = \frac{\sqrt{4X\,8-3}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{29}-1}{2}$

(3) $x = \sqrt{10-\sqrt{10+\sqrt{10-\sqrt{10}}}}$----------∞

$x = \frac{\sqrt{4X\,10-3}-1}{2}$

$= \frac{\sqrt{37}-1}{2}$

Type-7

$P = \sqrt{a+b\sqrt{a+b\sqrt{a+b\sqrt{a+b\sqrt{a}}}}}$---∞

$P = \frac{b+\sqrt{4a+b^2}}{2}$

(1) $P = \sqrt{4+3\sqrt{4+3\sqrt{4+3\sqrt{4}}}}$---∞

$\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{6z}$

$= \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24}$

$= \frac{1}{8}$

(9) यदि $2^x = 3^y = 6^{-z}$, तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$

$2^x = 3^y = 6^{-z} = k$

$2^x = k, \quad 3^y = k, \quad 6^{-z} = k$

$2 = k^{1/x}, \quad 3 = k^{1/y}, \quad 6 = k^{-1/z}$

$2 \times 3 = 6$

$k^{1/x} \times k^{1/y} = k^{-1/z}$ आधार समान तो घाते जुड़ जाती है !

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{z}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$

(10) $2^{72}, 5^{36}, 4^{48}, 3^{60}$ में कौन बड़ा है ?

$2^{72}, 5^{36}, 4^{48}, 3^{60}$

$(2^6)^{12}, (5^3)^{12}, (4^4)^{12}, (3^5)^{12}$

$64^{12}, 125^{12}, 256^{12}, 243^{12}$

$256^{12} = 4^{48}$ बड़ा है !

Note :- इस प्रकार के प्रश्नों में यदि आधार समान है तो जिसकी घात बड़ी होगी वह संख्या भी बड़ी होगी ! यदि आधार समान नही है तो घाते समान होगीं अथवा की जा सकती है जिसका आधार बड़ा वह संख्या बड़ी होगी !

(11) $2^{350}, 5^{200}, 3^{300}, 4^{250}$ में कौन बड़ा है ?

$2^{350}, 5^{200}, 3^{300}, 4^{250}$

$2^{7 \times 50}, 5^{4 \times 50}, 3^{6 \times 50}, 4^{5 \times 50}$

$128^{50}, 625^{50}, 729^{50}, 1024^{50}$

4^{250} बड़ा है।

(12) निम्न में से कौन बड़ा है।

$\sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}, \sqrt[6]{15}, \sqrt[12]{245}$ 3,4,6,12,

$4^{1/3}, 6^{1/4}, 15^{1/6}, 245^{1/12}$ का L .C.M

$4^{\frac{1}{3}}, 6^{\frac{1}{4}}, 15^{\frac{1}{6}}, 245^{\frac{1}{12}}$

$4^{\frac{1}{3} \times 12}, 6^{\frac{1}{4} \times 12}, 15^{\frac{1}{6} \times 12}, 245^{\frac{1}{12} \times 12}$

$4^4, 6^3, 15^2, 245^1$

256, 216, 225, 245

$\sqrt[3]{4}$ बड़ा है !

(13) निम्न में से कौन बड़ा है ?

$\sqrt{10} - \sqrt{8}$ तथा $\sqrt{15} - \sqrt{13}$

$\frac{\sqrt{10} - \sqrt{8}}{1}$

परिमेय करण करने पर

$\sqrt{10} - \sqrt{8} \times \left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{8}}{\sqrt{10}+\sqrt{8}}\right)$

$\frac{10-8}{\sqrt{10}+\sqrt{8}} = \frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{8}}$

$\frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{8}} > \frac{2}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}$

$\frac{\sqrt{15} - \sqrt{13}}{1}$

(14) $(\sqrt{10} + \sqrt{6})^2 = 10 + 6 + 2\sqrt{10 \times 6}$

$= 16 + 2\sqrt{60}$

$(\sqrt{9} + \sqrt{7})^2 = 9 + 7 + 2\sqrt{9 \times 7}$

$= 16 + 2\sqrt{63}$

$(\sqrt{9} + \sqrt{7})^2$ बड़ा है !

(15) निम्न में से कौन बड़ा है ?

$\sqrt{10} - \sqrt{8}$ तथा $\sqrt{15} - \sqrt{13}$

$\frac{\sqrt{10} - \sqrt{8}}{1}$

परिमेय करण करने पर

$\sqrt{10} - \sqrt{8} \times \left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{8}}{\sqrt{10}+\sqrt{8}}\right)$

$\frac{10-8}{\sqrt{10}+\sqrt{8}} = \frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{8}}$

$\frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{8}} > \frac{2}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}$

$\frac{\sqrt{15} - \sqrt{13}}{1}$

परिमेय करण पर

$(\sqrt{15} - \sqrt{13}) \times \frac{(\sqrt{15}+\sqrt{13})}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}$

$\frac{15-13}{\sqrt{15}+\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}$

अध्याय – 14

साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज

ब्याज :- उधार ली गयी धन राशि को वापस करते समय जो अतिरिक्त धन देना पड़ता है उसे ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज :- जो ब्याज केवल मूलधन पर एक निश्चित अवधि के लिये एक ही दर पर लगाया जाता है उसे साधारण ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज से सम्बन्धित सूत्र :-

साधारण ब्याज (S.I.) = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$ = $\frac{P \times R \times T}{100}$

ब्याज की दर (r) = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$ = $\frac{S.I. \times 100}{P \times T}$

समय (t) = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$ = $\frac{S.I. \times 100}{P \times R}$

मूलधन (P) = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$ = $\frac{S.I. \times 100}{R \times T}$

मूलधन (P) = $\frac{\text{मिश्रधन} \times 100}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})}$

 # मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$A = P + \frac{P \times R \times T}{100}$

$S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$

∵ प्रत्येक स्थिति में समान ब्याज हो

∴ $P_1 r_1 t_1 = P_2 r_2 t_2 = P_3 r_3 t_3$

$= P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3}$

$r_1 : r_2 : r_3 = \frac{1}{p_1 t_1} : \frac{1}{p_2 t_2} : \frac{1}{p_3 t_3}$

$t_1 : t_2 : t_3 = \frac{1}{p_1 r_1} : \frac{1}{p_2 r_2} : \frac{1}{p_3 r_3}$

Ex-1 एक धन को 10% की दर से 4 वर्ष 12.5% की दर से 2 वर्ष तथा 15% की दर से 3 वर्ष के लिए दिया हो तो तथा प्रत्येक से समान मिश्रधन प्राप्त हो तो मूलधन क्या होगा ?

10 × 4 = 40

12.5 × 2 = 25

15 × 3 = 45

$p_1 \times \frac{140}{100} = p_2 \times \frac{125}{100} = p_3 \times \frac{145}{100}$

$p_1 : p_2 : p_3 = \frac{1}{140} : \frac{1}{125} : \frac{1}{145}$

= 28 : 25 : 29

(25 × 29) : (28 × 29) : (28 × 25)

किसी धन को r_1 दर t_1 समय के लिए r_2 दर t_2 समय के लिए ब्याज अन्तर n हो तो मूलधन = ?

$= \frac{p_1 r_1 t_1}{100} - \frac{p_2 r_2 t_2}{100} = n$

$p(r_1 t_1 - r_2 t_2) = 100\,n$

$p = \frac{100 \times n}{r_1 t_1 - r_2 t_2}$

दर :- 100 Rs पर 1 वर्ष में लगने वाला ब्याज ,ब्याज की दर कहलाती है ! दर की गणना 100 पर होती है ! जैसे – 100 Rs का धन 1 वर्ष में 110 Rs हो जाता है तो यहाँ ब्याज की दर 10% है !

Type – 1 साधारण प्रश्न

1. साधारण ब्याज की किस दर से Rs 600 का 10 वर्ष का साधारण ब्याज 120 Rs हो जायेगा !

दर (r) = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$

= $\frac{120 \times 100}{600 \times 10}$

= 2 %

2 Method

दर % × समय= ब्याज r ×10 = 120

r % × t = SI r = 12%

600 → 12 %

100 → $\frac{12}{6}$

= 2 %

2. 100 Rs का 15 % की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज होगा !

सा. ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

= $\frac{100 \times 15 \times 2}{100}$

= 30 Rs

2 Method

ब्याज = दर % × समय

= 2 × 15

ब्याज = 30 Rs

3. Rs 6000 पर 6 % वार्षिक दर से 8 माह का सा. ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिये !

समय = 8 माह = $\frac{8}{12}$

= $\frac{2}{3}$ वर्ष

सा. ब्याज = $\frac{6000 \times 6 \times 2}{3 \times 100}$

ब्याज = 240 Rs

2. कोई धनराशि साधारण ब्याज पर 5 वर्षो में 1020 Rs तथा 8 वर्षो में 1200 Rs हो जाती है ! मूलधन बताओ !

माना मूलधन = P

3 वर्षो में ब्याज = 1200 – 1020 = 180

1 वर्ष में = 60 Rs

5 वर्ष में = 300 Rs

मूलधन P = 1020 – 300 = 720 Rs

3. कोई धन 5% वार्षिक दर से 6 वर्ष में Rs 1950 हो जाता है 8 वर्षो में कितने Rs हो जायेगा !

माना मूलधन = 100

100 — 5% × 6 = 30% → 130

5% × 8 = 40% → 140

130 = 1950

= 15

140 = 15 × 140

= 2100 Rs

4. कोई धन 7% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में Rs 1210 हो जाता है तो कितने वर्षो में Rs 1350 हो जायेगा !

100 — 7 × 3 = 21 → 121

121 = 1210

1 = 10

100 = 1000 Rs

मूलधन = 1000 Rs

ब्याज = 1350 – 1000

= 350 Rs

$$\text{समय} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{मूलधन}}$$

$$= \frac{350 \times 100}{7 \times 1000}$$

समय = 5 वर्ष

Method

1000 — 7% × 3 y → 1210

7 × 5 y → 1350

समय = 5 वर्ष

Type – 6

ब्याज की औसत दर पर आधारित प्रश्न-

1. गोपाल ने Rs 5000 आंशिक रूप से 4%, 5% वार्षिक दरों पर दो लोगों को उधार दिया ! 2 वर्ष बाद उसे 4.2% वार्षिक औसत दर से ब्याज प्राप्त हुआ ! 4% की दर पर दिया गया धन ज्ञात कीजिये !

4% 5%

4.2%

0.8 : 0.2

4 : 1 = 5

4000 Rs

5 = 5000

1 = 1000

4 = 4000 Rs

2. 3100 Rs की एक धनराशि दो भागों में साधारण ब्याज पर उधार दी जाती है ! एक भाग 8% की दर से तथा अन्य भाग पर 6% की दर से दिया जाता है ! यदि कुल वार्षिक ब्याज Rs 212 है तो 8% की दर पर दी गयी धनराशि क्या है ?

8% 6%

3100 × 8% 3100 × 6%

248 186

212

26 : 36

13 : 18

13 + 18 = 31 1300 Rs

31 = 3100

1 = 100

13 = 13 × 100

= 1300 Rs

3. एक व्यक्ति Rs 10000 का ऋण लेता है ! उसका एक भाग वह 8% वार्षिक की दर पर एक बैंक से लेता है और 10% वार्षिक की दर पर दूसरे बैंक से लेता है ! अंत में वह कुल ब्याज के रूप में Rs 950 वार्षिक का भुगतान करता है ! तद्नुसार उसका पहले बैंक से लिया गया ऋण कितना था?

= 72

$= \frac{6P}{100} = 72$

$= P = \frac{72 \times 100}{6}$

P = 1200

4. साधारण ब्याज की एक निश्चित दर से कोई धन 20 वर्ष में दुगुना हो जाता है इस धन को तिगुना करने में कितना समय लगेगा ?

हल→ माना मूलधन = n

समय = 20 वर्ष

मिश्रधन = 2 n

अतः S.I. = (2 n – n) = n

दर = $(\frac{100 \times n}{n \times 20})$ = 5 % वार्षिक

अतः मूलधन = n दर = 5%

मिश्रधन = 3 n

∴ S.I = (3 n – n) = 2 n

∴ समय = $(\frac{100 \times 2n}{n \times 5})$ = 40 वर्ष

5. कोई व्यक्ति 5000 रुपये की राशि का कुछ भाग 4% और शेष भाग पर 5% वार्षिक की दर से साधारण ब्याज पर उधार देता है दो वर्षों के बाद कुल ब्याज 440 रुपये है उपयुक्त दरों में से प्रत्येक पर लगाई गई राशि ज्ञात करने के लिए 5000 रुपये को किस अनुपात में बाँटना चाहिए ?

हल→ $\frac{440 \times 100}{5000 \times 2}$ = 4.4%

4 5

4.4

0.6 0.4

3 : 2

6. किसी धनराशि का साधारण ब्याज मूलधन का $\frac{4}{9}$ है यदि ब्याज पर दिए जाने वाले मूलधन की अवधि के वर्ष ब्याज की वार्षिक दर के बराबर हो तो ब्याज की दर होगी?

हल→ माना मूलधन = P , दर = n

$= \frac{P \times n \times n}{100}$ = SI

$= \frac{9 \times n \times n}{100}$ = 4

$= n^2 = \frac{4 \times 100}{9}$

$n = \frac{2 \times 10}{3}$

$= 6\frac{2}{3}$ Ans.

7. साधारण ब्याज पर एक निश्चित दर पर 18 महीनों में 12000 रु की राशि 15000 रु हो जाती है। यदि साधारण ब्याज पर 30 महीने के लिए समान दर पर 5000 रुपये निवेश किए जाते हैं, तो राशि ज्ञात कीजिए।

हल→ माना ब्याज की दर r % है।

$SI = 15000 - 12000 = Rs. 3000$

$3000 = \frac{12000 \times R \times 18}{12 \times 100}$

$R = \frac{100}{6}\%$

$\text{Required amount} = 5000 + \frac{5000 \times 100 \times 30}{100 \times 6 \times 12} = Rs. 7083.33$

8. एक आदमी ने 60,000 रुपये जिनमें से कुछ 5% की दर से तथा शेष 4% की दर से , साधारण ब्याज पर उधार दिए यदि कुल वार्षिक ब्याज 2560 हो तो 4% की दर से उधार दी गई धनराशि थी ?

हल→ $(\frac{2560 \times 100}{60,000}) = \frac{256}{60}$

5 4

$\frac{256}{60}$

$\frac{16}{60}$ $\frac{44}{60}$

4 : 11 = 15 15 = 60,000

16000 44000 1 = 4000

9. यदि किसी धनराशि पर $7\frac{1}{2}\%$ वार्षिक की दर से 15 मास का साधारण ब्याज उसी धनराशि पर $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक की दर से 8 मास के साधारण ब्याज से 32.50 रुपये अधिक है तो वह धनराशि होगी ?

हल→ $\left[\frac{100}{(\frac{15}{2} \times \frac{15}{12}) - (\frac{25}{2} \times \frac{8}{12})}\right]$ X 32.5

= 96 × 32.5

= 3120

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

$= \frac{57876}{5}$

$\because C.I. = (\frac{57876}{5} - 10,000)$

$= \frac{7876}{5} = 1575.20$ Ans

3. 1000 रुपये की धनराशि पर 5% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि तथा साधारण ब्याज का अंतर कितना होगा?

हल→ $S.I. = (\frac{1000 \times 5 \times 2}{100}) = 100$

$C.I. [1000 \times (1 + \frac{5}{100})^2 - 1000]$

$= [(1000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}) - 1000]$

$= (\frac{205}{2}) = 102.50$

अभीष्ट अन्तर = (102 .50 – 100)

= 2.50

4. 6,000 रुपये का 10% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज कितना हैं जबकि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित हो?

हल→ $C.I. [6000 \times (1+\frac{10}{100}) \times (1 + \frac{5}{100}) - 6000]$

$= (6000 \times \frac{110}{100} \times \frac{21}{20} - 6000)$

= (6930 – 6000)

= 930 Ans

5. किसी धनराशि पर एक निश्चित दर से 2 वर्ष के साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज क्रमशः 900 तथा 954 है वह धनराशि कितनी हैं ?

हल→ माना मूलधन = n , दर = R%

$= \frac{n \times R \times 2}{100} = 900$

$= n \times R = \frac{900 \times 100}{2} = 45000$

$= [n\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 - n] = 954$

$= n(1 + \frac{R^2}{10,000} + \frac{2R}{100}) - n = 954$

$= \frac{nR \times R}{10,000} + \frac{nR}{50} = 954$

$= \frac{45000 \times r}{10,000} + \frac{45000}{50} = 954$

$= \frac{9R}{2} = (954 - 900) = 54$

$= R = \frac{54 \times 2}{9} = 12$

$\because n \times 12 = 45000$

n = 3750 Ans

6. 15494 रुपये को A तथा B में इस प्रकार बाँटे की 20% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज से 9 वर्ष के अन्त में A का हिस्सा 11 वर्ष के अन्त में B के हिस्से के बराबर हो जाये तो A का हिस्सा हैं ?

हल→ $A \times \left(\frac{120}{100}\right)^9 = B \times \left(\frac{120}{100}\right)^{11}$

$= \frac{A}{B} = \frac{36}{25} = 36 : 25$

$= \frac{36}{61} \times 15494$

= 9144

7. एक आदमी ने 1,20,000 की राशि छोड़ी है जो 14 वर्ष और 12 वर्ष के उसके दो पुत्रों के बीच इस प्रकार विभाजित की जाती है कि प्रत्येक के 18 वर्ष की आयु प्राप्त करने पर उन्हें बराबर धनराशि मिले यदि राशि पर 5% प्रतिवर्ष की दर से साधारण ब्याज मिलता है तो इस समय छोटे पुत्र का हिस्सा हैं ?

हल→

बड़ा	:	छोटा
$\frac{1}{120}$	:	$\frac{1}{130}$
13	:	12

$\frac{12}{25} \times 1,20,000$

= 57,600

8. एक आदमी ने अपनी पूंजी का $\frac{1}{3}$ भाग 7% पर, $\frac{1}{4}$ भाग 8% पर और शेष 10% पर निवेश किया यदि उसकी वार्षिक आय 561 है तो पूंजी होगी ?

हल→ $(\frac{1}{\frac{1}{3} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} + \frac{5}{12} \times \frac{10}{100}}) \times 561$

= 6600

2. पूर्वानुमान के लिए जैसे –मौसम , वर्षा , तापमान!

समान्तर माध्य (Arithmetic Mean)	गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)	हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)
यह माध्य विशेष रूप से वहाँ ज्यादा उपयोगी हैं जहाँ सभी इकाईयों को समान महत्व देना हो !सामाजिक व आर्थिक समस्याओं के अध्ययन के लिए समान्तर माध्य उपयोगी हैं ! जैसे – औसत उत्पादन , औसत आयात व निर्यात ,औसत उत्पादन ,औसत आयात व निर्यात , औसत उत्पादन –व्यय ,औसत आमदनी ,औसत लागत, औसत मूल्य ,औसत वर्षा , औसत वेतन औसत खाधान्न का उपभोग आदि!	जहाँ श्रेणी के मूल्यों में अत्यधिक असमानता हो या तथ्यों में होने वाले सापेक्षिक परिवर्तनों का अध्ययन करना हो वहाँ इस माध्य का प्रयोग उचित हैं !जैसे – अनुपातों , प्रतिशतों व चक्रवृद्धी दरों की औसत ,गुणोत्तर माध्य द्वारा ही निकली जाती हैं ! सूचकांको की रचना , जनसँख्या की वृद्धी दर ज्ञात करने के लिए भी गुणोत्तर माध्य उपयुक्त हैं !श्रेणी में अधिक विचलन होने पर भी यह माध्य उपयुक्त रहता हैं!	इस माध्य का उपयोग समय,दर अथवा मूल्यों से सम्बन्धित तथ्यों की जानकारी के लिए अधिक उपयुक्त हैं !जब सबसे छोटे मूल्यों को अधिक महत्व देना हो तो भी हरात्मक माध्य का प्रयोग उचित रहता हैं !

वर्गीकृत आकड़ों की व्याख्या (Interperation of Categorized Data)

दैनिक जीवन की अधिकांश परिस्थितियों में आकड़े इतनें बड़े होते हों कि उनका अर्थपूर्ण अध्ययन करने के लिए उन्हें समूहों में बाँटकर छोटा किया जाता हैं ! ऐसे आकड़ों के समूह को वर्गीकृत आकड़े कहते हैं !

1 . माध्य (Mean)

केन्द्रीय प्रवृति का अधिकतर प्रयोग होने वाला मापक हैं , क्योंकि यह प्रेक्षणों पर आधारित होता हैं तथा दोनों चरम मानों के बीच स्थित होता हैं !यह हमें दो या अधिक दिए हुए बंटनों की तुलना करने में सहायक हैं !

समान्तर माध्य के गुण व दोष (Merits & Demerits of arithmetic Mean)

गुण (Merits)

1. इसकी गणना करना सरल हैं !
2. यह सभी पदों पर आधारित हैं !
3. अन्य सांख्यिकीय विश्लेषण में भी इसका प्रयोग होता हैं !
4. यह माध्य निश्चित और सदा एक ही होता हैं !
5. इसकी शुद्धता की जाँच सम्भव हैं !
6. इसके मान में स्थिरता रहती हैं !

दोष (Demerits) :-

1. कभी-कभी इसके मान के गणन में ऐसी राशि आ सकती हैं जो प्रकृति के अनुसार सम्भव नहीं हो, जैसे परिवार के सदस्यों की संख्या 3,8 या 5.6 होना !
2. किसी भी एक मूल्य के नहीं होने पर गणना सम्भव नहीं हैं !
3. चरम मानों का अत्यधिक प्रभाव पड़ता हैं !
4. इस माध्य का निर्धारण अवलोकन द्वारा सम्भव नहीं हैं !

उदाहरण :- **1 से 156 तक संख्याओं के मध्य स्थित संख्याओं का जो कि 2, 3, 4 और 6 से विभाज्य है, का समान्तर माध्य होगा-**

a. 76 b. 74

c. 78 d. 91

Ans: c. 78

उदाहरण :-

1. यदि 3, 4, p, 7, 10 का समान्तर माध्य 6 हैं तो p का मान हैं –

हल : माध्य = $\frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$

$\therefore \frac{3+4+p+7+10}{5} = 6$

या

$\frac{24+p}{5} = 6$

या 24 + p = 30 या p = 30 -24 = 6 अतः p का मान 6 होगा !

2. **निम्न श्रेणी के समान्तर माध्य की गणना कीजिये :**

S. No.	Height (c. m)
1	150
2	160
3	140
4	150
5	168
6	170
7	165
8	162

9	145
10	180
11	167
12	163

वर्गीकृत आकड़ों का माध्य तीन विधियों से ज्ञात किया जाता हैं !

(a) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method):-

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ जहाँ $\sum fx$ चरों के उत्पाद तथा बारम्बारताओं के गुणनफल का योग $\sum f$ = बारम्बारताओं का योग !

गुणनफल का योग ! $\sum f$ = बारम्बारताओं का योग !

x = $\frac{\text{ऊपरी वर्ग सीमा} + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$

(b) कल्पित माध्य विधि (Assumed Mean Method):-

$\bar{x} = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$ जहाँ a = (Assumed Mean):

x_1 , x_2 , x_3 , --------x_n के लगभग बीच का मान d = x − a

कल्पित माध्य विधि तब प्रयोग में ली जाती हैं जब x और f के मान बड़े होते हो तो x और f का गुणनफल जटिल हो जाता हैं तथा इसमें समय अधिक लगता हैं !

(C) पग / पद विचलन विधि (Step Deviation Method):

पग विचलन विधि तभी सुविधाजनक होगी जबकि सभी d में कोई सर्व गुणनखण्ड हैं ! इसमें विचलनों को समापवर्तक (वर्गमाप) h द्वारा विभाजित किया जाता हैं !

$x = a + h\left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)$ जहाँ $u = \frac{x-a}{h}$, (a = कल्पित माध्य)!

1. किसी स्कूल की कक्षा दस के 30 विद्यार्थियों द्वारा गणित के पेपर में से प्राप्त किये गये अंक नीचे सारणी में दिए गये हैं, इन विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का माध्य ज्ञात कीजिये –

(a) प्रत्यक्ष विधि द्वारा

(b) कल्पित माध्य विधि द्वारा

(c) पद विचलन विधि द्वारा

प्राप्तांक	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

हल :- (a) प्रत्यक्ष विधि : माध्य $(\bar{x}) = \frac{\sum fx}{\sum f}$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिह्न (x)	(fx)
10-25	2	17.5	35.0
25-40	3	32.5	97.5
40-55	7	47.5	332.5
55-70	6	62.5	375.0
70-85	6	77.5	465.0
85-100	6	92.5	555.0
प्राप्तांक	$\sum f$		$\sum fx = 1860$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1860}{30} = 62$

(b) कल्पित माध्य : $\bar{x} = a + \frac{\sum fx}{\sum f}$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिह्न (x)	(a = 47.5),d = x-a	fd
10-25	2	17.5	-30	-60
25-40	3	32.5	-15	-45
40-55	7	47.5	0	0
55-70	6	62.5	15	90
70-85	6	77.5	30	180
85-100	6	92.5	45	270
योग	$\sum f = 30$			$\sum fd = 435$

$\bar{x} = a + \frac{\sum f}{\sum f}$

या $\bar{x} = 47.5 + \frac{435}{30} = 47.5 + 14.5 = 62$

(c) पद विचलन विधि : $x = a + h\left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिह्न (x)	(a=47.5), d =x-a	$u = \frac{d}{h}$	fu
10-25	2	17.5	-30	-2	-4
25-40	3	32.5	-15	-1	-3
40-55	7	47.5	0	0	0

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें - (Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - https://shorturl.at/qBJ18 (74 प्रश्न, 150 में से)

RAS Pre 2023 - https://shorturl.at/tGHRT (96 प्रश्न, 150 में से)

UP Police Constable 2024 - http://surl.li/rbfyn (98 प्रश्न, 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - https://youtu.be/gPqDNlc6UR0

Rajasthan CET 12th Level - https://youtu.be/oCa-CoTFu4A

RPSC EO / RO - https://youtu.be/b9PKjl4nSxE

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856WI8&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD – 2021 - https://youtu.be/2gzzfJyt6vI

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
MPPSC Prelims 2023	17 दिसम्बर	63 प्रश्न (100 में से)
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये

FREE SAMPLE

RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 मेंसे)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)
UP Police Constable	17 February 2024 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

FREE SAMPLE