



INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

REET

Level - 2

राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा



ॐ सरस्वती मया दृष्ट्वा, वीणा पुस्तक धारणीम।
हंस वाहिनी समायुक्ता मां विद्या दान करोतु मे ॐ॥

भाग - 4

गणित एवं विज्ञान

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा (REET) लेवल - 2 ” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है । ये नोट्स पाठकों को राजस्थान माध्यमिक शिक्षा बोर्ड द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “राजस्थान शिक्षक पात्रता परीक्षा (REET) लेवल - 2 भर्ती परीक्षा ” में पूर्ण संभव मदद करेंगे ।

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है । अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं ।

प्रकाशक:

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

WhatsApp करें - <https://wa.link/98bnwi>

Online Order करें - <https://shorturl.at/ixJQI>

<https://shorturl.at/belyl>

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
	<u>गणित</u>	
1.	घात, घातांक एवं करणी	1
2.	बीजीय व्यंजक व बहुपद	5
3.	गुणनखंड	9
4.	एकघातीय समीकरण	14
5.	वर्ग और वर्गमूल	18
6.	घन और घनमूल	22
7.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	25
8.	सरलीकरण	33
9.	ऐकिक नियम	38
10.	भिन्न एवं दशमलव भिन्न	40
11.	प्रतिशतता	44
12.	अनुपात - समानुपात	57
13.	लाभ और हानि	63
14.	चक्रवृद्धि ब्याज	72
15.	व्यामिति	77
16.	क्षेत्रफल एवं परिमाप	99
17.	पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन	114
18.	सांख्यिकी	127
19.	आँकड़ों का प्रबंधन	135
20.	प्रायिकता	145
21.	शिक्षण विधियाँ	150

	<u>विज्ञान</u>	
1.	सजीव एवं निर्जीव : परिचय, अन्तर एवं लक्षण	178
2.	सूक्ष्म जीव	180
3.	सजीव	184
4.	पादप और जंतु कोशिकाओं की संरचना	194
5.	मानव शरीर एवं स्वास्थ्य	200
6.	भोजन के प्रमुख अवयव और इनकी कमी से होने वाले रोग	224
7.	जंतु प्रजनन एवं किशोरावस्था	234
8.	यांत्रिकी	238
9.	ताप एवं ऊष्मा	253
10.	प्रकाश एवं ध्वनि	258
11.	विद्युत एवं चुंबकत्व	270
12.	विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी	280
13.	संश्लेषित रेशे एवं प्लास्टिक तथा इनके गुणधर्म	300
14.	सौर मण्डल	305
15.	पदार्थ की संरचना	313
16.	रासायनिक पदार्थ	334
17.	कृषि प्रबंधन	352
18.	प्राकृतिक विज्ञान	362
19.	शिक्षण विधियाँ	385

अध्याय - 1

घात, घातांक एवं करणी

घातांक (Indices)

यदि n एक घन पूर्णांक तथा a कोई वास्तविक संख्या हो तो

$$a^n = a \times a \times a \times a \times a \times \dots \times a \quad (n \text{ बार})$$

a^n को a का n वाँ घात कहा जाता है वास्तविक संख्या a को आधार तथा n को a के n वें घात का घातांक कहा जाता है।

घातांक के नियम

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^0 = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$ (जिस संख्या की घात शून्य हो उसका मान 1 होता है)
- $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ जैसे: $\frac{1}{5^{-2}} = 5^2$ (घातांक वाली संख्या को ऊपर या नीचे बदलने पर उसकी घात के चिह्न $(-, +)$ बदल जाते हैं।)
- $\left[\frac{a}{b}\right]^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^m + a^n + a^k = a^{m+n+k}$

जैसे:-

$$2^1 \times 2^2 \times 2^3$$

$$2^{1+2+3} = 2^6$$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
- $a^n + a^{n+m} \Rightarrow a^n(a^0 + a^m)$
जैसे - $6^{14} + 6^{14+2} \Rightarrow 6^{14}(6^0 + 6^2)$
 $\Rightarrow 6^{14}(1 + 36) = 37 \times 6^{14}$
- $a^n = a^m$ हो तो $n = m$ होगा, क्योंकि आधार समान है।
इसलिए घात भी समान होगी।
- $a^n = b^n$ हो तो $a = b$ होगा, क्योंकि घातांक समान है।
अतः आधार भी समान होगा।
- जब आधार व घातें समान नहीं हो -
 $a^n = b^m$ हो तो $a = b^{m/n}$ या $b = a^{n/m}$
जैसे - $9^{12} = x^4 \Rightarrow x = 9^{12/4} \Rightarrow x = 9^3$

करणी (Surd)

जिस संख्या का मूल पूर्णतः ज्ञात नहीं किया जा सके, ऐसी संख्या के मूल को करणी (Surd) अथवा अमूलक संख्या (Irrational Quantity) कहते हैं।

जैसे- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ आदि करणी (Surd) अथवा अमूलक संख्या हैं।

करणी के प्रकार (Types of Surds)

1. **शुद्ध करणी (Pure Surds):-** ऐसी करणी जिसका परिमेय गुणनखण्ड हो, शुद्ध करणी कहलाती है।
2. **मिश्र करणी (Mixed Surds):-** ऐसी करणी जिसका एक गुणनखण्ड के अतिरिक्त कोई अन्य परिमेय संख्या हो, मिश्र करणी कहलाती है।
3. **समरूप अथवा सजातीय करणी (Similar or Like Surds):-** जिन करणियों के अपरिमेय गुणनखण्ड समान होते हैं, समरूप या सजातीय करणियाँ कहलाती हैं।
4. **संयुग्मी करणी (Conjugate Surds):-** द्विपद वाली ऐसी दो करणियाँ जिनके दोनों पद समान हो परन्तु दोनों करणियों में दोनों पदों के बीच केवल $+$ और $-$ चिह्न का अन्तर हो, संयुग्मी करणी कहलाती है।
जैसे:- $(2 + \sqrt{3})$ की संयुग्मी करणी $(2 - \sqrt{3})$ होगी।

करणियों का जोड़, घटाव, गुणनफल तथा भाजन

करणियों का जोड़, घटाव, गुणन और भाजन केवल समान घात समरूपद्ध वाली करणियों में किया जाता है, यदि करणियाँ समान घात में न हो, तो सबसे पहले उन्हें समान घात में बनाया जाता है फिर उनका जोड़, घटाव, गुणन तथा भाजन किया जाता है।

उदाहरण:

1. समान करणियों का जोड़

$$= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}(1 + 2 + 4)$$

$$= 7\sqrt{3}$$
2. समान करणियों का घटाव

$$= 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}(8 - 4)$$

$$= 4\sqrt{3}$$
3. समान करणियों का गुणन

$$= 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$$

$$= 4 \times 2 \times (\sqrt{3})^2$$

$$= 8 \times 3$$

$$= 24$$



4. समान करणियों का भाजन

$$\begin{aligned} &= 8\sqrt{3} \div 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} (8 \div 4) \\ &= \sqrt{3} \times 2 \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

अभ्यास प्रश्न

1. $(2.4 + 10^3) \div (8 \times 10^{-2}) = ?$

हल:- प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (2.4 + 10^3) \div (8 \times 10^{-2}) = ? \\ &\Rightarrow (2.4 + 10^3)/(8 \times 10^{-2}) \\ &\Rightarrow 0.3 \times 10^{3+2} \\ &\Rightarrow 0.3 \times 10^5 \\ &\Rightarrow 3 \times 10^4 \end{aligned}$$

2. $4\sqrt{(625)^3}$ का मान निकालिए।

हल:- प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 4\sqrt{(625)^3} \\ &\Rightarrow (625)^{\frac{3}{4}} \\ &\Rightarrow 5^{4 \times \frac{3}{4}} \\ &\Rightarrow 5^3 \\ &\Rightarrow 125 \end{aligned}$$

3. $(\sqrt{8})^{1/3}$

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (\sqrt{8})^{1/3} \\ &\Rightarrow (8^{\frac{1}{2}})^{1/3} \\ &\Rightarrow 8\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) 8^{\left(\frac{1 \times 1}{2 \times 3}\right)} \\ &\Rightarrow 8^{1/6} \\ &\Rightarrow (2^3)^{1/6} \\ &\Rightarrow 2^{3 \times \frac{1}{6}} \Rightarrow 2^{1/2} \Rightarrow \sqrt{2} \end{aligned}$$

4. $(32)^{-1/5}$ बराबर है?

हल:- $(32)^{-1/5}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \left(\frac{1}{32}\right)^{1/5} \\ &\Rightarrow \left[\left(\frac{1}{2}\right)^5\right]^{1/5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{5 \times \frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}$$

Ans. $\frac{1}{2}$

5. $\left(-\frac{1}{125}\right)^{-2/3}$ का मान होगा?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \left(-\frac{1}{125}\right)^{-2/3} \\ &\Rightarrow (-125)^{2/3} \\ &\Rightarrow [(-5)^3]^{2/3} \\ &\Rightarrow (-5)^{3 \times \frac{2}{3}} \\ &\Rightarrow (-5)^2 \\ &\Rightarrow 25 \end{aligned}$$

Ans. 25

6. $\sqrt[3]{(64)^{-4}} \times (125)^{-2}$ का मान होगा?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \sqrt[3]{(64)^{-4}} \times (125)^{-2} \\ &\Rightarrow (64)^{-4/3} \times 125^{-2/3} \\ &\Rightarrow (4^3)^{-\frac{4}{3}} \times (5^3)^{-2/3} \\ &\Rightarrow 4^{-4} \times 5^{-2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{256} \times \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6400}$$

Ans. $\frac{1}{6400}$

7. व्यंजक $\left[(\sqrt{5})^5 \times \frac{(\sqrt{5})^{-3}}{(\sqrt{5})^{-2}}\right]^{3/2}$ का मान है?

हल:- प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \left[(\sqrt{5})^5 \times \frac{(\sqrt{5})^{-3}}{(\sqrt{5})^{-2}}\right]^{3/2} \\ &\Rightarrow \left[\frac{5^{\frac{5}{2}} \times 5^{-\frac{3}{2}}}{5^{-1}}\right]^{3/2} = \left[\frac{5^1}{5^{-1}}\right]^{3/2} \\ &\Rightarrow (5^2)^{3/2} = 5^3 \end{aligned}$$

Ans. 5^3

8. $2^{-2} + (-2)^2$ बराबर है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow 2^{-2} + (-2)^2$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{2^2}\right] + (-2^2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$$

Ans. $\frac{17}{4}$

9. $(8)^{-25} - (8)^{-26}$ का मान है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow (8)^{-25} - (8)^{-26}$$

$$\Rightarrow (8)^{-25}(1 - 8^{-1})$$

$$\Rightarrow (8)^{-25}\left(1 - \frac{1}{8}\right)$$

$$\Rightarrow (8)^{-25} \times \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 7 \times 8^{-26}$$

Ans. 7×8^{-26}

10. $(64)^{-\frac{1}{4}} \times (16)^{\frac{1}{4}}$ का मान है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow (64)^{-\frac{1}{4}} \times (16)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(64)^{\frac{1}{4}}} \times (16)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{(8^2)^{\frac{1}{4}}} \times (2^4)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(8)^{\frac{1}{2}}} \times 2 = \frac{1}{\sqrt{8}} \times 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ans. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. $a^{-5} \times a^{-4} \times a^{-3} a^{-2} \times a^5 \times a^6 \times a^7$ बराबर है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow a^{-5} \times a^{-4} \times a^{-3} \times a^{-2} \times a^5 \times a^6 \times a^7$$

$$\Rightarrow a^{(-5-4-3-2+5+6+7)}$$

$$\Rightarrow a^{(-14+18)}$$

$$\Rightarrow a^4$$

12. $(1296)^{0.75} \times (36)^{-1}$ का मान है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow (1296)^{3/4} \times \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow (6^4)^{3/4} \times \frac{1}{6^2}$$

$$\Rightarrow 6^3 \times 1/6^2 = 6$$

13. $2^x \times 4^{3x+4}$ बराबर है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow 2^x \times 4^{3x+4}$$

$$\Rightarrow 2^x \times 2^{2(3x+4)} = 2^x \times 2^{(6x+8)}$$

$$\Rightarrow 2^{7x+8}$$

Ans. 2^{7x+8}

14. यदि $(2^m)^m = 512$, तो m बराबर है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow (2^m)^m = 512$$

$$\Rightarrow 2^{m^2} = 2^9$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{9}$$

Ans. 3

15. माना m तथा n दो पूर्ण संख्याएँ हैं यदि $m^n = 25$ हैं, तो n^m का मान है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow m^n = 25 = 5^2$$

$$\Rightarrow n^m = 2^5 = 32$$

Ans. 32

16. यदि $2^x \times 8^{1/5} = 2^{1/5}$ हो, तो x का मान क्या है?

हल:- प्रश्नानुसार ,

$$\Rightarrow 2^x \times 8^{1/5} = 2^{1/5}$$

$$\Rightarrow 2^x \times 2^{3/5} = 2^{1/5}$$

$$\Rightarrow x + \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{2}{5}$$

17. यदि $a^{mn} = (a^m)^n$ हो, तो m का मान क्या होगा ?

हल→ $a^{mn} = (a^m)^n \Rightarrow a^{mn} = a^{mn}$



$$\Rightarrow m^n = mn \Rightarrow n = \frac{m^n}{m}$$

$$\Rightarrow m^{n-1} = n \Rightarrow m = n^{1/n-1}$$

18. यदि $(\frac{5}{7})^4 \times (\frac{5}{7})^{-3} = (\frac{5}{7})^{5x-2}$ हो, तो x है ?

$$\text{हल} \rightarrow (\frac{5}{7})^4 \times (\frac{5}{7})^{-3} = (\frac{5}{7})^{5x-2}$$

$$\Rightarrow (\frac{5}{7})^{4+(-3)} = (\frac{5}{7})^{5x-2}$$

$$\Rightarrow 4 - 3 = 5x - 2 \Rightarrow 1 = 5x - 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

19. 0.00001278 को मानक रूप में $k \times 10^n$ द्वारा व्यक्त किया जाता है $(k + n)$ का मान है-

$$\text{हल} \rightarrow 0.00001278 = 1.278 \times 10^{-5}$$

$$k \times 10^n = 1.278 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow k = 1.278 \text{ और } n = -5$$

$$\therefore (k + n) = 1.278 + (-5)$$

$$= 1.278 - 5 = -3.722$$

20. जबकि $a=2, b=3$ और $c=0$ हैं, तो $\frac{(2^a)^{bc}}{(5^b)^{ac}}$ का मान क्या होगा ?

$$\text{हल} \rightarrow \frac{(2^a)^{bc}}{(5^b)^{ac}} = 13 \frac{2^{abc}}{5^{abc}} = \frac{2^0}{5^0} \quad [\because c = 0 \Rightarrow abc = 0]$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

21. यदि $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$ हो, तब x का मान होगा?

$$\text{हल} \rightarrow \sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$5 + \sqrt[3]{x} = 9 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 9 - 5$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x} = 4$$

दोनों तरफ घन करने पर

$$x = 64$$

22. x का मान क्या होगा, यदि $5^x (\sqrt{32})^{x/x+3} = 50$ हो ?

$$\text{हल} \rightarrow 5^x (\sqrt{32})^{x/x+3} = 50$$

$$\Rightarrow 5^x (32^{\frac{1}{2}})^{\frac{x}{x+3}} = 50 \Rightarrow 5^x (32)^{\frac{x}{2(x+3)}} = 50$$

$$\Rightarrow 5^x (2^5)^{\frac{x}{2x+6}} = 25 \times 2$$

$$\Rightarrow 5^x \cdot 2^{\frac{5x}{2x+6}} = 5^2 \times 2^1$$

$$\Rightarrow x = 2$$

23. $2^{2^2}, \{2^2\}^{2^2}$ और $\{2^{2^2}\}^2$ का सरलतम रूप है |

$$\text{हल} \rightarrow 2^{2^2} = 2^{2^4} = 2^{16} \quad (\because 2^2 = 4 \text{ व } 2^4 = 16)$$

$$\{2^2\}^{2^2} = (2^2)^4 = 4^4$$

$$\{2^{2^2}\}^2 = (2^4)^2 = 16^2$$

$$\text{Ans. } 2^{16}, 4^4, 16^2$$

24. यदि $ax = b, by = c$ तथा $c^z = a$ हो, तब xyz का मान होगा ?

$$\text{हल} \rightarrow ax = b \Rightarrow (c^z)x^z = b \quad (\because c^z = a)$$

$$\Rightarrow c^{zx} = b \Rightarrow (b^y)^{zx} = b \quad (\because b^y = c)$$

$$\Rightarrow b^{xyz} = b^1$$

$$\Rightarrow xyz = 1$$

25. $\frac{3^{502} - 3^{500} + 16}{3^{500} + 2}$ का मान है

$$\text{हल} \rightarrow \frac{3^{502} - 3^{500} + 16}{3^{500} + 2} = \frac{3^{500}(3^2 - 1) + 16}{3^{500} + 2}$$

$$= \frac{3^{500}(8) + 16}{3^{500} + 2} = \frac{8[3^{500} + 2]}{3^{500} + 2} = 8$$

26. माना m और n दो पूर्ण संख्याएँ हैं | यदि $m^n = 121$ हो तो n^m का मान होगा-

$$\text{हल} \rightarrow m^n = 121$$

$$\because m \text{ और } n \text{ दोनों पूर्णांक हैं, यह तभी संभव है यदि } m = 11 \text{ तथा } n = 2 \text{ हो तो } (11^2 = 121)$$

$$\therefore n^m = 2^{11} = 2048$$

27. 1.2×10^{30} का आधा है ?

$$\text{हल} \rightarrow 1.2 \times 10^{30} \text{ का आधा} = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 10^{30}$$

$$= \frac{1.2}{2} \times 10^{30} = 0.6 \times 10^{30}$$

$$= 6 \times 10^{29}$$

28. यदि $2^{2x-y} = 16$ और $2^{x+y} = 32$ तो xy का मान है -

$$\text{हल} \rightarrow 2^{2x-y} = 16 \Rightarrow 2^{2x-y} = 2^4$$

$$\therefore 2x - y = 4 \dots\dots\dots(i)$$

$$2x + y = 32 \Rightarrow 2x + y = 25$$

अध्याय - 3

गुणनखंड

गुणनखण्ड :- किसी वस्तु (संख्या, बहुपद या मैट्रिक्स) को अन्य वस्तुओं के गुणनफल के रूप में तोड़ने की क्रिया को गुणनफल कहते हैं! तथा किसी वस्तु के गुणनखण्डों को परस्पर गुणा करने पर वह मूल वस्तु पुनः प्राप्त हो जाती है!

एक संख्या जो किसी दी गई संख्या को पूर्णतः विभाजित करती है, दी गई संख्या को गुणनखंड या भाजक कहलाती है।

- 1 प्रत्येक संख्या का गुणनखंड होता है
- प्रत्येक संख्या स्वयं का गुणनखंड होती है।
- किसी भी संख्या का सबसे छोटा गुणनखंड 1 और सबसे बड़ा गुणनखंड संख्या स्वयं होती है।
- यदि p और q दो सापेक्षिक अभाज्य संख्याएँ हो और दोनों एक संख्या n के गुणनखंड हो तब उनका गुणनफल pq भी n का एक गुणनखंड होगा।
- यदि p दो संख्याओं q और r का भाजक (गुणनखंड) हो तो p उनके योग $q + r$ और अंतर $q - r$ का भी भाजक होगा।

गुणनखंडों की संख्या :- सबसे पहले दी गई संख्या को अभाज्य संख्या में तोड़ते हैं, अभाज्य संख्याओं को घात के रूप में लिखते हैं, प्रत्येक अभाज्य संख्या की घात में 1 जोड़कर आपस में गुणा करते हैं, प्राप्त परिणाम ही कुल गुणनखंड होगा।

जैसे - $50 = 2 \times 5 \times 5 = 2^1 \times 5^2$
 $= (1+1) (2+1) = 2 \times 3 = 6$ अतः 50 के कुल गुणनखंड 6 होंगे।

उदाहरण- $78 = 2 \times 3 \times 13 = 2^1 \times 3^1 \times 13^1$
 $= (1+1) (1+1) (1+1) = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 अतः 78 के कुल गुणनखंड 8 होंगे।

उदाहरण - व्यंजक $4^9 \times 5^7 \times 13^{17}$ के सभी गुणनखंडों की संख्या ज्ञात करें?

हल - $4^9 \times 5^7 \times 13^{17} = 2^9 \times 2^9 \times 5^7 \times 13^{17}$
 $= 2^{18} \times 5^7 \times 13^{17}$

$\therefore$ सभी गुणनखंडों की संख्या $= (18+1) (7+1) (17+1)$

$= 19 \times 8 \times 18 = 2736$

अभाज्य गुणनखंडों की संख्या :- दी गई संख्या को अभाज्य गुणनखंडों में तोड़ा जाता है। जितने अभाज्य

संख्याओं के टुकड़े होंगे उतने ही अभाज्य गुणनखंडों की संख्या होगी।

जैसे - 50 के अभाज्य गुणनखंड

$$50 = 2 \times 5 \times 5 = 2^1 \times 5^2$$

$\Rightarrow 1 + 2 = 3$ अभाज्य गुणनखंड संख्या

78 के अभाज्य गुणनखंड

$$\Rightarrow 78 = 2 \times 3 \times 13 = 2^1 \times 3^1 \times 13^1$$

$\Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$ अभाज्य गुणनखंड संख्या

यदि भाज्य संख्या पर पहले से घात दे रखी हो तो उसे पहले अभाज्य संख्याओं में तोड़ते हैं फिर अभाज्य संख्याओं पर उसकी घात लगाकर उन घातों को जोड़ देते हैं।

जैसे - $30^4 = 2^4 \times 3^4 \times 5^4 = 4+4+4 = 12$ अभाज्य गुणनखंड होंगे।

उदाहरण - $12^3 \times 9^2 \times 20^4$ के अभाज्य गुणनखंड $= 2^3 \times 2^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 2^2 \times 2^4 \times 2^4 \times 5^4 = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 = 25$ अभाज्य गुणनखंड हैं।

गुणनखंडों का योग :- सबसे पहले दी गई संख्या को अभाज्य संख्या में तोड़ते हैं। और अभाज्य संख्याओं को घात के रूप में लिख लेते हैं और फिर प्रत्येक अभाज्य संख्या की बड़ी घात से लेकर घात 0 तक को हल करके आपस में जोड़ देते हैं और फिर प्राप्त परिणाम को गुणा करने पर जो मान प्राप्त होता है वो ही गुणनखंडों का योग होगा।

जैसे:- 50 के सभी गुणनखंडों का योग = ?

$$\Rightarrow 50 = 2 \times 5 \times 5 = 2^1 \times 5^2$$

$$= (2^1 + 2^0) (5^2 + 5^1 + 5^0)$$

$$= (2 + 1) (25 + 5 + 1)$$

$$= 3 \times 31 = 93$$

2nd विधि $\rightarrow$ 50 के गुणनखंड

$$= 1, 2, 5, 10, 25, 50 \text{ का योग} = 93$$

उदाहरण :- $3^3 \times 5^4$ के सभी गुणनखंडों का योग क्या होगा ?

$$\text{हल- } (3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^0) (5^4 + 5^3 + 5^2 + 5^1 + 5^0)$$

$$= (27 + 9 + 3 + 1) (625 + 125 + 25 + 5 + 1)$$

$$\Rightarrow (40) (801) = 40 \times 801 = 32040$$

विषम गुणनखंड :- इसमें हम दी गई संख्या को अभाज्य संख्या में तोड़ते हैं और फिर उन अभाज्य संख्याओं में से प्रत्येक विषम अभाज्य संख्याओं की घातों में 1 जोड़कर आपस में गुणा करने पर प्राप्त परिणाम विषम गुणनखंड होते हैं। अर्थात् इसमें हम सम अभाज्य संख्या 2 के अलावा सभी विषम अभाज्य संख्याओं की घातों से हल

करते हैं। यदि संख्या विषम हो तो सभी गुणनखंड विषम गुणनखंड ही होते हैं।

सम गुणनखंड :- कुल गुणनखंड में से विषम गुणनखंड घटाने पर शेष बचे गुणनखंड सम गुणनखंड होते हैं।

अभ्यास प्रश्न

1. 500 के अभाज्य गुणनखंड, गुणनखंड, सभी गुणनखंडों का योग, विषम गुणनखंड तथा सम गुणनखंड कितने होंगे ज्ञात करो ?

2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\Rightarrow 2^2 \times 5^3 = 2 + 3 = 5$$

अतः 500 के अभाज्य गुणनखंड 5 होंगे।

$$2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1)(3 + 1)$$

$$\Rightarrow 3 \times 4 = 12 \text{ गुणनखंड होंगे।}$$

$$2^2 \times 5^3 \Rightarrow \text{गुणनखंडों का योग} = (2^2 + 2^1 + 2^0)(5^3 + 5^2 + 5^1 + 5^0)$$

$$\Rightarrow (4 + 2 + 1)(125 + 25 + 5 + 1)$$

$$\Rightarrow 7 \times 156 = 1092 \text{ गुणनखंडों का योग}$$

विषम गुणनखंड :- 500 के अभाज्य गुणनखंड $2^2 \times 5^3$ में विषम अभाज्य संख्या 5 है।

अतः विषम अभाज्य गुणनखंड के लिए 5 की घात में 1 जोड़ देंगे

$$\Rightarrow 3 + 1 = 4$$

सम गुणनखंड :-

$$\text{सम गुणनखंड} = \text{कुल गुणनखंड} - \text{विषम गुणनखंड}$$

$$\therefore 12 - 4 = 8$$

2. 5005 के अभाज्य गुणनखंड हैं ?

5	5005
7	1001
11	143
13	13
	1

$$5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

अभाज्य गुणनखंड = 5, 7, 11, व 13

3. (12 और 16 का न्यूनतम सार्वगुणज) $\times$ (10 और 15 का न्यूनतम सार्वगुणज) बराबर है ?

हल $\rightarrow$ 12 तथा 16 का न्यूनतम सार्वगुणज

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

10 तथा 15 का न्यूनतम सार्वगुणज

$$= 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\text{प्रश्नानुसार :- } 48 \times 30 = 1440$$

4. $6^3 \times 3^{14} \times 11^7 \times 65^4$ में अभाज्य गुणनखंडों की संख्या है ?

$$\text{हल} \rightarrow (2 \times 3)^3 \times 3^{14} \times 11^7 \times (13 \times 5)^4$$

$$\Rightarrow 2^3 \times 3^{17} \times 11^7 \times 5^4 \times 13^4$$

$$\text{कुल अभाज्य गुणनखंड} = 3 + 17 + 7 + 4 + 4 = 35$$

5. 100 के सम भाजकों की संख्या होगी ?

$$\text{हल} \rightarrow 100 \text{ के सम भाजक} = 2, 4, 10, 20, 50, 100$$

$$\text{कुल सम भाजकों की संख्या} = 6$$

6. (36 और 60 का सबसे छोटा सार्वगुणज) $\div$ (18 और 45 का सबसे बड़ा सार्वगुणनखंड) बराबर है -

$$\text{हल} \rightarrow 36 \text{ व } 60 \text{ का LCM} = 180$$

$$\text{तथा } 18 \text{ व } 45 \text{ का HCF} = 9$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } 180 \div 9 = 20$$

7. (4, 5 और 6 का सबसे छोटा सार्वगुणज) और (3, 6 और 9 का सबसे छोटा सार्वगुणनखंड) का अंतर है?

$$\text{हल} \rightarrow 4, 5 \text{ और } 6 \text{ का ल.स.} = 60$$

$$3, 6 \text{ और } 9 \text{ का ल.स.} = 18$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } 60 - 18 = 42$$

8. (21 और 49 के बीच 7 के गुणजों का योगफल) $\div$ (25 और 30 का सबसे बड़ा सार्वगुणनखंड) बराबर है -

$$\text{हल} \rightarrow 21 \text{ और } 49 \text{ के बीच 7 के गुणजों का योगफल} = 28 + 35 + 42 = 105$$

$$25 \text{ और } 30 \text{ का HCF} = 5$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{105}{5} = 21$$

9. 5, 10 और 35 के सबसे छोटे सार्वगुणज और सबसे बड़े सार्वगुणनखंड का अंतर है ?

5	5, 10, 35
2	1, 2, 7
7	1, 1, 7
	1, 1, 1

$$5, 10, 35 \text{ का लघुत्तम सार्वगुणज} = 5 \times 2 \times 7 = 70$$

$$5, 10, 35 \text{ का महत्तम सार्वगुणनखंड} = 5$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } 70 - 5 = 65$$

10. $10^{10} \times 1.5^5 \times 2.5^5$ के अभाज्य गुणनखंड कितने हैं?

$$\text{हल} \rightarrow 10^{10} \times \left(\frac{15}{10}\right)^5 \times \left(\frac{25}{10}\right)^5$$

$$= 10^{10} \times \frac{15^5}{10^5} \times \frac{25^5}{10^5}$$

$$= 3^5 \times 5^5 \times 5^5 \times 5^5$$

$$(2x + 3)(x + 2)$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

Example-5 $2x^2 - 5x + 3$ को हल करें

$$= 2x^2 - 3x - 2x + 3$$

$$x(2x - 3) - 1(2x - 3)$$

$$(x - 1)(2x - 3)$$

$$x = 1, x = -3/2$$

अगर x का मान ना निकले तब हम दूसरे नियम से निकालते हैं

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad [\because ax^2 + bx + c = 0]$$

Example-1 $-3x^2 + 10x - 3 = 0$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \times (-3) \times (-3)}}{2 \times (-3)}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{-6} = \frac{-10 \pm 8}{-6}$$

$$x = \frac{-10+8}{-6} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}; x = \frac{-10-8}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3$$

$$x = 1/3, x = 3$$

Example-2 $x^2 - 3x - 4 = 0$ तो सभी का हल होगा?

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2} = x = \frac{3+\sqrt{7}}{2}, \frac{3-\sqrt{7}}{2}$$

Example-3 यदि किसी बहुपद $x^4 + x^2 - 20$ एक एक

गुणखंड $x^2 + 5$ हो तो दूसरा गुणखंड होगा?

$$x^4 + x^2 - 20 = (x^2 + 5)(z)$$

$$\text{माना } z = x^2 - 5$$

Example-4 $3x^2 - x - 4$ के गुणखंड हैं?

$$= 3x^2 + 3x - 4x - 4 = 0$$

$$3x(x+1) - 4(x+1) = 0$$

$$(3x-4)(x+1)$$

परीक्षा में पूछे गये प्रश्न

1. व्यंजक $(x^2 - 2xy + y^2) - z^2$ के गुणखंड हैं।

$$\text{हल} \rightarrow (x^2 - 2xy + y^2) - z^2 = (x - y)^2 - z^2$$

$$= (x - y - z)(x - y + z)$$

2. व्यंजक $a^2 + b^2 - 2(ab - ac + bc)$ का गुणखंड हैं-

$$\text{हल} \rightarrow a^2 + b^2 - 2(ab - ac + bc)$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab + 2ac - 2bc$$

$$= (a - b)^2 + 2c(a - b)$$

$$= (a - b)[a - b + 2c]$$

$\therefore$ दिए गए व्यंजक का एक गुणखंड $a - b + 2c$ है।

3. व्यंजक $x^2 - 2xy + y^2 - x + y$ का एक गुणखंड हैं-

$$\text{हल} \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 - x + y$$

$$= (x - y)^2 - (x - y)$$

$$\therefore (x - y)[(x - y) - 1]$$

दिए गए व्यंजक का गुणखंड $(x - y - 1)$ है।

4. व्यंजक $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$ को जब $(x + 1)$ से भाग दिया जाता है तब शेषफल 19 है। a का मान है-

$$\text{हल} \rightarrow P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7 \text{ को } (x + 1) \text{ से भाग करने पर शेषफल} = 19$$

$$\text{इसलिए } P(-1) = 19$$

$$\Rightarrow (-1)^4 - 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - a(-1) + 3a - 7 = 19$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + a + 3a - 7 = 19$$

$$\Rightarrow 4a - 1 = 19$$

$$\Rightarrow 4a = 20$$

$$\Rightarrow a = 5$$

5. यदि $x^3 + ax^2 + bx + 16$ का एक गुणखंड $(x - 2)$ है और $b = 4a$, तब a और b क्रमशः हैं -

$$\text{हल} \rightarrow \text{माना } f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 16 \text{ का गुणखंड } (x - 2) \text{ है।}$$

$$\text{इसलिए } f(2) = 0$$

$$\text{लेकिन } f(2) = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + 16$$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b + 24 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = -24$$

$$\Rightarrow 2(2a + b) = -24$$



$$\Rightarrow 2a + b = -12$$

दिया हुआ है $b = 4a$

$$\Rightarrow 2a + 4a = -12 \Rightarrow 6a = -12$$

$$\Rightarrow a = -2$$

$$\therefore b = 4(-2) = -8$$

अतः $a = -2$, $b = -8$

6. $25 - p^2 - q^2 - 2pq$ का गुणनखंड है-

हल $\rightarrow 25 - p^2 - q^2 - 2pq$

$$= 25 - (p^2 + q^2 + 2pq)$$

$$= (5)^2 - (p + q)^2$$

$$= (5 + p + q)(5 - p - q)$$

7. $x^2 + 7x + 10$ और $x^2 - 3x - 10$ का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है -

हल $\rightarrow x^2 + 7x + 10$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 2x + 10$$

$$\Rightarrow x(x + 5) + 2(x + 5)$$

$$= (x + 5)(x + 2)$$

अब $x^2 - 3x - 10$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10$$

$$\Rightarrow x(x - 5) + 2(x - 5)$$

$$= (x - 5)(x + 2)$$

$$\therefore \text{उभयनिष्ठ गुणनखंड} = (x + 2)$$

8. व्यंजक $x^2 - y^2 + x + y - z^2 + 2yz - z$ का एक गुणनखंड है-

हल $\rightarrow x^2 - y^2 + x + y - z^2 + 2yz - z$

$$= x^2 - (y^2 + z^2 - 2yz) + x + y - z$$

$$= x^2 - (y - z)^2 + x + y - z$$

$$= [(x + y - z)(x - y + z)] + (x + y - z)$$

$$= (x + y - z)[x - y + z + 1]$$

$$\therefore x - y + z + 1 \text{ एक गुणनखंड है।}$$

9. यदि x एक पूर्णांक है, जब $(x + 1)^4 - (x - 1)^4$ सदैव ही किस से विभाज्य है -

हल $\rightarrow (x + 1)^4 - (x - 1)^4$

$$= [(x + 1)^2]^2 - [(x - 1)^2]^2$$

$$= [(x^2 + 2x + 1)^2 - (x^2 - 2x + 1)^2]$$

$$= [x^4 + 4x^2 + 1 + 4x^3 + 4x + 2x^2] - [x^4 + 4x^2 + 1 - 4x^3 - 4x + 2x^2]$$

$$= x^4 + 4x^2 + 1 + 4x^3 + 4x + 2x^2 - x^4 - 4x^2 - 1 + 4x^3 + 4x - 2x^2$$

$$= 8x^3 + 8x$$

$$= 8x^3 + 8x$$

$$= 8x^3 + 8x$$

$$= 8x^3 + 8x$$

$$= 8(x^3 + x) \text{ या } 8x(x^2 + 1)$$

अतः दिया हुआ व्यंजक सदैव 8 से विभाज्य होगा।

10. $4x^2 + y^2 + 14x - 7y - 4xy + 12$ के गुणनखंडों में एक गुणनखंड है।

हल $\rightarrow 4x^2 + y^2 + 14x - 7y - 4xy + 12$

$$\Rightarrow 4x^2 + y^2 + 9 - 4xy - 6y + 12x + 2x - y + 3$$

$$= [(2x)^2 + (-y)^2 + (3)^2 - 4xy - 6y + 12x] + [2x - y + 3]$$

$$= (2x - y + 3)^2 + (2x - y + 3)$$

$$\therefore [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$$

$$= (2x - y + 3)[2x - y + 3 + 1]$$

$$= (2x - y + 3)[2x - y + 4]$$

11. $x^4 + x^2 + 1$ का एक गुणनखंड है-

हल $\rightarrow x^4 + x^2 + 1$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^2 - x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$$

$$\Rightarrow (x^2 + 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

12. बहुपद $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के संभव गुणनखंड हैं।

हल $\rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ में $x = 1$ रखने पर बहुपद का मान शून्य हो जाता है। अतः $(x - 1)$ एक गुणनखंड है।

इसी प्रकार $x = 2$ व $x = 3$ रखने पर भी बहुपद का मान शून्य हो जाता है। अतः $(x - 2)$ व $(x - 3)$ भी गुणनखंड हैं।

बीजगणित के सूत्र

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2$
- $(a + \frac{1}{a})^2 = (a - \frac{1}{a})^2 + 4$
- $(a - \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$
- $(a - \frac{1}{a})^2 = (a + \frac{1}{a})^2 - 4$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}$

अध्याय - 7

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

Q.15 $\sqrt[3]{1 - \frac{218}{343}}$ का मान क्या होगा ?

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow \sqrt[3]{1 - \frac{218}{343}} &\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{343-218}{343}} = \sqrt[3]{\frac{125}{343}} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Q.16 एक संख्या के वर्ग में से $(31)^3$ घटाने पर 7458 आता है। वह संख्या है -

हल $\rightarrow$ माना वो संख्या x है।

$$x^2 - (31)^3 = 7458$$

$$x^2 = 7458 + (31)^3$$

$$x^2 = 7458 + 29791$$

$$x^2 = 37249$$

$$\Rightarrow x = 193$$

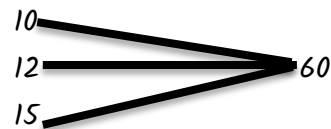
L.C.M. होता क्या है ?

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती है।

हम लोग गुणनखण्ड विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं। तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं।

जैसे - 10, 12, 15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जो 10, 12, 15 से कट जाए।



60 वह छोटी से छोटी संख्या है जो 10, 12, 15 से कट जाएगी। अतः 60 ही हमारा L.C.M. है।

या

आप दी संख्याओं 10, 12, 15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखें और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया है वो ही L.C.M. है जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10, 12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दें तो गुणनफल 60 आएगा जो 10, 12 से कट जाएगा।

भाग विधि -

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

$$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

गुणनखण्ड विधि -

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$LCM = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Note : अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता है।

महत्तम समापवर्त्य (H.C.F.) (म.स.) :- वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो

| अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो म.स. कहलाता है।

उदाहरण- 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ?

(i) भाग विधि -

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)20} \quad (4 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{)30} \quad (6 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)15} \quad (3 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

$$\begin{array}{r|l} 3 & 15 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा।

(ii) उभयनिष्ठ(Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती है।

Note :- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजूद होता है जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती है। अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता है।

दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :- दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं।

Example :-

1. 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$$

$$36, 4800, 150 \text{ का LCM} = 14400$$

$$0.036, 4.8, 0.15 \text{ का LCM} = \frac{14400}{1000}$$

$$\text{LCM} = 14.4$$

2. 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$$

$$200, 12000, 32 \text{ का HCF} = 8$$

$$\text{अतः } 0.20, 12 \text{ व } 0.032 \text{ का HCF} = \frac{8}{1000} = 0.008$$

भिन्नों का ल.स. एवं म.स. -

$$\text{भिन्नों का LCM} = \frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$$

$$\text{भिन्नों का HCF} = \frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$$

अक्षरों का LCM तथा HCF - अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ(Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है।

Example:-

A. $a^3b^5c^8, b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?

हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d हैं तथा इन पर बड़ी से बड़ी घात = a^3, b^{15}, c^8, d^4 हैं जो LCM होगा।

यहाँ दिए अक्षर a, b, c, d में Common अक्षर b व c पर सबसे छोटी घात वाला अक्षर b^5c^5 हैं जो HCF होगा।

अंक तथा अक्षरों का ल.स. तथा म.स. - जब अक्षर व अंक एक साथ दिए गए हो तो अंकों का व अक्षरों का अलग-अलग LCM व HCF ज्ञात करके प्रश्न को हल करते हैं।

Example :-

1. $8a^4b^8, 12a^2b^{12}c^{10}, 18a^7b^4c^3d^5$ का LCM व HCF ज्ञात करो ?

हल- 8, 12, 18 का ल.स.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 12, 18 \\ \hline 2 & 4, 6, 9 \\ \hline 2 & 2, 3, 9 \\ \hline 3 & 1, 3, 9 \\ \hline 3 & 1, 1, 3 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

$$a^4b^8, a^2b^{12}c^{10}, a^7b^4c^3d^5 \text{ का LCM} = a^7b^{12}c^{10}d^5$$

$$\therefore \text{LCM} = 72 a^7b^{12}c^{10}d^5$$

HCF के लिए -

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$$\text{HCF} = 2 \text{ (संख्याओं का म.स.)}$$

$$a^4b^8, a^2b^{12}c^{10}, a^7b^4c^3d^5 \text{ अक्षरों का HCF} = a^2b^4$$

$$\therefore \text{HCF} = 2a^2b^4$$

6. दो संख्याओं का ल.स. 495 तथा म.स. 5 है यदि उन संख्याओं का योग 100 हो तो अन्तर ?

म.स. 5 है तो संख्याएँ $5x + 5y$ होगी संख्याओं का ल.स. $= 5xy$

$$5xy = 495$$

$$xy = \frac{495}{5} = 99$$

$$\text{अन्तर} = 5x - 5y$$

$$5(x - y)$$

$$5 \times 2 = 10$$

संख्याओं का योग 100

$$5x + 5y = 100$$

$$5(x + y) = 100$$

$$x + y = 20$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - (4xy)$$

$$= (20)^2 - 4 \times 99$$

$$= 400 - 396$$

$$= 4$$

$$x - y = 2$$

7. तीन अलग-अलग रास्तों के क्रॉसिंग पर ट्रेफिक की बत्ती क्रमशः 48, 72, 108, सैकंड में बदलती यदि वह 8:20 पर एक साथ बदलती है। तो फिर एक साथ कब बदलेगी। 48, 72, 108 का ल.स. = 432 सै. या 7 मिनट 12 सै.

Next time बत्ती बदलेगी - 8:20 + 7:12 = 8:27:12

10. दो संख्याओं का गुणनफल 1008 है। और उसका ल.स. 168 है तो म.स. ज्ञात करें।

$$\frac{1008}{168} = 6$$

Type - 2

1. तीन संख्याएँ 2:3:4 के अनुपात में हैं तथा उनका म.स. 12 है। उनका ल.स. क्या होगा ?

अनुपात में 12 का गुणा करके संख्या निकालेंगे और उन संख्याओं का L.C.M. करेंगे।

वही Ans. होगा।

$$2 : 3 : 4$$

$$\times 12 \quad \times 12 \quad \times 12$$

$$24, 36, 48 \text{ का L.C.M.} = 144$$

2. दो संख्याएँ 3:4 के अनुपात में हैं। उनके म.स. तथा ल.स का गुणनफल 2028 है तो संख्याओं का योगफल ?

$$x^2 = \frac{2028}{3 \times 4} = 169$$

$$\text{योग} = 3x + 4x = 7x$$

$$x = \sqrt{169} = 13 \times 7 = 91$$

3. दो संख्याओं का योग 24 तथा उनके म.स. व ल.स. क्रमशः 8, 16 हैं उनके व्युत्क्रमों का योग होगा।

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

4. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का ल.स. ज्ञात करो।
भिन्नो का ल.स.

$$\text{अंशों का ल.स. / हरो का म.स.} = \frac{12}{1}$$

HCF और LCM के महत्वपूर्ण सूत्र:-

$$\text{ल.स.} = (\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}) \div \text{HCF}$$

$$\text{ल.स.} \times \text{म.स.} = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{पहली संख्या} = (\text{LCM} \times \text{HCF}) \div \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{म.स.} = (\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}) \div \text{LCM}$$

$$\text{दूसरी संख्या} = (\text{LCM} \times \text{HCF}) \div \text{पहली संख्या}$$

LCM एवं HCF के याद रखने योग्य तथ्य :-

- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक उन संख्याओं से छोटा नहीं होता है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक संख्या से बड़ा नहीं होता है।
- सह-अभाज्य संख्या का महत्तम समापवर्तक = 1 होता है।
- दो या दो से अधिक अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 1 होता है।
- यदि एक संख्या, दूसरी संख्या का गुणज हो, तो उनका लघुत्तम समापवर्तक सबसे बड़ी संख्या तथा महत्तम समापवर्तक सबसे छोटी संख्या होती है।

अभ्यास प्रश्न

1. वह सबसे बड़ी संख्या कौन सी है जिससे 2400 एवं 1810 से भाग देने पर क्रमशः 6 और 4 शेष बचते हैं।

हल:

$$2400 - 6 = 2394, 1810 - 4 = 1806$$

$$\text{अतः अभीष्ट संख्या } 2394 \text{ एवं } 1806 \text{ का म.स.} = 42$$

2. 10,000 में से कौन सी बड़ी संख्या घटाई जाय कि शेष 32, 36, 48 तथा 54 से पूर्ण या विभाजित हो-

हल:

$$32, 36, 48 \text{ एवं } 54 \text{ का ल.स.} = 864$$

$$\text{अतः वह बड़ी से बड़ी संख्या} = 10000 - 864 = 9136$$

3. वह सबसे बड़ी संख्या कौन सी है जिससे 38, 45 एवं 52 में भाग देने पर क्रमशः 2, 3 एवं 4 बचते हैं ?

हल:

$$\text{अभीष्ट अधिकतम संख्या} = (38 - 2), (45 - 3), (52 - 4) \text{ का म.स.}$$

$$= 36, 42, 48 \text{ का म.स.} = 6$$

Q. तीन अलग-अलग रास्तों के क्रॉसिंग पर ट्रैफिक की बत्ती क्रमशः 48, 72 तथा 108 सेकंड में बदलती हैं, यदि वह 8:20:00 बजे एक साथ बदलती हैं, तो फिर एक साथ बदलेगी -

हल:- परंपरागत विधि

48, 72 तथा 108 का ल. स. प.

2	48, 72, 108
2	24, 36, 54
2	12, 18, 27
2	6, 9, 27
3	3, 9, 27
3	1, 3, 9,
3	1, 1, 3
	1, 1, 1,

ल. स. प. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$ से.
या 7 मिनट 12 से.

अतः अगली बार ट्रैफिक बत्ती बदलेगी = 8 : 20 : 00 +
7 : 12 = 8 : 27 : 12

Q. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर, डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः समान माप की बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की आवश्यकता होगी?

हल:- परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

465)496 (1

465

31) 465 (15

465

31)403 (13

403

xxx

- तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी जो कि 31 लीटर हैं।
- पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल $403 \div 31 = 13$
- डीजल के लिए आवश्यक बोतल $465 \div 31 = 15$
- मोबिल के लिए आवश्यक बोतल $496 \div 31 = 16$
- कुल बोतलों की संख्या = 44

Q. $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$, $8^2 \times 12 \times 4^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा?

हल: $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$ एवं $8^2 \times 12 \times 4^2$ या

$$(2^3)^2 \times (2^2)^4 \times 2^2 \times 5^2,$$

$$(2^2)^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3, (2^3)^2 \times 2^2 \times 3(2^2)^2$$

$$= 2^9 \times 2^8 \times 2^2 \times 5^2, 2^6 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3,$$

$$26 \times 22 \times 3 \times 2^4$$

$$= 2^{19} 5^2, 2^{12} 5^3, 2^{12} 3$$

तीनों में कॉमन 2 है तथा इसकी कॉमन घात 12 है।

अतः $2^{12} = 4096$ HCF होगा।

Q. पदों $8a^2b^2c$ एवं $16ab^2d$ का लघूत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें।

हल: $8a^2b^2c$ के गुणखंड $2^3a^2b^2c$

$16ab^2d$ के गुणखंड $2^4 \times ab^2d$

LCM = दोनों में प्रत्येक गुणांक एवं व्यंजक की उच्चतम घातों का गुणा = $2^4 \times a^2 \times b^2 \times c \times d$

$$(LCM) = 16a^2b^2cd$$

Q. 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} का लघूत्तम समापवर्त्य होगा।

हल:- 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} में सभी पदों के आधार (4) समान हैं। अतः 4 की सबसे बड़ी घात 4^{-1} ही लघूत्तम समापवर्त्य (LCM) होगा।

Q. 2^3 , 3^2 , 4 तथा 15 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।

हल: 2^3 , 3^2 , 4, 15

अर्थात् 8, 9, 4, 15 का म. स. = 1



12. यदि वर्ष 2002 में कंपनी C₁ का व्यय रु 2.25 लाख, तो उस वर्ष C₁ का लाभ प्रतिशत कितना था?

- (A) 124% (B) 112%
(C) 122% (D) 108%
(E) 118%

Ans. (C)

2009 में कंपनी Company
It लाभ प्रतिशत =

$$\therefore \text{Profit Percentage} = \frac{5 - 2.25}{2.25} \times 100 = 122\%$$

13. यदि वर्ष 2011 में कंपनी C₂ का लाभ प्रतिशत 20% है, तो उस वर्ष इसका व्यय क्या था? (रु. लाख में)

- (A) 5.83 (B) 4.58
(C) 4.12 (D) 6.83
(E) 4.45

Ans. (A)

2011 में कंपनी C Company:

$$20 = \frac{7 - \text{Expenditure}}{\text{Expenditure}} \times 100$$

$$\Rightarrow 20 \text{ Expenditure} = 700 - 100E$$

$$\Rightarrow E = \frac{700}{120} = \text{Rs. } 5.83 \text{ lakh}$$

14. सभी वर्षों में कंपनी C₄ की औसत आय क्या है? (रु. में लाख)

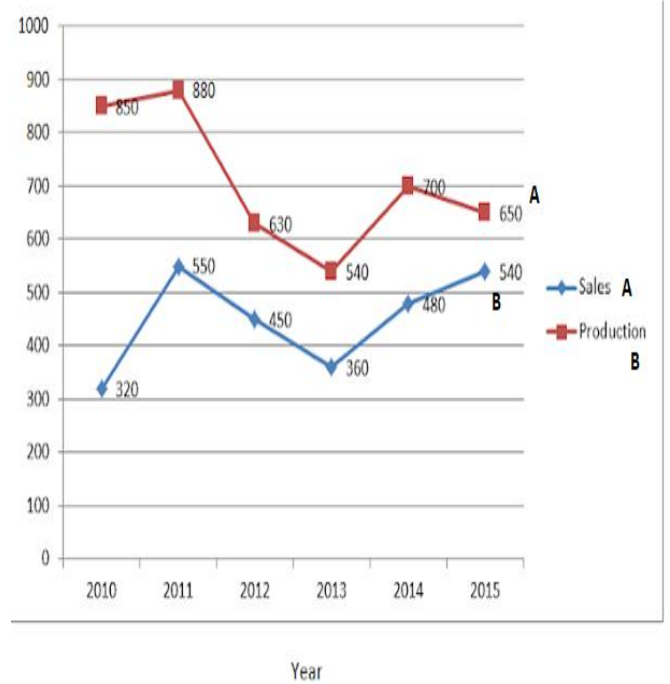
- (A) 4.63 (B) 3.83
(C) 4.83 (D) 4.23

Ans. (C)

$$= \text{Rs. } \left(\frac{6 + 4.5 + 5 + 4 + 5 + 4.5}{6} \right) \text{ lakh} = \text{Rs. } 4.83 \text{ lakh}$$

निर्देश (15-19): रेखा ग्राफ का ध्यानपूर्वक अध्ययन करें और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें:

नीचे दिया गया ग्राफ उत्पादन (टन में) और बिक्री (2010-15 से एक कंपनी 'ए' के टन में) का प्रतिनिधित्व करता है।



नीचे दी गई तालिका में कंपनी A के उत्पादन (टन) में कंपनी B के उत्पादन (टन) में और कंपनी A की बिक्री (टन) में बिक्री के अनुपात (टन में) के अनुपात को दिखाया गया है।

साल	उत्पादन	बिक्री
2010	17:16	4:5
2011	8:7	11:12
2012	9:10	9:14
2013	18:19	5:6
2014	7:6	00:11
2015	13:14	9:10

15. निम्नलिखित में से किस वर्ष में कंपनी ए के उत्पादन में प्रतिशत वृद्धि / कमी पिछले वर्ष की तुलना में दूसरी सबसे अधिक है?

- (A) 2012 (B) 2011
(C) 2014 (D) 2010
(E) 2015

Ans. (D)

16. कंपनी ए के उत्पादन में प्रतिशत वृद्धि / कमी: सभी वर्षों में कंपनी A की कुल बिक्री लगभग A कंपनी के कुल उत्पादन का लगभग कितना प्रतिशत है?

- (A) 61.5%
(B) दिए गए विकल्पों में से अन्य
(C) 63.5%
(D) 65%

Ans. (C)

आवश्यक प्रतिशत

$$= \frac{2700}{4250} \times 100 = 63.5\%$$

17. सभी वर्षों में कंपनी बी का औसत उत्पादन एक साथ क्या है?

- (A) 675 टन (B) 680 टन
(C) 690 टन (D) 655 टन

Ans. (C)

$$= \frac{4140}{6} = 690 \text{ tonnes}$$

18. सभी वर्षों में कंपनी बी की कुल बिक्री एक साथ क्या है?

- (A) 3182 टन
(B) 3072 टन
(C) दिए गए विकल्पों
(D) 3172 टन में से अन्य

Ans. (D)

आवश्यक उत्तर = 3172 टन

19. 2010 में कंपनी बी के उत्पादन का अनुपात 2012 में कंपनी ए के उत्पादन का अनुपात क्या है?

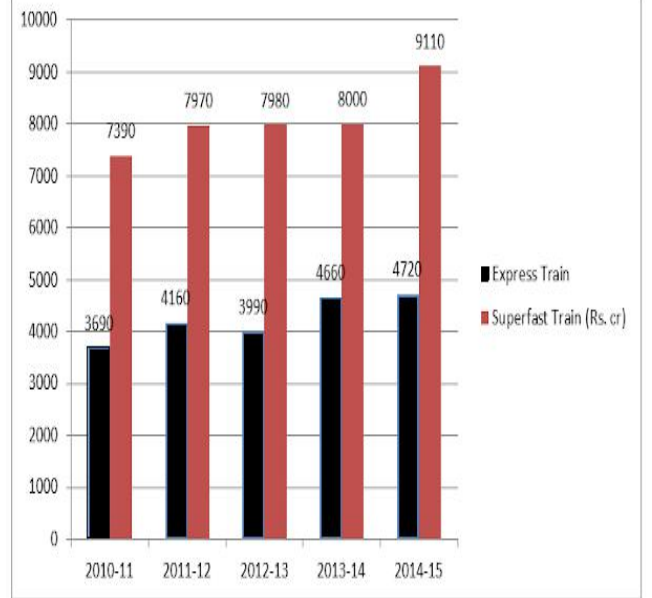
- (A) 77:62 (B) 80:79
(C) 80:61 (D) 80:63

Ans. (D)

आवश्यक अनुपात = 800: 630 = 80:63

निर्देश (20-25): नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर देने के लिए निम्नलिखित बार ग्राफ का अध्ययन करें:

सुपर फास्ट ट्रेनों और एक्सप्रेस ट्रेनों से रेलवे की आय दोनों (सुपर फास्ट ट्रेनों और एक्सप्रेस ट्रेनों) पर रेलवे का कुल व्यय [लाभ = आय - व्यय]



20. निम्नलिखित में से किस वर्ष में रेलवे की कुल आय में प्रतिशत वृद्धि / कमी में प्रतिशत वृद्धि / कमी है, जो कि उसके स्पष्ट वर्ष की तुलना में अधिकतम है?

- (A) 2012 - 13 (B) 2014 -15
(C) 2011-12 (D) 2013-14

Ans. (C)

$$\text{In 2011 - 12} = \frac{12130 - 11080}{11080} \times 100 = 9.48\%$$

$$2012 - 13 = \frac{11970 - 12130}{12130} \times 100 = -1.32\%$$

$$2013 - 14 = \frac{12660 - 11970}{11970} \times 100 = 5.76\%$$

$$2014 - 15 = \frac{13830 - 12660}{12660} \times 100 = 9.24\%$$

Hence, maximum increase is in 2011-12

अध्याय - 21

शिक्षण विधियाँ

(1) गणित की प्रकृति एवं तर्कशक्ति

गणित का अर्थ

प्रिय दोस्तों, गणित अंक, अक्षर, चिह्न आदि संक्षिप्त संकेतों का वह विज्ञान है जिसकी सहायता से परिमाण, दिशा तथा स्थान का बोध होता है !

गणित की उत्पत्ति

‘गणित’ शब्द ‘गण’ धातु से बना है जिसका अर्थ होता है – ‘गिनना’। ‘मैथेमेटिक्स’ शब्द की उत्पत्ति यूनानी शब्द ‘मैथेमेटा’ से हुई है, जिसका अर्थ है – ‘वस्तुएँ’ (विषय) जिनका अध्ययन किया जाता है ! वास्तव में गणित का शाब्दिक अर्थ है – ‘वह शास्त्र जिसमें गणनाओं की प्रधानता होती है !’

गणित की प्रमुख परिभाषाएँ

1. **लॉक के अनुसार** – ‘गणित वह मार्ग है जिसके द्वारा मन या मस्तिष्क में तर्क करने की आदत स्थापित होती है !’
2. **रोजकर बैंकन के अनुसार** – ‘गणित समस्त विज्ञानों का सिर द्वार एवं कुंजी है !’
3. **गैलिलियो के अनुसार** – ‘गणित वह भाषा है जिसमें परमेश्वर ने सम्पूर्ण जगत या ब्रह्माण्ड को लिख दिया है !’
4. **यंग के अनुसार** – ‘यदि विज्ञान की रीढ़ की हड्डी गणित हटा दी जाये तो सम्पूर्ण भौतिक सभ्यता निःसंदेह नष्ट हो जाएगी !’
5. **प्लेटो** – ‘गणित एक ऐसी विषय है जो मानसिक शक्तियों को प्रशिक्षित करने का अवसर प्रदान करती है ! एक सुषुप्त आत्मा में चेतन एवं नवीन जागृति उत्पन्न करने का कौशल गणित ही प्रदान कर सकता है !’
6. **बेन्जामिन वीयरस** – ‘गणित एक ऐसा विज्ञान है, जो आवश्यक निष्कर्ष पर पहुँचता है !’
7. **आइंस्टीन** – ‘गणित क्या है ? यह उस मानव चिन्तन का प्रतिफल है, जो अनुभवों से स्वतन्त्र है तथा सत्य के अनुरूप है !’
8. **हॉगवैन के अनुसार** – ‘गणित सभ्यता एवं संस्कृति का दर्पण है !’
9. **काण्ट के अनुसार** – ‘प्राकृतिक विज्ञान केवल तब तक ही विज्ञान है जब तक कि वह गणितीय है !’
10. **बनार्ड शॉ के अनुसार** – ‘तार्किक चिन्तन के लिए गणित एक शक्तिशाली साधन है !’
11. **पिरियस के अनुसार** – ‘गणित एक विज्ञान है, जिसकी सहायता से आवश्यक निष्कर्ष निकाले जाते हैं !’

12. **मार्शल एच.स्टोन के अनुसार** – ‘गणित एक ऐसी विद्या का ज्ञान है जो कि अमूर्त तत्वों से मिलकर बनी है ! इन तत्वों को मूर्त रूप में परिभाषित किया गया है !’

13. **बट्रेण्ड रसैल के अनुसार** – ‘गणित एक ऐसा विषय है जिसमें यह कभी नहीं कहा जा सकता है, कि किसी विषय में बातचीत हो रही है या जो कुछ कहा जा रहा है वह – सत्य है !’

14. **थॉर्नडाईक का मत** – ‘विश्लेषण मन का सर्वोत्तम बौद्धिक प्रदर्शन गणित है !’

15. **कॉरेण्ट व रोबिन्सन का मत** – ‘गणित मनुष्य मस्तिष्क द्वारा वर्णित इच्छाओं का क्रियात्मक पक्ष है ! यह चिंतनशील कारक वह सौन्दर्यात्मक अनुभूति की इच्छा रखता है ! यह व्यक्ति सामान्य रूप में, रचनात्मक व स्पष्टीकरण व आन्तरिक शक्तियों का प्रथम तत्व है ! यद्यपि अलग – अलग व्यवसाय, इसके अलग – अलग पक्षों पर जोर देते हैं ! यह विरोधी तत्वों तथा विश्लेषण हेतु संघर्षयुक्त जीवन से सम्बन्धित होकर व्याख्या करता हुआ उपयोगी व उच्चश्रेणी के गुणों का गणितीय विज्ञान है !’

16. **लेबनीज का मत** – संगीत मनुष्य के अस्थिर मन का अंकगणित की संख्याओं से सम्बन्धित एक आधुनिक सुप्त व्यायाम है !’

17. **हेनरी पायकर के अनुसार** – ‘विभिन्न वस्तुओं को उन्ही का नाम देना ही गणित है !’

18. **लिन्डसे** – ‘गणित भौतिक विज्ञानों की भाषा है और निश्चित ही मानव मस्तिष्क में उत्पन्न इससे उत्तम अन्य कोई भाषा नहीं है !’

19. **बर्थलॉट** – ‘गणित भौतिक अनुसंधान का एक आवश्यकता उपकरण है !’

20. **वेदांग ज्योति के अनुसार** – ‘जिस रूप में मयूरों के सिर पर मुकुट शोभामान होते हैं तथा सर्पों के सिर पर मणियाँ, वही सर्वोच्च स्थान वेदांग नाम से परिचित विज्ञानों में गणित का है !’

21. **हार्ड कमेटी** – ‘गणित को अमूर्त स्वरूप के विज्ञान के रूप में परिभाषित किया जा सकता है !’

22. **गॉस के अनुसार** – ‘गणित, विज्ञान की रानी है !’

इस प्रकार उपयुक्त परिभाषाओं से निष्कर्ष निकलता है कि -

1. गणित सभी विज्ञानों की जननी है !
2. गणित में गणनाओं की प्रधानता होती है !
3. यह आगमनात्मक तथा प्रायोगिक विज्ञान है !
4. यह तार्किक विचारों का विज्ञान है !
5. यह सभ्यता एवं संस्कृति का दर्पण है !
6. गणित में सम्पूर्ण जगत में विद्यमान है !
7. निश्चितता – गणित में अन्य विषयों की अपेक्षा परिणामों में निश्चितता अधिक होती है !

(2) गणित की महत्ता

गणित का महत्व :-

राष्ट्रीय पाठ्यचर्या - 2005 और गणित शिक्षण का उद्देश्य - विद्यालयों में गणित शिक्षा का मुख्य उद्देश्य बच्चों की सोच का गणितीयकरण करना, अमूर्त विचारों के साथ कार्य कराना तथा समस्या समाधान के उपाय ढूँढना हैं ! राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (NCF 2005) की अनुशंसा के अनुसार प्राथमिक विद्यालयों का गणित का पाठ्यक्रम छात्रों के प्रतिदिन के अनुभवों से सम्बन्धित होना चाहिए ! राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2005 में यह उल्लेख किया गया है कि गणित शिक्षण महत्वाकांक्षी, सुसंगत और महत्वपूर्ण होना चाहिए !

गणित का ज्ञान रखने वाला ही गणित के लाभ को जान सकता है यह लाभ जीवन के कई क्षेत्रों (मूल्यों) से सम्बन्धित हैं -

बौद्धिक: पाठ्यक्रम का अन्य कोई विषय ऐसा नहीं है जो गणित की तरह बच्चों के मस्तिष्क को क्रियाशील बनाता हो ! हब्स के अनुसार - गणित मस्तिष्क को तीक्ष्ण व तीव्र - बनाने में उसी प्रकार काम करता है जैसे किसी औजार को तीक्ष्ण करने में काम आने वाला पथर ! प्लेटों के अनुसार - 'गणित एक ऐसा विषय है जो मानसिक शक्तियों को प्रशिक्षित करने का अवसर प्रदान करता है, एक सुशुप्त आत्मा में चेतना एवं नवीन जागृति उत्पन्न करने का कौशल गणित ही प्रदान कर सकता है !

उपायदेता : व्यावहारिक जीवन में गणित की उपयोगिता अन्य विषयों से अधिक है इसके अतिरिक्त सभी विषयों में गणित की उपयोगिता है!

बेकन के अनुसार - गणित सभी विज्ञानों का सिंहद्वार और कुंजी है!

काण्ट के अनुसार - विज्ञान उतना ही यथार्थ है जितना वह गणित का उपयोग करता है !

यंग के अनुसार - लौह वाष्प और विद्युत के इस युग में जिस ओर भी देखे गणित ही सर्वोपरि है, यदि यह 'रीढ़ की हड्डी' निकाल दी जाये तो हमारी भौतिक सभ्यता का अंत ही हो जायेगा !

अनुशासनात्मक : गणित का ज्ञान केवल बच्चों की मानसिक शक्तियों का विकास एवं उन्हें नियन्त्रित ही नहीं करता है बल्कि उनके व्यक्तित्व को गम्भीरता, विवेक एवं चिंतनशीलता जैसे- गुण भी प्रदान करता है !

गणित विषय का ज्ञान यथार्थ, वास्तविक व शुद्ध है जिससे यह बच्चों के मन में एक विशेष प्रकार का अनुशासन विकसित करता है !

नैतिक : गणित का ज्ञान बच्चों के चारित्रिक एवं नैतिक विकास में सहायक है !

दार्शनिक के अनुसार - गणित तर्क सम्मत विचार यथार्थ कथन, तथा सत्य बोलने की सामर्थ्य प्रदान करता है ! व्यर्थ

गप्पे, आडम्बर, धोखा तथा छल - कपट उस मन का कहना है जिसको गणित का प्रशिक्षण नहीं दिया गया है !

सामाजिक : मनुष्य एक सामाजिक प्राणी है सामाजिक जीवनयापन करने के लिए गणित के ज्ञान की अत्यधिक आवश्यकता होती है! वर्तमान में हमारी सामाजिक संरचना में जो भी वैज्ञानिक एवं सुव्यवस्था नजर आती है उसका श्रेय गणित को है ! सामाजिक लेन देन, उद्योग - व्यापार आदि व्यवसाय गणित पर ही निर्भर हैं !

नेपोलियन के अनुसार - गणित की उन्नति तथा वृद्धि देश की सम्पन्नता से सम्बन्धित है!

सांस्कृतिक : गणित विषय को संस्कृति एवं सभ्यता का सृजनकर्ता एवं पोषक माना जाता है संस्कृति में रीति-रिवाज, खान - पान, रहन - सहन, कला, आर्थिक, सामाजिक, धार्मिक, राजनैतिक आदि सभी पहलू समाहित हैं !

हॉगवेन के अनुसार - 'गणित सभ्यता व संस्कृति का दर्पण है !

साँन्दर्यात्मक : गणित पढ़ने वाले के लिए गणित एक गीत है, कला है, संगीत है तथा आनन्द प्राप्ति का एक प्रमुख साधन है! सभी कलाएं चित्रकला, मूर्तिकला, संगीत तथा नृत्य सभी में गणित का योगदान है !

लेबनीज के अनुसार - 'संगीत मानव के अचेतन मन का अंकगणित की संख्याओं से सम्बन्धित एक आधुनिक सुप्त व्यायाम है !

जीविको पार्जन मूल्य : प्रत्येक व्यक्ति को अपनी जीविका कमाने के लिए गणित के ज्ञान की आवश्यकता प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से अवश्य होती है !

मनोवैज्ञानिक मूल्य : गणित के अध्ययन से बालकों की मनोवैज्ञानिक आवश्यकताओं की पूर्ति होती है ! गणित शिक्षण द्वारा बालकों की जिज्ञासा, रचनात्मक प्रवृत्ति याँ आत्म संतुष्टि तथा आत्म प्रकाशन आदि भावनाओं की तृप्ति व संतुष्टि होती है! गणित में छात्र करके सीखना अनुभवों द्वारा सीखना तथा समस्या समाधान आदि महत्वपूर्ण मनोवैज्ञानिक सिद्धान्तों के आधार पर ज्ञान प्राप्त करता है !

वैज्ञानिक दृष्टिकोण : गणित की तर्क पूर्ण चिन्तन पद्धति वस्तुनिष्ठता, शुद्धता, परिणामों की निश्चितता, वैज्ञानिक दृष्टिकोण एवं चिन्तन शैली विकसित करता है ! सामान्यतः छात्र गणित की समस्या को वैज्ञानिक विधि के चरणों का इस्तेमाल करते हुए हल करते हैं !

अन्तर्राष्ट्रीय मूल्य : गणित के क्षेत्र में हुई प्रगति किसी एक राष्ट्र, वर्ग, जाति या धर्मानुयाईयों का कार्य नहीं है न ही किसी राष्ट्र या समुदाय विशेष की सम्पत्ति है ! गणित सम्बन्धी प्रत्येक कार्य अन्तर्राष्ट्रीय मान्यता व महत्व रखता है !

की संख्या में वृद्धि 6. पोलिराइबोसोमस का निर्माण 7. हासित गॉल्जीकाय 8. अनियमित प्लैज्माकला आदि।

कैंसर का निदान :-

1. **बायोप्सी :-** गांठ को सर्जरी द्वारा हटा दिया जाता है।
2. **रेडियोथेरेपी :-** विकिरण द्वारा कैंसर कोशिकाओं को नष्ट किया जाता है इसके लिए रेडॉन, आयोडीन और कोबाल्ट आदि रेडियोआइसोटोप हैं।
3. **कीमोथेरेपी :-** इसमें रासायनिक यौगिकों से उत्पन्न हुई औषधियों द्वारा उपचार किया जाता है। कई रसायनों के द्वारा कैंसर कोशिकाओं को नष्ट किया जाता है जैसे- विनक्रिस्टिन, विनब्लास्टिन। ये दोनों औषधियाँ एक पादप कैथेरेन्स रोजियस से प्राप्त की जाती हैं। व ल्यूकीमिया के उपचार में उपयोगी हैं। 07 नवम्बर को विश्व कैंसर जागरूकता दिवस मनाया जाता है।

टीके

टीके एक प्रकार के अक्रिय रोग कारक या रोगकारक के एण्टीजन होते हैं जिसको किसी व्यक्ति के शरीर में प्रवेश कराने पर उस रोग के प्रति प्रतिरोधकता उत्पन्न की जाती है।

1. **प्रतिरक्षा का पिता एडवर्ड जेनर ने टीके का आविष्कार किया। तथा इसे गाय से प्राप्त किया और इसका नाम वैक्सिन दिया।**
2. **लुईस पाश्चर :-** इन्होंने रोगकारक को अक्रिय करने वाली विधियों के बारे में बताया तथा एन्थ्रेक्स, चीकन कॉलेरा, तथा रेबीज के टीके बनाये।
3. **वान बेहरिंग ने सर्वप्रथम अक्रिया प्रतिरक्षा के बारे में बताया तथा डिप्थीरिया एण्टीजन को भेड़ में प्रविष्ट करवाकर एण्टीडिप्थीरियल सिरम बनाया।**
- राष्ट्रीय टीकाकरण अभियान के तहत कितने टीके लगाने आवश्यक हैं - 6
- जन्म के समय लगाने वाले टीके का नाम - **B.C.G. टी. बी. (क्षय) बीमारी में काम आता है**
- **DPT डिप्थीरिया, परटसूसिस, टिटनेस MMR मीजल्स, मम्प्स और रेबीज।**
- निर्जलीकरण की अवस्था में कौनसा घोल पिलाया जाता है- O.R.S.
- 01 July : Doctor's day चिकित्साशास्त्र के जनक हिप्पोक्रेटस
- DDT की खोज पॉल मूलर ने की।

अध्याय - 6

भोजन के प्रमुख अवयव और इनकी कमी से होने वाले रोग

संतुलित भोजन :-

- संतुलित भोजन वह है जिसमें सभी आवश्यक पोषक तत्व उपलब्ध हो तथा किसी भी पोषक की लम्बे समय तक कमी या अनुपलब्धता से भोजन असंतुलित होता है।
- लम्बे समय तक जब भोजन में किसी एक या अधिक पोषक तत्व की कमी हो तो उसे कुपोषण (malnutrition) कहते हैं।
- शरीर को ऊर्जा देने का कार्य - कार्बोहाइड्रेट व वसा शरीर निर्माण व मरम्मत का कार्य - प्रोटीन
- उपापचयी (मेटाबोलिक) क्रियाओं को पूर्ण करने में सहायता - विटामिन, खनिज लवण व जल
- विटामिन तथा खनिज लवण को संरक्षात्मक खाद्य पदार्थ कहा जाता है क्योंकि ये शरीर के प्रतिरक्षा तंत्र के लिए आवश्यक होते हैं।

पोषण के लिए आवश्यक इन पदार्थों को निम्न भागों में बांटा गया है-

- (A) ऊर्जा उत्पादक (Energy producers) - इनके ऑक्सीकरण से जैव क्रियाओं के लिए ऊर्जा प्राप्त होती है। जैसे - कार्बोहाइड्रेट व वसा।
 - (B) निर्माण पदार्थ (Building substance) - शरीर की रचना एवं मरम्मत के लिए आवश्यक पदार्थ। जैसे - प्रोटीन्स।
 - (C) उपापचयी नियंत्रक (metabolic Regulators)-जैव एवं उपापचय क्रियाओं का नियंत्रण करने वाले। जैसे - विटामिन, जल एवं खनिज लवण।
 - (D) आनुवांशिक पदार्थ (Hereditary Substances)- आनुवांशिक लक्षणों की अगली पीढ़ी में ले जाने वाले पदार्थ। जैसे - डी. एन. ए. व आर. एन. ए (वायरस में)।
- भोजन के अवयव : दीर्घ पोषण तत्व, 1. कार्बोहाइड्रेट, 2. प्रोटीन, 3. वसा
- सूक्ष्म पोषण तत्व : 4. विटामिन, 5. खनिज लवण (Ca, Na, Cl, P, Mg, S, Fe) 6. जल, 7. न्यूक्लिक अम्ल (DNA, RNA)

यह स्मरण रखने की बात है कि 12 वर्ष की उम्र वाले बालक का भोजन एक युवक के बराबर होता है और 14 से 18 साल की लड़की के लिये 2,800 - 3,000 कैलोरी का आहार पोषण के लिये ठीक है इसी अवस्था के बालक के पोषण के लिये 3,000 - 3,400 कैलोरी का आहार मिलना चाहिए।

प्रतिदिन के आहार के भिन्न - भिन्न तत्वों का अनुपात यह है : प्रोटीन 100ग्राम (41कैलोरी), वसा 100ग्राम (930

कैलोरी), और कार्बोहाइड्रेट 400ग्राम (1,640कैलोरी), कुल कैलोरी लगभग 3000।

जो पुरुष हल्का काम करता है उसको 3,3000 कैलोरी वाला आहार प्रतिदिन चाहिए। जो स्त्री पुरुष के बराबर काम करती है, उसे भी उतना ही कैलोरी का आहार चाहिए। जो पुरुष कठिन काम करते हैं, उनको 4000 कैलोरी वाले आहार की आवश्यकता है।

किसी भोजन में 100 ग्राम से जितनी ऊर्जा मिलती है / निकलती है, उसे 'कैलोरी मान' कहते हैं।

- मानसिक कार्य / श्रम कर करने वाले व्यक्ति (जैसे - वैज्ञानिक, डॉक्टर, इंजिनियर) को - 3000 से 4200 कैलोरी
- मशीन चलाने वालों (टर्नर, मोटर ड्राइवर, वस्त्र उद्योग के मजदूर) को - 3500 कैलोरी
- आंशिक मशीनीकृत शारीरिक कार्य में लगे व्यक्ति (जैसे - यंत्र बनाने वाले, कृषि मजदूर, फिटर) को - 4000 कैलोरी
- कठिन शारीरिक परिश्रम करने वाले (जैसे - कुली, गोदी मजदूरी आदि) को 4500 से 5000 कैलोरी
- गर्भवती महिला को - 2800 कैलोरी ऊर्जा आवश्यक होती है।

दूध को एक संतुलित या पूर्ण आहार माना जाता है लेकिन इसमें विटामिन - सी तथा आयरन नहीं पाये जाते, जबकि अन्य सभी अवयव एवं तत्व पाये जाते हैं।

केवल दूध का लगातार सेवन करते रहने से 'एनीमिया' (रक्त हीनता - लोहा की कमी के कारण) रोग हो जाता है।

• भोजन के स्रोत :-

भोजन सामग्री हमें मुख्य रूप से जंतुओं और पादपों से प्राप्त होती है।

पादपों से मिलने वाला भोजन :- पादपों से चावल, गेहूँ, सब्जियाँ, फल, आदि मिलते हैं। हमें ये सामग्री पादप के विभिन्न अंगों से मिलती है।

- जड़ :-** हम कई पौधों की जड़ों को खाते हैं, जैसे- मूली, गाजर, चुकंदर, आदि।
- तना :-** हम कई पौधों के तने को खाते हैं, जैसे- आलू, अदरक, शकरकंद, प्याज, आदि।
- पत्ती :-** कई पौधों की पत्तियों से साग बनाई जाती है, जैसे- पालक, सरसों, चॉलाई, आदि।
- फल :-** कई फलों की सब्जी बनती है तो कई फलों को कच्चा भी खाया जाता है। उदाहरण: आम, अमरुद, सेब, नारंगी, आदि को कच्चा खाया जाता है। कद्दू, लौकी, भिंदी, बैंगन, टमाटर, आदि से सब्जी बनाई जाती है।
- बीज :-** चावल और रोटी हमारे भोजन का मुख्य अंश होती है। चावल धान के बीजों से मिलता है और रोटी के लिये हम गेहूँ के बीजों का इस्तेमाल करते हैं। दाल बनाने के लिए

भी बीजों का इस्तेमाल होता है। कई बीजों से तेल निकाला जाता है।

- चीनी :-** गन्ने और चुकंदर से चीनी बनती है।
- चाय और कॉफी :-** चाय की पत्तियों से चाय बनती है। कॉफी की फलियों से कॉफी बनती है।
- मसाले :-** पौधों से हमें कई प्रकार के मसाले मिलते हैं, जैसे- काली मिर्च, मिर्च, अदरक, इलायची, लौंग, हल्दी, धनिया, आदि।

जंतुओं से मिलने वाले भोजन :- जंतुओं से हमें दूध, मछली, मांस, शहद, आदि मिलते हैं। भैंसों और गायों को दूध के लिए पाला जाता है। मुर्गी और बतख को अंडों और मांस के लिए पाला जाता है। बकरे को मांस के लिए पाला जाता है। अंडे और मांस से भरपूर प्रोटीन मिलता है।

शहद :- मधुमक्खियाँ फूलों से मकरंद लेकर शहद बनाती हैं। शहद में शर्करा, खनिज और एंजाइम होते हैं।

पोषण की विधियाँ

स्वपोषी :- जो जीव अपना भोजन खुद बनाते हैं, उन्हें स्वपोषी कहते हैं। हरे पादप प्रकाश संश्लेषण की क्रिया द्वारा भोजन बनाते हैं। पौधे स्वपोषी होते हैं।

परपोषी :- जो जीव किसी अन्य जीव से भोजन लेते हैं, उन्हें परपोषी कहते हैं। जंतु परपोषी होते हैं। परपोषी तीन प्रकार के होते हैं शाकाहारी, मांसाहारी और सर्वाहारी।

- शाकाहारी :-** जो जंतु केवल पौधों को खाते हैं उन्हें शाकाहारी कहते हैं। उदाहरण- हिरण, गाय, खरगोश, आदि।
- मांसाहारी :-** जो जंतु किसी अन्य जंतु का मांस खाता है उसे मांसाहारी कहते हैं। उदाहरण- शेर, बाघ, कुत्ता, बिल्ली, आदि।
- सर्वाहारी :-** जो जंतु पादप और जंतु दोनों को खाता है उसे सर्वाहारी कहते हैं। उदाहरण- मनुष्य, बंदर, गिलहरी, काँवा, भालू, गौरैया, आदि।

अपमार्जक :- कुछ जंतु मरे हुए जानवरों को खाते हैं। इस तरह से वे हमारे आस पास का कचरा साफ करते हैं। ऐसे जंतुओं को अपमार्जक या मुर्दाखोर कहते हैं।

• आहार एवं पोषण (Food and Nutrition)

जीवों में सभी आवश्यक पोषक पदार्थों का अन्तर्गहन जो कि उनकी वृद्धि विकास, रखरखाव सभी जैव प्रक्रमों को सुचारु रूप से चलाने के लिये आवश्यक है, पोषण कहलाता है।

पोषक पदार्थ

ऐसे पदार्थ जो जीवों में विभिन्न प्रकार के जैविक प्रक्रियाओं के संचालन एवं सम्पादन के लिए आवश्यक होते हैं पोषण पदार्थ कहलाते हैं।



पोषक पदार्थ	
कार्बनिक	अकार्बनिक
Carbohydrate	
Protein	Minerals
Fats	Water
Vitamins	

भोजन के अवयव (Components of food)

भोजन के प्रमुख अवयव निम्नलिखित हैं-

1. कार्बोहाइड्रेट (Carbohydrates)
2. प्रोटीन (Proteins)
3. वसा (Fats)
4. खनिज लवण (Mineral Salts)
5. विटामिन्स (Vitamins)
6. जल (Water)

1. कार्बोहाइड्रेट

यह C, H, O के यौगिक है, ये शरीर को ऊर्जा प्रदान करते हैं। 1gm carbohydrate से 4 cal होता है। हमारे शरीर की लगभग "50-65%" ऊर्जा आवश्यकता की पूर्ति Carbohydrate से होती है।

इसे carbohydrate कई रूपों में पाई जाती है।

Glucose - चीनी, शहद

Fructose. फलों में

Sucrose - गन्ना चुकन्दर

Starch- आलू, केला, चावल

Carbohydrate-

Monosaccharide	Disaccharide	Polysaccharide
1 या 1 से अधिक C अणुओं बना होता है। Glucose, Fructose	दो Mono से बना होता है। Sucrose	यह कई mono से बना होता है। Starch

1. Carbohydrate में CHO में अनुपात जल के समान 2:1 होता है प्रतिदिन आवश्यकता 450/500 gm
2. स्रोत- सभी अनाज, आलू, सकरकन्द, गन्ना, गुड, शहद, चुकन्दर, केला आदि।

कार्य-

- शरीर में ऊर्जा का प्रथम स्रोत है। जो प्रमुख होता है। यह वसा में बदल कर संचित भोजन का कार्य करता है। संचित

भोज्य पदार्थ के रूप में -

- वनस्पतियाँ (Starch)
- जंतुओं (Glycogen)
- Glucose के अणु तत्काल ऊर्जा प्रदान करते हैं।
- यह DNA and R.N. A का घटक देता है।

कमी -

- शरीर का वजन कम हो जाता है।
- मांसपेशियों में दर्द तथा थकान मेहसूस होने लगती।
- कार्य करने की क्षमता घट जाती है।
- शरीर में "लीनता" (Dilapication) आ जाती है।
- Dilapidation - Repair की क्षमता कम होती है।
- शरीर में ऊर्जा उत्पन्न करने हेतु "protein" प्रयुक्त होने लगती है।

अधिकता-

- वजन में वृद्धि।

2. प्रोटीन (Protein)

Protein अत्यन्त जटिल N2 युक्त जटिल पदार्थ है।

Protein का निमार्ण लगभग 20 amino acid से मिलकर होता है।

Protein, C.H.O. व N, P, S से निर्मित होता है।

जीवधारियों के शरीर का अधिकांश भाग Protein का बना होता है। 1gm protein 4.1cal ऊर्जा प्राप्त होती है। प्रतिविविध आवश्यकता के रूप में - 70- 100 gm/Day. होती है।

प्रोटीन के रूप-

रक्त में पायी जाने वाली Protein- HB

रक्त को जमाने वाली Protein- Prothrombin

बाल तथा नाखून में पायी जाने वाली प्रोटीन-किरेटिन

दूध में-

- सफेदी वाली प्रोटीन - Casein Protein
- पीलेपन की Protein - Karotein Protein

गेहूँ से रोटी बनाने का गुण वाली Protein - Glutein Protein हड्डियों में लचीलापन प्रोटीन के कारण ही आता है। शरीर में बनने वाले एंटीबॉडीज तथा एंटीजन प्रोटीन का ही होता है।

DNA and RNA जैसे आनुवंशिक पदार्थ Protein के ही बने होते हैं।

प्रोटीन के स्रोत-

इसका मुख्य स्रोत- सोयाबीन व अण्डे की जर्दी

अन्य स्रोत - सभी प्रकार की दालें

पनीर, मांस, मछली आदि।

यूरिया या कार्बोमाइड (NH_2CONH_2) :-

- यूरिया प्रथम कार्बनिक यौगिक है जिसका प्रयोगशाला में संश्लेषण किया गया था।
- प्रयोगशाला में सर्वप्रथम यूरिया का संश्लेषण 1928 में वोहर ने पोटेशियम सायनेट (KCN) तथा अमोनियम सल्फेट से प्राप्त किया था।
- यूरिया एक अतिदुर्बल क्षार की तरह व्यवहार करता है।
- मानव मूत्र में यूरिया पाया जाता है। यूरिया का अमोनिया में परिवर्तन होने के कारण ही मानव मूत्र में एक विशेष प्रकार की तीखी दुर्गंध आती है।
- यूरिया का मुख्य उपयोग नाइट्रोजनी उर्वरक के रूप में किया जाता है। यह जल में अन्य उर्वरक की तुलना में अत्यधिक घुलनशील है। यूरिया में लगभग 46.6 प्रतिशत नाइट्रोजन पाई जाती है।

बेंजीन (C_6H_6) :-

- बेंजीन एरोमैटिक हाइड्रोकार्बस की श्रेणी का प्रथम सदस्य है।
- बेंजीन की खोज सर्वप्रथम फैंराडे ने सन् 1825 में की। होफमैन ने सर्वप्रथम 1845 में बताया की बेंजीन कोलतार का मुख्य अवयव होता है।
- बेंजीन का उपयोग प्लास्टिक, रंजक, औषधियाँ, बेंजीन हेक्साक्लोराइड, डी.डी.टी. आदि के निर्माण में किया जाता है।
- बेंजॉल एक कच्ची बेंजीन है जिसका उपयोग मोटर, ईंधन के रूप में किया जाता है।

डी.डी.टी. (डाइक्लोरो डाइफिनाइल डाइक्लोरोइथेन):-

- यह अनिष्टीकारक एवं जल में अघुलनशील होता है।
- डी.डी.टी. का प्रयोग कीटनाशक की तरह करते हैं।

परफ्लोरोकार्बन (PFC) :-

- मानव निर्मित यौगिक है जिसमें क्लोरीन और कार्बन शामिल हैं।
- यह रंगहीन, गंधहीन, गैर-ज्वलनशील गैस है।
- इसका उपयोग अर्द्धचालक निर्माण, रेफ्रिजरेटर, कॉस्मेटिक उद्योगों में होता है।
- इसके अत्यधिक उत्सर्जन का मानव के मस्तिष्क और हृदय पर प्रभाव पड़ता है।

विस्फोटक (Explosive):- ऐसे पदार्थ जिनका दहन तीव्र गति से होता है और दहन के समय अत्यधिक ऊष्मा एवं तीव्र ध्वनि पैदा होती है, विस्फोटक कहलाते हैं।

प्रमुख विस्फोटक निम्न हैं-

डायनामाइट, ट्राइनाइट्रो टालुइन (TNT), रिसर्च डिपार्टमेंट एक्सप्लोसिव (RDX), ट्राइनाइट्रो ग्लिसरीन (TNG), ट्राइनाइट्रो फिनॉल (TNP)।

डायनामाइट:-

- इसका आविष्कार सन् 1867 ई. में अल्फ्रेड नोबेल ने किया।

- यह नाइट्रो ग्लिसरीन को किसी अक्रिय पदार्थ जैसे लकड़ी के बुरादे में अवशोषित करके बनाया जाता है।
- आधुनिक डायनामाइट में नाइट्रो ग्लिसरीन की जगह सोडियम नाइट्रेट का प्रयोग किया जाता है।

ट्राइ नाइट्रो टाल्विन (TNT):-

- यह टाल्विन ($\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_3$) के साथ H_2SO_4 एवं सान्द्र HNO_3 की क्रिया से बनाया जाता है। इसकी विस्फोटक गति 6900 मी./से. है।

ट्राइ नाइट्रो फिनॉल (TNP):-

- इसे पिकरिक अम्ल भी कहते हैं।
- यह फिनॉल एवं सान्द्र HNO_3 अम्ल की क्रिया से बनाया जाता है।

ट्राइ नाइट्रो ग्लिसरीन (TNG):-

- नोबल का तेल भी कहा जाता है।
- यह डायनामाइट बनाने में काम आता है।
- यह सान्द्र सल्फ्यूरिक अम्ल व नाइट्रिक अम्ल की ग्लिसरीन के साथ अभिक्रिया करके बनाया जाता है।

आर. डी. एक्स. (RDX):-

- इसका रासायनिक नाम साइक्लो ट्राइ मिथाइलीन ट्राइ नाइट्रोमिमाइन है।
- इसे प्लास्टिक विस्फोटक भी कहा जाता है। इस विस्फोटक को U.S.A. में साइक्लोनाइट, जर्मनी में हेक्सोजन तथा इटली में टी-4 के नाम से जाना जाता है।
- RDX में तापमान एवं आग की गति बढ़ाने के लिये एल्युमिनियम का चूर्ण को मिलाया जाता है।
- RDX विस्फोटक की ऊष्मा 1510 किलो कैलोरी प्रति किग्रा. होती है।

❖ अम्ल, क्षार और लवण

1. अम्ल:-

- अम्ल एक यौगिक है, जिसमें हाइड्रोजन आयन पाए जाते हैं, विलयन में $\text{H}^+(\text{aq})$, उसकी अम्लीय विशेषता के लिए उत्तरदायी होते हैं।
- ब्रॉस्टेड-लॉरी सिद्धांत के अनुसार, अम्ल एक ऐसा प्रकार है जो अन्य प्रकारों को प्रोटोन दे सकता है।
- हाइड्रोजन आयन अकेले नहीं पाए जाते हैं, बल्कि वे पानी के अणुओं के साथ संयोजन के बाद मौजूद होते हैं। अतः पानी में घोलने पर केवल धनात्मक आयनों के रूप में हाइड्रोनियम आयन (H_3O^+) प्राप्त होते हैं।
- हाइड्रोजन आयनों की मौजूदगी एसिड को प्रबल और अच्छा विद्युत अपघट्य बनाती है।

प्रबल अम्ल:-

प्रबल अम्ल के उदाहरण हैं: हाइड्रोक्लोरिक अम्ल, सल्फ्यूरिक अम्ल, नाइट्रिक अम्ल इत्यादि।

कमजोर अम्ल:-

उदाहरण हैं:- एसिटिक अम्ल, फॉर्मिक अम्ल, कार्बोनिक अम्ल इत्यादि।

अम्ल सामान्यतः स्वाद में खट्टे और संक्षारक होते हैं।

- **सूचक :** परीक्षण कीजिए कोई पदार्थ अम्लीय है या क्षारीय।
- उदाहरण: हल्दी, लिटमस, गुड़हल, इत्यादि प्राकृतिक रूप से पाए जाने वाले सूचकों में से कुछ हैं।
- लिटमस को थैलेफाइटा समूह से संबंधित एक पौधे लाइकेन से निकाला जाता है। आसुत जल में इसका रंग बैंगनी होता है। जब इसे अम्लीय विलयन में रखा जाता है तो इसका रंग लाल हो जाता है और जब इसे क्षारीय विलयन में रखा जाता है, तो इसका रंग नीला हो जाता है।
- वे विलयन, जिनमें लिटमस का रंग या तो लाल या नीले में परिवर्तित नहीं होता है, उदासीन विलयन कहलाते हैं। ये पदार्थ न तो अम्लीय होते हैं न ही क्षारीय।
- गंध सूचक, कुछ पदार्थ ऐसे होते हैं, जिनकी गंध अम्लीय या क्षारीय मीडियम में परिवर्तित हो जाती है।

अम्ल के प्रयोग :-

- हमारे आमाशय में उपस्थित हाइड्रोक्लोरिक अम्ल भोजन के पाचन में मदद करता है।
- विटामिन C या एस्कोर्बिक अम्ल शरीर के लिए आवश्यक पोषक तत्व प्रदान करता है।
- कार्बोनिक अम्ल का उपयोग कानिटेड पेय पदार्थ और उर्वरक बनाने में किया जाता है।
- एक परिरक्षक सिरका, एसिटिक एसिड का तनु रूप है।
- सल्फ्यूरिक अम्ल का उपयोग उर्वरकों, पेंट, सिंथेटिक फाइबर इत्यादि के निर्माण में किया जाता है।
- नाइट्रिक अम्ल का उपयोग एक्का रेजिया को तैयार करने में किया जाता है, जिसका उपयोग सोने और चांदी जैसी कीमती धातुओं के शुद्धीकरण में किया जाता है।
- बोरिक अम्ल का उपयोग आंखों को धोने के लिए किया जाता है।
- किसी अम्ल की क्षारकता को अम्ल के एक अणु में मौजूद आयनीकृत होने वाले हाइड्रोजन (H⁺) आयनों की संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है।

अम्ल युक्त कार्बोक्जिलिक अम्ल के लिए, हम हाइड्रोजन परमाणुओं की संख्या की गणना नहीं करते हैं, बल्कि कार्बोक्जिल समूह (अर्थात्) COOH की संख्या देखते हैं।

रोजमर्रा की जिंदगी में उपयोग होने वाले अम्ल :-

अम्ल दो अलग-अलग स्रोतों से प्राप्त होते हैं। वे कार्बनिक या खनिज अम्ल हो सकते हैं। सभी अम्लों में कुछ समान विशेषताएँ होती हैं।

नोट:- पानी में अम्ल या क्षार को घोलने की प्रक्रिया अति ऊष्मक्षेपी प्रक्रियाओं में से एक है। अम्ल को पानी में हमेशा धीरे-धीरे उसे लगातार हिलाते हुए डालना चाहिए।

अम्ल के स्रोत	अम्ल का नाम
विनेगर	एसिटिक अम्ल
खट्टे फल	साइट्रिक अम्ल
अंगूर, इमली, करोंदे	टार्टरिक अम्ल
खट्टा दूध	लैक्टिक अम्ल
सेब	मैलिक अम्ल
दही	ब्यूट्रिक अम्ल
चाय, टमाटर	ऑक्सलिक अम्ल
लाल चींटियों का डंक और मधुमक्खियाँ	फॉर्मिक अम्ल
प्रोटीन	अमीनो अम्ल
अमरुद, संतरे	एस्कोर्बिक अम्ल

अम्ल	रासायनिक सूत्र	प्रकार
नाइट्रिक अम्ल	HNO ₃	1-मोनोबेसिक
कार्बोनिक अम्ल	H ₂ CO ₃	2-डाईबेसिक
सल्फ्यूरिक अम्ल	H ₂ SO ₄	2-डाईबेसिक
फॉस्फोरस अम्ल	H ₃ PO ₃	2-डाईबेसिक
फॉस्फोरिक अम्ल	H ₃ PO ₄	3-डाईबेसिक

2. क्षार और एलकली :-

- क्षार एक ऐसा पदार्थ है, जिसे पानी में घोलने पर OH⁻ आयन प्राप्त होते हैं। क्षार सामान्यतः धातु हाइड्रॉक्साइड (MOH) होते हैं।
- ब्रोन्स्टेड-लोवरी सिद्धांत के अनुसार, क्षार एक प्रोटोन स्वीकर्ता हैं।
- क्षार कड़वे स्वाद के साथ साबुन पदार्थ हैं।
- किसी क्षार की प्रबलता उसे पानी में घोलने पर प्राप्त हाइड्रॉक्सेल आयनों की सांद्रता पर निर्भर करती है।
- जल में घुलनशील क्षार एलकली कहलाते हैं। सभी एलकली क्षार होते हैं लेकिन सभी क्षार एलकली नहीं होते हैं।

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

(Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - <https://shorturl.at/qBJ18> (74 प्रश्न, 150 में से)

RAS Pre 2023 - <https://shorturl.at/tGHRT> (96 प्रश्न, 150 में से)

UP Police Constable 2024 - <http://surl.li/rbfyn> (98 प्रश्न, 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - <https://youtu.be/gPqDNlc6UR0>

Rajasthan CET 12th Level - <https://youtu.be/oCa-CoTFu4A>

RPSC EO / RO - <https://youtu.be/b9PKjl4nSxE>

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gz2fJyt6vI>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
MPPSC Prelims 2023	17 दिसम्बर	63 प्रश्न (100 में से)
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये

whatsapp - <https://wa.link/98bnwi> **1** **web.** - <https://shorturl.at/belyl>

RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1 st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)
UP Police Constable	17 February 2024 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

whatsapp - <https://wa.link/98bnwi> 2 web.- <https://shorturl.at/belyl>