INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

I.B.P.S BANK CLERK



HINDI MEDIUM

LATEST EDITION

HANDWRITTEN NOTES

प्रारंभिक (Pre.) परीक्षा हेतु

भाग -3 गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)



I.B.P.S BANK CLERK

प्रारंभिक परीक्षा हेतु

भाग – 3

गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)

प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**IBPS BANK CLERK (प्रारंभिक परीक्षा)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **INSTITUTE OF BANKING PERSONNEL SELECTION (IBPS)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**IBPS BANK CLERK (प्रारंभिक परीक्षा)**" भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें /*

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302017 (RAJASTHAN)

मो : 01414045784, 8233195718

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम

1. संख्या श्रृंखला 1

2. सरलीकरण 16

- वर्ग

3. अनुमानित मान 26

4. द्विघात समीकरण 35

5. अनुपात-समानुपात 53

6. प्रतिशतता 64

- बट्टा / छूट

7. लाभ और हानि 84

8. मिश्रण 101

9. चाल , समय और दूरी 114

10. नाव और धारा 126

11. साधारण ब्याज 132

12. साझा 149

13. औसत 162

14. आयु 174

15. चक्रवृद्धि ब्याज 183

16. समय, काम और मजदूरी 193

17. क्षेत्रमिति-द्विविमीय (2D) 209

18. क्रमचय एवं संचय 252

19. प्रायिकता 258

20. डाटा इन्टरप्रिटेशन 268

अध्याय – I

संख्या श्रृंखला

(Number series)

संख्या श्रृंखला , संख्याओं से संबंधित होती है । इसमें चार या चार से अधिक संख्याओं की एक series होती है ।

जो एक विशेष नियमानुसार होती है हमें उस श्रृंखला के प्रश्नों के नियमो का पता लगाकर ही अगली संख्या ज्ञात करनी होती है ।

* गणितीय/ अंकीय श्रृंखला में काम आने वाली महत्त्वपूर्ण संख्याएँ -
  (I) वर्ग संख्याएँ
  (2) घन संख्या
  (3) अभाज्य संख्या
  (4) सम और विषम संख्याएँ

I से 20 तक वर्ग और घन संख्या-

I	I^2 =I	I^3=I
2	2^2=4	2^3=8
3	3^2=9	3^3=27
4	4^2=16	4^3=64
5	5^2=25	5^3=125
6	6^2=36	6^3=216
7	7^2=49	7^2=343
8	8^2=64	8^3=572
9	9^2=81	9^3=729
10	10^2=100	10^3=1000
II	II^2=121	II^3=1331
12	12^2=144	12^3=1728
13	13^2=169	13^3=2197
14	14^2=196	14^3=2744
15	15^2=225	15^3=3375
16	16^2=256	16^3=4096
17	17^2=289	17^3=4913
18	18^2=324	18^3=5832
19	19^2=361	19^3=6859
20	20^2=400	20^3=8000

वर्ग संख्याएँ ज्ञात करने की ट्रिक

NOTES : I से 999 तक कोई भी संख्या का चयन करे।

eg- 37

$(37)^2$

2 अंको वाली संख्या में दोनों संख्याओं का वर्ग निकाल लेना।:

Step I $(37)^2$

$(3)^2$ $(7)^2$

फिर वर्ग वाली संख्या का गुणन। उसके बाद

9 42 49 2 से गुणन ।

3X7X2 =42

1369

* उस गुणन संख्या को बीच रिक्त करना।
* फिर बायें से एक छोड़कर जोड़ कर के लिखा ।
* वर्ग सफल ।

(ii) 99

$(99)^2$

∴

9X9X2

81 81 =162

16 2

9801

अभाज्य संख्या:- ऐसी संख्या जो 1 तथा स्वयं से ही भाज्य हो, अभाज्य संख्या कहलाती है

<u>महत्त्वपूर्ण नियम</u>

नियम 1→ अंतर का नियम - इस नियम के अनुसार दिए गए प्रश्न में पहली और दूसरी संख्या का अंतर, दूसरी और तीसरी संख्या का अंतर और आगे भी यही क्रम जारी रखते हुए अंतर की श्रृंखला का समूह ज्ञात करके उसी आधार पर अगली संख्या प्राप्त की जाती है।

इस नियम के उदाहरण निम्नलिखित है-

(i) योग का नियम

Q. 5,9,14,20,27?

(A) 32 (B) 34
(C) 35 (D) 37

हल- $5 \xrightarrow{+4} 9 +5= 14 +6= 20 +7= 27 \xrightarrow{+8} 35$

→ दी गई श्रृंखला 1 श्रेणी क्रमशः बाएँ से दाएँ 4, 5, 6, 7, ... के अन्तर से बढ़ रही है।

↓घटाव का नियम↓

(ii) 16, 14, 11, 7, ?

(A) 5 (B) 3
(C) 2 (D) 1

(iii) zero के आस पास वाले numbers.

(645)2 +(5)2
∴ 650 645 -5

$\frac{650 X 640}{100}$ | $\frac{650 X 640}{100}$

65X64 | 6.5 X 640

= 416050 | $\frac{13}{2} X 640$

=13X320

13 4160 50 ← (5)²

हल- $16 \xrightarrow{-2} 14 \xrightarrow{-3} 11 \xrightarrow{-4} 7 \xrightarrow{-5} 2$

→ दी गई श्रृंखला में क्रमशः बाएँ से दाएँ 2, 3, 4 .....के उत्तर से घट रही है।

(iii) गुणा का नियम

उदा. 2, 6, 18, 54 ?

(A) 162 (B) 150
(C) 170 (D) 184

हल- $2 \xrightarrow{X3} 6 \xrightarrow{X3} 18 \xrightarrow{X3} 54 \xrightarrow{X3} 162$

अर्थात दी गई श्रृंखला के प्रत्येक पद को 3 से गुणा करके अगला पद प्राप्त किया जाता है।

(iv)

उदा.-240, 120, 60, 30, ?

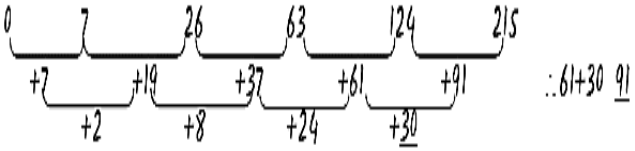
(A) 10 (B) 15
(C) 20 (D) 5

हल- $240 \xrightarrow{\div 2} 120 \xrightarrow{\div 2} 60 \xrightarrow{\div 2} 30 \xrightarrow{\div 2} 15$

नियम 2- सयुक्त श्रृंखला का नियम - इस नियम के अनुसार यदि दिए गए प्रश्न में अंतर की नियमित श्रृंखला नही बनती है तो अंतर की एक और श्रृंखला बनाई जाती है, इसे संयुक्त श्रृंखला कहा जाता है।

उदा. 0, 7, 26, 63, 124.....

(A) 125 (B) 182
(C) 136 (D) 154
(E) 215



नियम 3→ पूर्व पदों के योग का नियम इस नियम के अनुसार पिछली दो संख्याओं का योग करके अगला पद निकाला जाता है।

उदा. 5,2 7, 9, 16, 25, ?

Correct Option: C

Series Pattern	Given Series	
240	240	
$240 \div 2 + 2 = 122$	122	
$122 \div 2 + 3 = 64$	64	
$64 \div 2 + 4 = 36$	36	
$36 \div 2 + 5 = 23$	23	
$23 \div 2 + 6 = 17.5$	**17.5**	✓

Hence, option (C) is correct.

Q.4. 45 49 40 56 ? 67

(A)49 (B)43

(C)38 (D)31

(E)None of these

Correct Option: D

Series Pattern	Given Series	
45	45	
$45 + 2^2 = 49$	49	
$49 - 3^2 = 40$	40	
$40 + 4^2 = 56$	56	
$56 - 5^2 = 31$	**31**	✓
$31 + 6^2 = 67$	67	

Q.5. 256 374 504 646 800 ?

(A)966 (B)848

(C)902 (D)874

(E)None of these

Correct Option: A

Series Pattern	Given Series	
256	256	
$256 + 118 = 374$	374	
$374 + 130 = 504$	504	
$504 + 142 = 646$	646	
$646 + 154 = 800$	800	
$800 + 166 = 966$	**966**	✓

Hence, option (A) is correct.

Q.6.

1295 704 327 116 23 ?

(A)0 (B)1

(C)2 (D)3

(E)4

Correct Option: A

Series Pattern	Given Series
$11^3 - 6^2 = 1295$	1295
$9^3 - 5^2 = 704$	704
$7^3 - 4^2 = 327$	327
$5^3 - 3^2 = 116$	116
$3^3 - 2^2 = 23$	23

Q.20.

84 155 258 399 584 820

(A)155 (B)258

(C)399 (D)584

(E)820

Correct Option: E

Series Pattern	Given Series	
$4^3 + 4^2 + 4 = 84$	84	✓
$5^3 + 5^2 + 5 = 155$	155	✓
$6^3 + 6^2 + 6 = 258$	258	✓
$7^3 + 7^2 + 7 = 399$	399	✓
$8^3 + 8^2 + 8 = 584$	584	✓
$9^3 + 9^2 + 9 = \mathbf{819}$	820	✗

Hence, option (E) is correct.

Exercise

Missing Number Series :

निम्नलिखित संख्या श्रंखला में प्रश्नवाचक चिन्ह (?) के स्थान पर क्या मान आएगा-

Q1. 24, 1354, 2081, 2421, ?, 2564

(a) 2542

(b) 2540

(c) 2548

(d) 2556

(e) 2560

Ans(a)

श्रंखला का पैटर्न -

$24 + (11^3 - 1) = 1354$
$1354 + (9^3 - 2) = 2081$
$2081 + (7^3 - 3) = 2421$
$? = 2421 + (5^3 - 4) = 2542$
$2542 + (3^3 - 5) = 2564$

Q2. 56, 8, 48, 9.6, ?, 12.8

(a) 38.6

(b) 38.4

(c) 38.2

(d) 38.8

(e) 39.6

Ans(b)

श्रंखला का पैटर्न -

$56 \div 7 = 8$
$8 \times 6 = 48$
$48 \div 5 = 9.6$
$? = 9.6 \times 4 = 38.4$
$38.4 \div 3 = 12.8$

Q3. 16, 256, 2048, 8192, 16384, ?

(a) 16396

(b) 16384

(c) 16380

(d) 16388

(e) 16390

Ans(b)

श्रंखला का पैटर्न -

$16 \times 16 = 256$
$256 \times 8 = 2048$
$2048 \times 4 = 8192$
$8192 \times 2 = 16384$
$? = 16384 \times 1 = 16384$

Q4. 96, 52, 84, 218, 773, ?

(a) 3496.5

(b) 3486.5

(c) 3490.5

अध्याय – 4

द्विघात समीकरण

(Quadratic Equation)

दो घात की बहुपदीय समीकरण को द्विघात समीकरण कहते हैं !व्यापक रूप से इसे निम्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं–

$ax^2 + bx + c = 0$

जहाँ a,b,c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a \neq 0$.

द्विघात समीकरण के हल : $ax^2 + bx + c = 0$ को हल करते समय निम्न ध्यान रखें –

उदाहरण :

(1) $5x^2 + 16x + 12 = 0$

$= 5x^2 + 10x + 6x + 12 = 0$

$= 5x\ (x + 2) + 6\ (x + 2) = 0$

$= (x + 2)\ (5x + 6) = 0$

$= x + 2 = 0$ या $x = -2$

$= 5x + 6 = 0$

या $5x = -6$ या $x = \frac{-6}{5}$

इस समीकरण के शुन्यांक या मूल -2 व $\frac{-6}{5}$ हैं ! इसका मान समीकरण में रखने पर समीकरण का मान शून्य प्राप्त होता हैं !

short ट्रिक –

5 और 12 को आपस में गुणा करेंगें तो 60 मिलेगा फिर 16 और 60 को इस प्रकार से दो समान संख्या में तोडना हैं की उन्हें जोड़ने पर 16 मिले पर गुणा करने पर 60 प्राप्त हो।

$5x^2 + 16x + 12 = 0$

$5 \times 12 \qquad 16$

इसे हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं।

$6 \times 10 \qquad 10 + 6$

यहाँ 10 और 6 ऐसी संख्या हैं जिन्हें जोड़ने पर 16 और गुणा करने पर 60 प्राप्त हो रहा हैं।

अत : हमारे हल हैं 10 और 6 इनको 5 से भाग देने पर

$\frac{10}{5}, \frac{6}{5} = 2, 1.2$

क्योंकि प्रश्न में दोनों जगह +,+ हैं अतः दोनों मान – होंगें।

$x = -2, -1.2$

इस प्रकार से आप द्विघात समीकरण को कम समय में हल कर सकते हैं।

(2) $x^2 - 14x + 40 = 0$

$= x\ (x - 10) - 4(x - 10) = 0$

$= (x - 10)\ (x - 4) = 0$

$= x - 10 = 0$ या $x = 10$

$= x - 4 = 0$ या $x = 4$

short ट्रिक –

14 और 40 को इस प्रकार से दो समान संख्या में तोडना हैं की उन्हें जोड़ने पर 14 मिले पर गुणा करने पर 40 प्राप्त हो।

$x^2 - 14x + 40 = 0$

$10+4 \qquad 10 \times 4$

यहाँ 10 और 4 ऐसी संख्या हैं जिन्हें जोड़ने पर 14 और गुणा करने पर 40 प्राप्त हो रहा हैं।

अतः x के मान 10 और 4 होंगे

चूंकि समीकरण में चिन्ह – और + हैं अतः x के दोनों मान + + होंगे।

$x = +10 , +4$

नोट :-

समीकरण में चिन्ह	प्राप्त मानों में चिन्ह
+ +	- -
- +	+ +
+ -	- +
- -	+ -

(3) $x^2 + 7x - 120 = 0$

$= x^2 + 15x - 8x - 120 = 0$

$= x(x + 15) - 8(x + 15) = 0$

$= (x + 15)(x - 8) = 0$

$= x + 15 = 0$ या $x = -15$

$= x - 8 = 0$ या $x = 8$

(4) $x^2 - 7x - 120 = 0$

$= x^2 - 15x + 8x - 120 = 0$

$= x(x - 15) + 8(x - 15) = 0$

$= (x - 15) = 0$ या $x = 15$

$= x + 8 = 0$ या $x = -8$

Example-4 $3x + \frac{4y}{3} = 10$ व $5x - \frac{2y}{3} = 8$

हल→ $3x + \frac{4y}{3} = 10$

$\Rightarrow 9x + 4y = 30$ ---(i)

$= 5x - \frac{2y}{3} = 8$

$\Rightarrow 15x - 2y = 24$ ---(ii)

समीकरण (ii) को 2 से गुणा कर (i) में जोड़ने पर

$\Rightarrow 39x = 78$

$\Rightarrow x = 2$

$x = 2$ समीकरण (i) में रखने पर

$\Rightarrow 9 \times 2 + 4y = 30$

$\Rightarrow 4y = 12$

$\Rightarrow y = 3$

$y = 3 , x = 2$

अभ्यास प्रश्न

Question 1

I. $5x^2 + 11x - 12 = 0$

II. $4y^2 - 13y - 12 = 0$

(A) if $x > y$
(B) if $x \leq y$
(C) if $x \geq y$
(D) if $x < y$
(E) if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

Correct Option: E
I. $5x^2 + 11x - 12 = 0$

दोनों समीकरण की तुलना करने पर निष्कर्ष निकलता है - $x > y$

Question 32

I. $6x^2 - 23\sqrt{3}x + 60 = 0$
II. $2y^2 + 3\sqrt{3}y - 15 = 0$

(A)if $x > y$
(B)if $x \leq y$
(C)if $x \geq y$
(D)if $x < y$
(E)if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

ans : A

I. $6x^2 - 23\sqrt{3}x + 60 = 0$
$6x^2 - 8\sqrt{3}x - 15\sqrt{3}x + 60 = 0$
$2x(3x - 4\sqrt{3}) - 5\sqrt{3}(3x - 4\sqrt{3}) = 0$
$(2x - 5\sqrt{3})(3x - 4\sqrt{3}) = 0$
$x = 2.5\sqrt{3}, 1.33\sqrt{3}$
II. $2y^2 + 3\sqrt{3}y - 15 = 0$
$2y^2 + 5\sqrt{3}y - 2\sqrt{3}y - 15 = 0$
$y(2y + 5\sqrt{3}) - \sqrt{3}(2y + 5\sqrt{3}) = 0$
$(2y + 5\sqrt{3})(y - \sqrt{3}) = 0$
$y = +\sqrt{3}, -2.5\sqrt{3}$
अत : x के किसी भी मान के लिए और y के किसी भी मान के लिए ,

$$x > y$$

Question 33

I. $x^3 - 14 - 1714 = 0$
II. $3y^2 - 63 - 300 = 0$

(A)if $x > y$
(B)if $x \leq y$
(C)if $x \geq y$
(D)if $x < y$
(E)if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

ans : A

I. $x^3 - 14 - 1714 = 0$
$x^3 = 1728$
$x = 12$
II. $3y^2 - 63 - 300 = 0$
$3y^2 = 363$
$y^2 = 121$
$y = \pm 11$
अत : , $x > y$ ans.

Question 34

I. $2x^2 + 3x - 35 = 0$
II. $4y^2 + 10y - 104 = 0$

(A)if $x > y$
(B)if $x \leq y$
(C)if $x \geq y$
(D)if $x < y$
(E)if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

ans : E

I. $2x^2 + 3x - 35 = 0$
$2x^2 + 10x - 7x - 35 = 0$
$2x(x + 5) - 7(x + 5) = 0$
$(2x - 7)(x + 5) = 0$
$x = 3.5, -5$
II. $4y^2 + 10y - 104 = 0$
$4y^2 + 26y - 16y - 104 = 0$
$2y(2y + 13) - 8(2y + 13) = 0$
$(2y - 8)(2y + 13) = 0$
$y = 4, -6.5$
For $x = 3.5$ and $y = 4$
$x < y$
For $x = 3.5$ and $y = -6.5$
$x > y$
अत: x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध स्थापित नही किया जा सकता है।
अत: विकल्प (E) सत्य है।

Question 35

I. $x^2 - 0.5x - 39 = 0$

II. $y^2 - 15.5y + 60 = 0$

(A)if $x > y$
(B)if $x \leq y$
(C)if $x \geq y$
(D)if $x < y$
(E)if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

ans : D

I. $x^2 - 0.5x - 39 = 0$

$x^2 + 6x - 6.5x - 39 = 0$

$x(x + 6) - 6.5(x + 6) = 0$

$(x - 6.5)(x + 6) = 0$

$x = 6.5, -6$

II. $y^2 - 15.5y + 60 = 0$

$y^2 - 8y - 7.5y + 60 = 0$

$y(y - 8) - 7.5(y - 8) = 0$

$(y - 8)(y - 7.5) = 0$

$y = 7.5, 8$

x के किसी भी मान के लिए y का मान बड़ा है इसलिए

$$x < y$$

अतः विकल्प (D) सत्य है।

Question 36

I. $35x^2 + 13x - 90 = 0$

II. $7y^2 + 24y + 20 = 0$

(A)if $x > y$
(B)if $x \leq y$
(C)if $x \geq y$
(D)if $x < y$
(E)if $x = y$ or x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध नही

ans (E)

I. $35x^2 + 13x - 90 = 0$

$35x^2 + 63x - 50x - 90 = 0$

$7x(5x + 9) - 10(5x + 9) = 0$

$(7x - 10)(5x + 9) = 0$

$x = \frac{10}{7}, -\frac{9}{5}$

II. $7y^2 + 24y + 20 = 0$

$7y^2 + 14y + 10y + 20 = 0$

$7y(y + 2) + 10(y + 2) = 0$

$(y + 2)(7y + 10) = 0$

$y = -2, -\frac{10}{7}$

x तथा y के मानों की तुलना करने पर ,

x		y
$\frac{10}{7} = 1.4$	>	-2
$\frac{10}{7} = 1.4$	>	$-\frac{10}{7} = -1.4$
$-\frac{9}{5} = -1.8$	>	-2
$-\frac{9}{5} = -1.8$	<	$-\frac{10}{7} = -1.4$

अतः x तथा y के बीच में कोई सम्बन्ध स्थापित नही किया जा सकता है।
अतः विकल्प (E) सत्य है।

निम्नलिखित प्रश्नों में दो समीकरण I. और II. दिए गए हैं। आपको दोनों समीकरणों को हल करना है और उत्तर देना है

(a) यदि $x > y$
(b) यदि $x \geq y$
(c) यदि $x < y$
(d) यदि $x \leq y$
(e) यदि $x = y$ या x और y के बीच संबंध स्थापित नहीं किया जा सकता है।

Question-37

I. $x^2 - 7x + 6 = 0$
II. $2y^2 - 8y + 6 = 0$

ans(e)

I. $x^2 - 7x + 6 = 0$
$x^2 - 6x - x + 6 = 0$
$(x - 6)(x - 1) = 0$
$x = 1, 6$
II. $2y^2 - 8y + 6 = 0$
$\Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$
$\Rightarrow y^2 - 3y - y + 3 = 0$
$\Rightarrow (y - 1)(y - 3) = 0$
$\Rightarrow y = 1, 3$

Question-38

I. $3x^2 + 13x - 16 = 0$
II. $y^2 - 5y + 4 = 0$

ans(d) यदि $x \leq y$

I. $3x^2 + 13x - 16 = 0$
$\Rightarrow 3x^2 + 16x - 3x - 16 = 0$
$\Rightarrow (3x + 16)(x - 1) = 0$
$\Rightarrow x = 1, -\frac{16}{3}$
II. $y^2 - 5y + 4 = 0$
$\Rightarrow y^2 - 4y - y + 4 = 0$
$\Rightarrow (y - 4)(y - 1) = 0$
$\Rightarrow y = 4, 1$
$y \geq x$

Question-39

I. $x^2 + 11x + 30 = 0$
II. $y^2 + 17y + 72 = 0$

ans(a)

I. $x^2 + 11x + 30 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 5x + 6x + 30 = 0$
$\Rightarrow (x + 5)(x + 6) = 0$
$\Rightarrow x = -5, -6$
II. $y^2 + 17y + 72 = 0$
$\Rightarrow y^2 + 8y + 9y + 72 = 0$
$\Rightarrow (y + 8)(y + 9) = 0$
$\Rightarrow y = -8, -9$
$x > y$

Question-40

I. $x + 3y = 8$
II. $2x + y = 6$

ans(e)

I. $x + 3y = 8$
II. $2x + y = 6$
Multiplying equation (i) by 2 and then substracting (ii) from (i) we get
$x = 2, y = 2$

I. $2x^2 - 9x + 10 = 0$
II. $3y^2 - 14y + 16 = 0$

ans(e)

अध्याय – 9

चाल , समय और दूरी

समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

दूरी = चाल X समय

(1) किलोमीटर /घंटा को मीटर /सेकंड में बदलना –

x km / h =(x X $\frac{5}{18}$) m /sec.

54 km /h =54 X $\frac{5}{18}$

= 15 m / sec.

72 km/h = 72 X $\frac{5}{18}$

= 20 m /sec.

(2) मीटर/ सेकंड को किलोमीटर / घंटा में बदलना

x m/sec. = (x X $\frac{18}{5}$) km/ h

10m/sec = 10 X $\frac{18}{5}$

= 36km/h

25m/sec = 25 X $\frac{18}{5}$

= 90km /h

साधारण प्रश्न – Type – 1

(1) एक स्कूटर सवार 54km/h की चाल से 1 मिनट में कितनी दूरी तय करेगा !

54 X $\frac{5}{18}$ = 15 m /sec

1 मिनट = 60 से.

दूरी = समय X चाल

= 60 X 15

= 900 m

(2) एक गाड़ी 180 किलोमीटर की दूरी 4 घंटे में तय करती है ! यदि वह दो तिहाई चाल से चले तो कितना अधिक समय लगेगा ?

चाल = $\frac{180}{4}$ समय =$\frac{180}{30}$

= 45km /h = 6 घंटे

दो तिहाई चाल = 45 X $\frac{2}{3}$

अधिक समय= 6-4

= 30 km/h = 2 घंटे

2 Method

चाल = $\frac{180}{4}$ 3 : 2

= 45 km/h X15 X 15

45 km/h 30km/h

समय = $\frac{180}{30}$ = 6 घंटे

अधिक समय =6-4 =2 घंटे

(3) दो रेलगाड़ियो की चाल 6 :7 के अनुपात में है !यदि दूसरी रेलगाड़ी 4 घंटे में 364 किलोमीटर चले ,तो पहली रेलगाड़ी की चाल कितनी है ?

पहली ट्रेन : दूसरी ट्रेन

6 : 7

X 13 X13

78 km/h 91km/h

चाल= $\frac{364}{4}$ = 91km/h

पहली ट्रेन की चाल 78km/h होगी ।

(4) स्कूटी पर सवार एक व्यक्ति 5 मीटर/ सेकंड की चाल से 3 घंटे 20 मिनट में कितने किलोमीटर दूरी तय करेगा ?

$5X \frac{18}{5}$ 3 घंटा 20 मिनट = $3+ \frac{20}{60}$

दूरी $=18X \frac{10}{3}$ $=\frac{10}{3}$ घंटे

$= 60$ km

Type – 2 जब कोई दूरी भिन्न -2 चाल से चली जाये–

(1) किसी यात्रा का आधा भाग 21 km/h तथा शेष भाग 24 km/h चाल से चलकर पूरी यात्रा 10 घंटे में चाल लेता है ! यात्रा की कुल दूरी ज्ञात करे !

माना कुल दूरी $=2x$ km

$\frac{15x}{168}=10$

$\frac{x}{21}+\frac{x}{24}=10$

$\frac{8x+7x}{168}=10$

$x = 112$ km

कुल दूरी $= 2X\ 112$

$=224$km

2 Method

दूरी $= \frac{2X\ S1XS2}{S1XS2} X$ Time

$= 2X \frac{21X24}{(21+24)} X\ 10$

$= 224$km

(2) एक साईकिल सवार एक निश्चित दूरी का आधा भाग 6km/h शेष आधा 5 km/ h की चाल से चलकर कुल 11 घंटे का समय लेता है वह दूरी कितनी है ?

माना कुल दूरी $= 2x$

$\frac{x}{6}+\frac{x}{5} = 11$

$\frac{5x+6x}{30} = 11$

$11x = 11X\ 30$ कुल दूरी $= 2X\ 30$

$x = 30$ km $= 60$ km

2 Method

दूरी $= \frac{2(6X5)}{(6+5)} X\ 11$

$= 60$ km

(3) एक कार A से B तक की दूरी का $\frac{1}{5}$ भाग 8 km/h की चाल से चलती है , $\frac{1}{10}$ भाग ,25 km/h की गति से चलती है और शेष 20 km /h की गति से चलती है ! पूरी यात्रा की औसत गति ज्ञात करो !

कुल दूरी $= 10$ km (5 ,10 L. C. M)

$\frac{1}{5}$: $\frac{1}{10}$: शेष

2 : 1 : 7

औसत चाल $= \frac{10}{\frac{2}{8}+\frac{1}{25}+\frac{7}{20}}$

$= \frac{50+8+70}{200} = \frac{64}{100}$

चाल = दूरी / समय

$= \frac{10}{64} \times 100$

$= \frac{1000}{64}$

$= 15.625$ km/h

Type – 3 जब दो व्यक्ति एक ही दिशा में चले

(1) स्थान A पर एक सिपाही खड़ा था !उससे 500 m दूरी पर स्थान B पर एक चोर उसे देखता है और आगे की ओर 15 km/h की रफ़्तार से भागता है ! उसी क्षण सिपाही 20 km/h की रफ़्तार से

$n = 54$

दूरी $= 54$ km

(3) एक नाव धारा के विपरीत 12 km तथा धारा के साथ 18 km की दूरी 3 घंटों में तय कर लेती है जबकि वही नाव धारा के विपरीत 36 km तथा धारा के साथ 24 km की दूरी $6\frac{1}{2}$ घंटों में तय करती है धारा की गति कितनी है ?

हल→ $\frac{24}{x+y} + \frac{36}{x-y} = \frac{13}{2}$ ---(1)

$\frac{12}{x-y} + \frac{18}{x+y} = 3$ ------(2)

(2) - (1)

$= \frac{54}{x+y} - \frac{24}{x+y} = 9 - \frac{13}{2} = \frac{5}{2}$

$= \frac{30}{x+y} = \frac{5}{2} = x+y = 12$ -----(3)

= हम जानते है

$\frac{36}{x-y} + \frac{24}{12} = \frac{13}{2}$

$= \frac{36}{x-y} = \frac{13}{2} - 2 = 9/2$

$x-y = \frac{72}{9} = 8$ ----(4)

(3)-(4)

$2n = 20 = n = 10$ km/h

$\because y = 2$ km/h

अतः धारा की गति $= 2$ km/h

(4) एक कार P से Q तक नियत गति पर चलती है यदि उसकी गति 10 km/h बढ़ा दी जाती है तो यह दूरी तय करने में एक घंटा कम समय लेती है यदि इसकी गति 10 km/h और बढ़ा दी जाती है तो यह 45 मं और कम समय लेती है दो शहरों के बीच की दूरी क्या होगी ?

हल→ $\left(\frac{10 \times 10}{10 \times 1 - 10 \times \frac{3}{4}}\right) \times \frac{7}{4}$

$= 40 \times \frac{7}{4} = 70$

60 80

$= \left(\frac{60\ x\ 80}{20}\right) \times \frac{7}{4} = 420$ km

(5) 3 km/h की चाल से चलकर में अपने गन्तव्य पर 40 मिनट देर से पहुचता हूँ तथा 4 km/h की चाल से चलकर में अपने गन्तव्य पर निर्धारित समय से 30 मिनट पहले पहुच जाता हूँ मेरे गन्तव्य की दूरी कितनी है ?

हल→ माना दूरी $= n$ km

$= \frac{n}{3} - \frac{n}{4} = \frac{30+40}{60}$

$= \frac{n}{3} - \frac{n}{4} = \frac{7}{6}$

$= 4n - 3n = 14$

$n = 14$

अतः दूरी $= 14$ km

(6) तीन कारों की चाल 2 : 3 : 4 के अनुपात में है इन कारों द्वारा समान दूरी तय करने के लिए समय का अनुपात कितना है ?

हल→ माना कारों की चाल $= 2n, 3n, 4n$

तय की गई दूरी $= d$ km

तब लिया गया समय $= \frac{d}{2n}$ घण्टे , $\frac{d}{3n}$ घण्टे $\frac{d}{4n}$ घण्टे

अनुपात $= \frac{d}{2n} : \frac{d}{3n} : \frac{d}{4n}$

$= \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$= 6 : 4 : 3$

(7) एक रेलगाड़ी A तथा B स्टेशनों के बीच की दूरी 45 मिनटों में तय करती है यदि उस रेलगाड़ी की गति में 5 km/h की कमी कर दी जाये तो वही

अध्याय – II

साधारण ब्याज

(Simple Interest)

ब्याज :- उधार ली गयी धनराशि को वापस करते समय जो अतिरिक्त धन देना पड़ता है उसे ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज :- जो ब्याज केवल मूलधन पर एक निश्चित अवधि के लिये एक ही दर पर लगाया जाता है उसे साधारण ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज से सम्बन्धित सूत्र :-

(1) साधारण ब्याज (S.I.) $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100} = \frac{P \times R \times T}{100}$

(2) ब्याज की दर (r) $= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}} = \frac{S.I. \times 100}{P \times T}$

(3) समय (t) $= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}} = \frac{S.I. \times 100}{P \times R}$

(4) मूलधन (P) $= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}} = \frac{S.I. \times 100}{R \times T}$

(5) मूलधन (P) $= \frac{\text{मिश्रधन} \times 100}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})}$

\# मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$A = P + \frac{P \times R \times T}{100}$

\# $S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$

∵ प्रत्येक स्थिति में समान ब्याज हो

$\therefore P_1 r_1 t_1 = P_2 r_2 t_2 = P_3 r_3 t_3$

$= P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3}$

$r_1 : r_2 : r_3 = \frac{1}{p_1 t_1} : \frac{1}{p_2 t_2} : \frac{1}{p_3 t_3}$

$t_1 : t_2 : t_3 = \frac{1}{p_1 r_1} : \frac{1}{p_2 r_2} : \frac{1}{p_3 r_3}$

Ex-1 एक धन को 10% की दर से 4 वर्ष 12.5% की दर से 2 वर्ष तथा 15% की दर से 3 वर्ष के लिए दिया हो तो तथा प्रत्येक से समान मिश्रधन प्राप्त हो तो मूलधन क्या होगा ?

$10 \times 4 = 40$

$12.5 \times 2 = 25$

$15 \times 3 = 45$

$p_1 \times \frac{140}{100} = p_2 \times \frac{125}{100} = p_3 \times \frac{145}{100}$

$p_1 : p_2 : p_3 = \frac{1}{140} : \frac{1}{125} : \frac{1}{145}$

$= 28 : 25 : 29$

$(25 \times 29) : (28 \times 29) : (28 \times 25)$

\# किसी धन को r_1 दर t_1 समय के लिए r_2 दर t_2 समय के लिए ब्याज अन्तर n हो तो मूलधन = ?

$= \frac{p_1 r_1 t_1}{100} - \frac{p_2 r_2 t_2}{100} = n$

$p(r_1 t_1 - r_2 t_2) = 100\, n$

$\boxed{P = \frac{100 \times n}{r_1 t_1 - r_2 t_2}}$

दर :- 100 Rs पर 1 वर्ष में लगने वाला ब्याज ,ब्याज की दर की दर कहलाती है ! दर की गणना 100 पर होती है ! जैसे - 100 Rs का धन 1 वर्ष में 110 Rs हो जाता है तो यहाँ ब्याज की दर 10% है !

Type – 1 साधारण प्रश्न

(1) साधारण ब्याज की किस दर से Rs 600 का 10 वर्ष का साधारण ब्याज 120 Rs हो जायेगा !

$$\text{दर } (r) = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$$

$$= \frac{120 \times 100}{600 \times 10}$$

$$= 2\ \%$$

2 Method

दर % × समय= ब्याज	$r \times 10 = 120$
$r\ \% \times t = SI$	$r = 12\%$

$$600 \rightarrow 12\ \%$$

$$100 \rightarrow \frac{12}{6}$$

$$= 2\ \%$$

(2) 100 Rs का 15 % की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज होगा !

$$\text{सा. ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{100 \times 15 \times 2}{100}$$

$$= 30\ Rs$$

2 Method

$$\text{ब्याज} = \text{दर \%} \times \text{समय}$$

$$= 2 \times 15$$

$$\text{ब्याज} = 30\ Rs$$

(3) Rs 6000 पर 6 % वार्षिक दर से 8 माह का सा. ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिये !

$$\text{समय} = 8 \text{ माह} = \frac{8}{12}$$

$$= \frac{2}{3} \text{ वर्ष}$$

$$\text{सा. ब्याज} = \frac{6000 \times 6 \times 2}{3 \times 100}$$

$$\text{ब्याज} = 240\ Rs$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

$$= 6000 + 240$$

$$= 6240\ Rs$$

2 Method

$$\text{मूलधन} = 100 \text{ (माना)}$$

$$100 \xrightarrow{6\% \times \frac{2}{3}\text{वर्ष}} 104$$

$$\text{ब्याज} = 4$$

$$\text{मिश्रधन} = 104$$

$$100 = 6000$$

$$1 = 60$$

= 1 वर्ष

1 × 5% = 42 Rs

1% = 8.4

100% = 840 Rs

(4) Rs 1500 की धनराशि पर 3 वर्षो का दो भिन्न स्त्रोतों से प्राप्त ब्याज का अंतर Rs 13.50 है तो उनकी ब्याज दरों का अंतर बताओ !

$\frac{1500 \times r_1 \times 3}{100} - \frac{1500 \times r_2 \times 3}{100} = 13.50$

$\frac{4500 \times r_1}{100} - \frac{4500 \times r_2}{100} = 13.50$

$4500 (r_1 - r_2) = 1350$

$(r_1 - r_2) = \frac{1350}{4500}$

$(r_1 - r_2) = 0.3\%$

1 Method

माना दरों में अंतर = x%

3 वर्षों में अंतर = 3x %

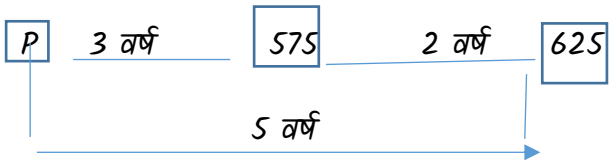
$x = \frac{13.50 \times 100}{1500 \times 3}$

= 0.3 %

Type – 5 जब दो समयों का मिश्र धन ज्ञात हो-

(1) कोई धन साधारण ब्याज की दर पर 3 वर्ष में Rs 575 तथा 5 वर्ष में Rs 625 हो जाता है ! ब्याज की दर ज्ञात करो

मूलधन = P (माना)



ब्याज = 625 – 575

= 50 Rs

2 वर्ष का ब्याज = 50 Rs

1 वर्ष का ब्याज = 25 Rs

3 वर्ष का ब्याज = 75 Rs

P = 575 – 75

= 500

दर = $\frac{25}{500} \times 100$

= 5%

(2) कोई धनराशि साधारण ब्याज पर 5 वर्षो में 1020 Rs तथा 8 वर्षो में 1200 Rs हो जाती है ! मूलधन बताओ !

माना मूलधन = P

3 वर्षो में ब्याज = 1200 – 1020 = 180

1 वर्ष में = 60 Rs

5 वर्ष में = 300 Rs

मूलधन P = 1020 – 300 = 720 Rs

(3) कोई धन 5% वार्षिक दर से 6 वर्ष में Rs 1950 हो जाता है 8 वर्षो में कितने Rs हो जायेगा !

$= 60$

$= \frac{60 \times 50}{100} = 30$ Rs

ब्याज $= \frac{30 \times 10 \times 1}{100} = 3$ Rs

शेष $= 30$ Rs

ब्याज $= \frac{30 \times 18 \times 1}{100}$

$= 5.4$ Rs

कुल ब्याज $= 6 + 3 + 5.4$

$= 14.4$ Rs

दर $= \frac{14.4}{100} \times 100 = 14.4$ %

2 Method

मूलधन $= 100$

40×15 % $= 6$

ब्याज $= 6$ Rs

30×10 % $= 3$ Rs

ब्याज $= 3$ Rs

30×18 % $= 5.4$ Rs

कुल ब्याज $= 6 + 3 + 5.4$

$= 14.4$ Rs

दर % $= 14.4$ %

(3) किसी राशि पर साधारण ब्याज से 6 महीनों में 4% वार्षिक दर से 150 Rs ब्याज मिलेगा ?

6 महिना $= \frac{1}{2}$ वर्ष

जब समय आधा होगा (एक वर्ष का)तो दर भी आधी होगी !

r % $\times t = S.I.$

$4\% \times \frac{1}{2} = 150$

2 % $= 150$

1 % $= 75$

100 % $= 7500$ Rs

(4) मनोज ने 29400 Rs साधारण ब्याज पर 6 वर्ष के लिए जमा किये ! 6 वर्ष बाद उसे 4200 Rs ब्याज प्राप्त हुआ ! वार्षिक दर थी !

6 वर्ष का ब्याज $= 4200$ Rs

1 वर्ष का ब्याज $= 700$

दर $= \frac{700}{29400} \times 100$

$= \frac{100}{42}$

$= 2\frac{8}{21}\%$

2 Method

6 वर्ष $= 4200$

1 वर्ष $= 700$

$29400 = 700$

$100 = \frac{700}{294} = 2\frac{8}{21}\%$

अध्याय – 15

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.)

I year II year

P S. I.

100 20% 20 20

20 20% 4

20% = $\frac{1}{5}$ ब्याज

मूलधन

मूलधन मिश्रधन

5 : 6

P = 125 Rs Rate (दर) = 20 %

समय = 3 वर्ष C. I. = ?

20 % = $\frac{1}{5}$ 1 वर्ष 2 वर्ष 3 वर्ष

CI 25 25 +5 30 +6

= 30 36

मूलधन मिश्रधन

1 वर्ष 5 6

2 वर्ष 5 6

3 वर्ष 5 6

125 216

Note :- चक्रवृद्धि ब्याज, में ब्याज पर ब्याज लगता है जबकि साधारण ब्याज में मूलधन पर ही लगता है !

(1) जब ब्याज वार्षिक समायोजित होता है

$C.I. = [\ P\left(1+\frac{R}{100}\right)^t - 1\ ]$

∵ मिश्रधन (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^t$

(2) जब ब्याज छमाही हो तो

6 माही = $\frac{r}{2}\%$, 2t

(3) जब ब्याज तिमाही हो

3 माही = $\frac{r}{4}\%$, 4t

(4) जब ब्याज चौमाही हो

4 माही = $\frac{r}{3}\%$, 3t

(5) जब ब्याज मासिक हो

मासिक = $\frac{r}{12}\%$, 12t

(6) निश्चित समय में C. I ब्याज की दर से t_1 समय का मिश्रधन A_1 तथा t_2 समय का A_2 है तो दर

$R = \left[\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{\frac{1}{t_2-t_1}} - 1\right] \times 100$

(7) यदि हमें P_1 t_1 A_1 दिया हो तब दर

$R = \left[\left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{t}} - 1\right] \times 100 - 1$

(8) C.I. में किस्तों में भुगतान

$P = x\ (\frac{100}{100+R})[1 + (\frac{100}{100+R}) + (\frac{100}{100+R})^2 + ---+n\ (\frac{100}{100+r})^n$

x = किस्त की राशि

n = राशि

Example 1 :- 66200 रुपये का ऋण तीन बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाता है यदि चक्रवृद्धि ब्याज की दर 10% वार्षिक हो तो प्रत्येक क़िस्त का मान कितना होगा ?

हल- $P = 66200$, $R = 10$, $n = 3$

$66200 = x\ (\frac{100}{100+10})\ [1+((\frac{100}{100+R}) + (\frac{100}{100+R})^{-2}\ ]$

$= 66200 = \frac{10\,x}{11} + \frac{100\,x}{121} + \frac{1000\,x}{1331}$

$= (1210x + 1100x + 1000x) = 66200 \times 1331$

$= 3310\,x = 66200 \times 1331$

$x = \frac{66200 \times 1331}{3310}$

x = 26,620 वार्षिक किस्त

Type – 1 साधारण प्रश्न

(1) Rs 3000 का 20% चक्रब्रद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कीजिए !

20 % $= \frac{1}{5}$ P A

5 6

5 6

25 36

25 = 3000

1 = 120

36 = 120 × 36

= 4320 Rs

(2) 12500 Rs का 4% की दर से 2 साल में कितना चक्रवृद्धि ब्याज होगा ?

4 % $= \frac{1}{25}$ → मूलधन (25^2)

मूलधन = 625 (माना)

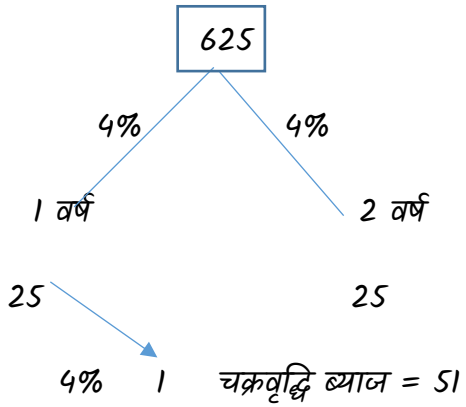
625 = 12500

1 = 20

मिश्रधन = 25 + 25 + 1 = 51

51 = 51 × 20

= 1020 Rs



(3) 16000 का 10 % वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन बताओ !

$= (6000 \times \frac{110}{100} \times \frac{21}{20} - 6000)$

$= (6930 - 6000)$

$= 930$ Ans

5. किसी धनराशि पर एक निश्चित दर से 2 वर्ष के साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज क्रमशः 900 तथा 954 है वह धनराशि कितनी है ?

हल→ माना मूलधन = n , दर = R%

$= \frac{n \times R \times 2}{100} = 900$

$= n \times R = \frac{900 \times 100}{2} = 45000$

$= [n \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 - n] = 954$

$= n (1 + \frac{R^2}{10,000} + \frac{2R}{100}) - n = 954$

$= \frac{nR \times R}{10,000} + \frac{nR}{50} = 954$

$= \frac{45000 \times r}{10,000} + \frac{45000}{50} = 954$

$= \frac{9R}{2} = (954 - 900) = 54$

$= R = \frac{54 \times 2}{9} = 12$

$\because n \times 12 = 45000$

$n = 3750$ Ans

6. 15494 रुपये को A तथा B में इस प्रकार बाँटे की 20% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज से 9 वर्ष के अन्त में A का हिस्सा 11 वर्ष के अन्त में B के हिस्से के बराबर हो जाये तो A का हिस्सा है ?

हल→ $A \times \left(\frac{120}{100}\right)^9 = B \times \left(\frac{120}{100}\right)^{11}$

$= \frac{A}{B} = \frac{36}{25} = 36 : 25$

$= \frac{36}{61} \times 15494$

$= 9144$

7. एक आदमी ने 1,20,000 की राशि छोड़ी है जो 14 वर्ष और 12 वर्ष के उसके दो पुत्रों के बीच इस प्रकार विभाजित की जाती है कि प्रत्येक के 18 वर्ष की आयु प्राप्त करने पर उन्हें बराबर धनराशि मिले यदि राशि पर 5% प्रतिवर्ष की दर से साधारण ब्याज मिलता है तो इस समय छोटे पुत्र का हिस्सा है ?

हल→

बड़ा : छोटा

$\frac{1}{120} : \frac{1}{130}$

13 : 12

$\frac{12}{25} \times 1,20,000$

$= 57,600$

8. एक आदमी ने अपनी पूंजी का $\frac{1}{3}$ भाग 7% पर , $\frac{1}{4}$ भाग 8% पर और शेष 10% पर निवेश किया यदि उसकी वार्षिक आय 561 है तो पूंजी होगी ?

हल→ $\left(\frac{1}{\frac{1}{3} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} + \frac{5}{12} \times \frac{10}{100}}\right) \times 561$

$= 6600$

9. एक व्यक्ति 10% चक्रवृद्धि ब्याज पर 2100 का ऋण लेता है हर वर्ष के अन्त में उसे बराबर

अध्याय – 19

प्रायिकता (Probability)

जब किसी भविष्य घटनाओं की अनिश्चितता को गणितीय रूप में व्यक्त किया जाता है तो उसे प्रायिकता कहते हैं अर्थात"किसी घटना के होने के संयोग को प्रायिकता कहते हैं "

प्रयोग (Experiment)

ऐसी प्रत्येक क्रिया जिसे करने पर कुछ परिणाम प्राप्त हो,प्रयोग कहलाती है ! प्रायिकता सिद्धांत का अध्ययन करते समय, हम अक्सर which प्रयोग 'शब्द का उपयोग करेंगे जिसका अर्थ है एक ऑपरेशन जो अच्छी तरह से परिभाषित परिणाम उत्पन्न कर सकता है। प्रयोग दो प्रकार के हो सकते है-

(1) निर्धारणात्मक प्रयोग
(2) यादृच्छिक प्रयोग

ऐसे प्रयोग जो समान परिस्थितियों के अंतर्गत दोहराने पर समान परिणाम उत्पन्न करे ,निर्धारणात्मक प्रयोग कहलाते है ! जैसे 2 और 2 को जोड़ना !

लेकिन ऐसे प्रयोग, जिन्हें एक समान परिस्थितियों में दोहराने पर भी समान परिणाम आना निश्चित न हो,उन्हें यादृच्छिक प्रयोग कहते है, जैसे एक सिक्के को उछालकर टॉस करना, एक पासे को फेकना !

प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space)

किसी प्रयोग को करने पर प्राप्त हो सकने वाले सभी संभव परिणामो के समुच्चय को प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space)कहते है ! इसे 'S ' से निरुपित करते है!

उदाहरण – 1. किसी सिक्के को उछालने पर प्राप्त हो सकने वाले परिणाम = चित (Head) या पट (Tail)

अत : प्रतिदर्श समष्टि, S = (H,T)

कुल परिणामो की संख्या, n (S) = 2

उदाहरण -2. एक पासे को फेंकने पर प्राप्त हो सकने वाले परिणाम = 1,2,3,4,5 या 6

S = (1,2,3,4,5,6)

प्रतिदर्श समष्टि में घटनाओ की संख्या = n(S) = 6

उदाहरण -3 दो सिक्को को एक साथ उछालने पर प्राप्त हो सकने वाले परिणाम = (H, T) × (H ,T)

= (HH, HT, TH, TT)

प्रतिदर्श समष्टि में घटनाओ की संख्या = n(S)=4

घटना (Event)

किसी भी प्रयोग के लिए उसके प्रतिदर्श समष्टि के प्रत्येक उपसमुच्चय (सदस्य)को एक घटना कहते है!इसे 'E' से निरुपित करते है!

उदाहरण -1. एक पासे को फेंकने पर 4 आना, एक घटना है !

E = (4)

अनुकूल परिणामो की संख्या = n(E) = 1

उदाहरण – 2. किसी पासे को फेंकने पर उस पर सम संख्या आने की घटना

E = (2,4,6)

अनुकूल परिणामो की संख्या = n(E) = 3

घटनाओ के प्रकार (Types of Event)

(1) सरल घटना (Elementary or Simple Event):- ऐसी घटना जिसमे प्रयोग का केवल एक परिणाम होता है,

अर्थात n (E) = 1 को सरल घटना कहते है !

जैसे पासे को फेंकने पर 4 आना

E = (4) = n(E) = 1

2. संयुक्त घटना (Complex Event) :- वे सभी घटनाएँ जो सरल घटनाएँ नही होती उन्हें संयुक्त घटना कहते है! जैसे किसी पासे को फेंकने पर उस पर विषम संख्याए आना,

E = (1,3,5) = n(E) = 3

3. स्वंतंत्र घटनाएँ (Mutually Exclusive Event):- यदि दो घटनाएँ इस प्रकार हो कि एक घटना के घटित होने का प्रभाव दूसरी घटना पर नही पड़े तो स्वंतंत्र घटनाएँ कहलाती है !

जैसे सचिन का शतक बनाना और राहुल गाँधी का प्रधानमंत्री बनना एक दूसरे से स्वंतंत्र घटनाएँ है तथा सचिन का शतक बनाना और भारतीय टीम का मैच जीतना परतंत्र घटनाएँ है!

4. पूरक घटनाएँ (Complementary Events):- किसी घटना E की पूरक घटना को E ' या E से निरूपति करते है ! घटना E की पूरक घटना E' का अर्थ है कि जब घटना E घटित नही होती है !

उदाहरणथ - किसी पासे को फेंकने पर यदि घटना E = सम संख्याए आने की प्रायिकता हो तो E की पूरक घटना E' = (1,3,5)

क्योंकि S = (1,2,3,4,5,6) और E = (2,4,6)

<u>किसी घटना E की प्रायिकता</u>

- किसी घटना E की प्रायिकता , उस घटना के घटित हिने की संभावना को बताती है! इसे P (E) से निरुपित किया जाता है!

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूलन परिणामो की संख्या}}{\text{कुल परिणामो की संख्या}} = \frac{n(E)}{n(S}$$

जहां E एक घटना है और S प्रतिदर्श समष्टि है!

उदाहरण - 1. एक सिक्के को उछालने पर चित (Head)आने की प्रायिकता क्या है ?

हल : S = (H,T) = n (S) = 2

E = (H) = n (E) = 1

चित आने की प्रायिकता ,

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

उदाहरण - 2 : एक पासे को फेंकने पर विषम संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी ?

हल : S = (1,2,3,4,5,6)

= n (S) = 6

E = (1,3,5) = n (E) = 3

विषम संख्या आने की प्रायिकता,

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- किसी प्रयोग में किसी खास घटना के घटने की प्रायिकता और उसी घटना के नही घटने की प्रायिकता का योग 1 होता है !

P (E) + P (E) = 1

जहां, E = घटना

E या E' = घटना नही

उदाहरण - 1 : एक पासे को फेंकने पर S नही आने की प्रायिकता क्या है ?

हल : S = (1,2,3,4,5,6) = n(S) = 6

E = (S) = n (E) = 1

S आने की प्रायिकता , $P(E) = \frac{1}{6}$

∴ P (E) + P (E') = 1

P (E') = 1 - P (E)

$= 1 - \frac{1}{6}$

$= \frac{5}{6}$

उदाहरण - 2 : एक थैले में 3 लाल, 5 हरे और 4 काले रंग की गेंदे है ! इनमे से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है ! लाल रंग की गेंद के नही आने की प्रायिकता क्या है ?

हल : कुल परिणामो की संख्या = n (S)

= 3 + 5 +4 = 12

अनुकूल परिणामो की संख्या = n (E) = 3

लाल गेंद आने की प्रायिकता,

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

P (E) = 1 - P(E)

$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

- किसी भी घटना की प्रायिकता 0 से अधिक या उसके बराबर और 1 से छोटी या उसके बराबर होती है !

$$0 < P(E) < 1$$

नोट : किसी प्रयोग में अनिश्चित घटना अर्थात जिसका घटित होना असम्भव है उसकी प्रायिकता शून्य (0)होती है और निश्चित घटना की प्रायिकता 1 होती है !

उदाहरण : एक थैले में केवल लाल रंग की गोलिया है ! इनमे से एक गोली यादृच्छया निकाली जाती है ! इसकी क्या प्रायिकता है कि

(d) 17/100
(e) 3/10

S7. Ans.(a)
Sol.
Required Probability = Both black + Both heart

$$= \frac{26}{52} \times \frac{25}{51} + \frac{13}{52} \times \frac{12}{51}$$

$$= \frac{(650 + 156)}{52 \times 51}$$

$$= \frac{31}{102}$$

Q8. 52 पत्तों की एक गड्डी से 2 पत्ते यादृच्छिक रूप से निकाले जाते हैं। इसकी प्रायिकता क्या है कि या तो दोनों पत्ते काले हैं या दोनों गुलाम के पत्ते हैं?

(a) 62/221
(b) 21/312
(c) 5/21
(d) 55/221
(e) इनमें से कोई नहीं

S8. Ans.(e)
Sol.
Required Probability = Both black + Both jacks

$$= \frac{26}{52} \times \frac{25}{51} + \frac{4}{52} \times \frac{3}{51}$$

$$= \frac{331}{1326}$$

Q9. 3 पुरुष, 4 महिलाएं और 2 बच्चों के एक समूह से एक समिति निर्मित करने के लिए 4 व्यक्ति चुने जाते हैं। इसकी प्रायिकता क्या है कि समिति में पुरुष, महिला और बच्चे में से कम से कम । शामिल होंगे?

(a) 4/15
(b) 12/21
(c) 4/19
(d) 11/31
(e) इनमें से कोई नहीं

S9. Ans.(e)
Sol.
Ways of forming committee
1) 1 man + 1 woman + 2 children
2) 2 man + 1 women + 1 child
3) 1 man + 2 women + 1 child

$$\text{Total ways} = {}^3c_1 \times {}^4c_1 \times {}^2c_2 + {}^3c_2 \times {}^4c_1 \times {}^2c_1 + {}^3c_1 \times {}^4c_2 \times {}^2c_1$$

$$= 3 \times 4 \times 1 + 3 \times 4 \times 2 + 3 \times \frac{4 \times 3}{2} \times 2$$

$$= 72$$

$$\text{Required Probability } \frac{72}{{}^9c_4} = \frac{4}{7}$$

Q10. एक बक्से में 25 बल्ब हैं जिसमें से 5 खराब हैं। 3 बल्ब एक ग्राहक को दिए जाते हैं। इसकी प्रायिकता क्या है कि उसे एक खराब बल्ब प्राप्त होगा?

(a) 19/46
(b) 25/51
(c) 44/77
(d) 21/46
(e) इनमें से कोई नहीं

S10. Ans.(a)
Sol.

$$\text{Required Probability} = 3 \times \frac{5}{25} \times \frac{20}{24} \times \frac{19}{23} = \frac{19}{46}$$

Q11. एक टोकरी में 4 लाल गेंदे, 5 सफेद, और 3 हरी गेंदे हैं। 3 गेंदे यादृच्छिक रूप से चुनी जाती हैं। इसकी प्रायिकता क्या है कि अधिक से अधिक एक हरी गेंद चुनी गई?

(a) 13/40
(b) 48/55
(c) 25/68
(d) 8/33
(e) 9/19

नोट – *प्रिय पाठकों , ये हमारे नोट्स का एक सैंपल ही है , यदि आपको हमारे नोट्स के* ***सैंपल अच्छे लगे हों*** *तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये* ***हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें*** *, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी "**IBPS BANK CLERK (प्रारंभिक परीक्षा)**" की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद /*

संपर्क करें – 8504091672, 9694804063, 8233195718, 9887809083

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम –

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)

FREE SAMPLE

RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

FREE SAMPLE
INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें –

RAS PRE. – https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s

VDO PRE. – https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856W18&t=202s

Patwari – https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

संपर्क करें- 8233195718, 8504091672, 9694804063,

9887809083

ONLINE ORDER के लिए OFFICIAL WEBSITE	Website- https://bit.ly/ibps-clerk-pre-notes
नोट्स खरीदने क लिए इन PHONE NUMBER पर कॉल करें	+918504091672 +918233195718 9694804063 01414045784,
TELEGRAM CHANNEL	https://t.me/infusion_notes
FACEBOOK PAGE	https://www.facebook.com/infusion.notes
WHATSAPP करें	https://wa.link/2va2o0

FREE SAMPLE