



INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

उ.प्र. उप निरीक्षक

UPSI/PLATOON
COMMANDER /PAC

उत्तर प्रदेश पुलिस भर्ती एवं प्रोन्नत बोर्ड

भाग – 2

गणित एवं रीजनिंग

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “उ. प्र. पुलिस SI (उप निरीक्षक)” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को उत्तर प्रदेश पुलिस भर्ती एवं प्रोन्नति बोर्ड द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “उ. प्र. पुलिस SI (उप निरीक्षक)/ Platoon Commander/PAC” भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे /

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

WhatsApp करें - <https://wa.link/001xtz>

Online Order करें - <https://shorturl.at/sxD46>

मूल्य : ₹

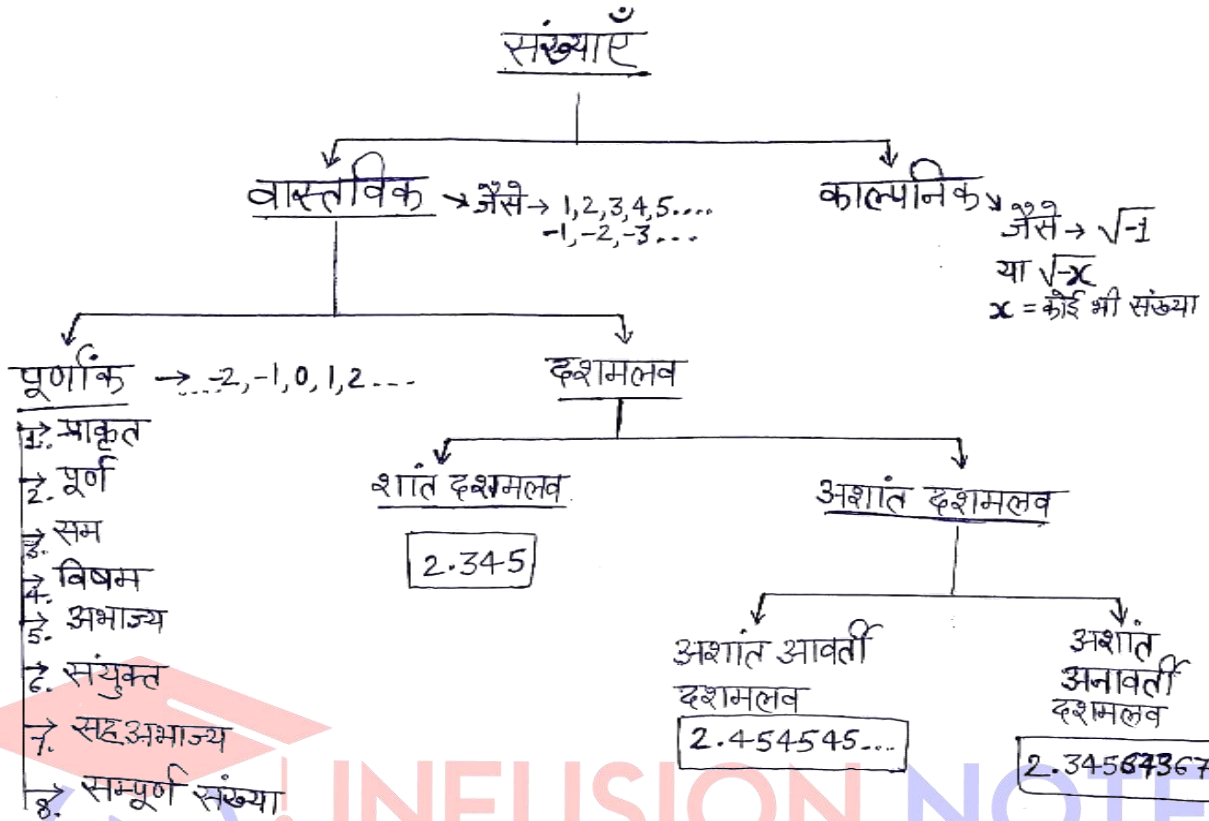
संस्करण : नवीनतम

	<u>गणित</u>	
क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
1.	संख्या प्रणाली	1-7
2.	इकाई अंक और भाजकता	7-28
3.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्त्य	28-41
4.	भिन्न एवं दशमलव	41-45
5.	सरलीकरण	46-57
6.	अनुपात - समानुपात	58-66
7.	प्रतिशतता	66-83
8.	लाभ और हानि	83-95
9.	औसत	96-106
10.	साझा	107-117
11.	मिश्रण	117-127
12.	साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	127-147
13.	चाल, समय और दूरी	147-156
14.	कार्य और समय	156-167
15.	क्षेत्रमिति	167-194
16.	व्यामिति	194-211
17.	बीजगणित	212-227
18.	डाटा इन्टरपरिटेशन (DI)	228-255

	<u>रीज़निंग / तर्क शक्ति</u>	
1.	वर्णमाला परीक्षण	256-265
2.	संख्या श्रृंखला	266-271
3.	लुप्त संख्या	271-275
4.	सादृश्यता	275-289
5.	सार्थक क्रम	289-292
6.	कोडिंग - डिकोडिंग	293-300
7.	दिशा परीक्षण	301-306
8.	रक्त संबंध	306-316
9.	क्रम व्यवस्था	316-323
10.	घड़ी	323-329
11.	कैलेंडर	329-341
12.	घन एवं पासा	342-359
13.	वेन आरेख	360-364
14.	आकृतियों की गणना	364-367
15.	न्याय नियमन	368-380
16.	कथन एवं तर्क	381-386
17.	कथन एवं निष्कर्ष	386-390
18.	कथन एवं मान्यताएं या पूर्वानुमान	390-396

अध्याय - 1

संख्या प्रणाली



नोट: एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय हो या अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: $\sqrt{8}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्या :- वैसी वास्तविक संख्याएँ जो p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं। जैसे: $1/2$, $2/3$, $3/4$ आदि।

अपरिमेय संख्या:- वैसी वास्तविक संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप नहीं लिखा जा सके, उन्हें अपरिमेय संख्या कहते हैं। अर्थात्, वैसी संख्याएँ जिन्हें पूर्णांक के अनुपात के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। साथ ही अंश और हर के रूप में भी व्यक्त नहीं किया जा सकता है। वह अपरिमेय संख्या कहलाती हैं।

जैसे: $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) / \sqrt{5}$

प्रश्न

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है

- | | |
|-----------|-------|
| (A) शून्य | (B) 1 |
| (C) -1 | (D) 2 |

उत्तर. - (B)

2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

- | | |
|-----------|-------|
| (A) शून्य | (B) 1 |
| (C) -1 | (D) 2 |

उत्तर. - (A) शून्य

3. सभी धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्याओं को संयुक्त रूप से कहा जाता है।

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (A) प्राकृत संख्याएँ | (B) पूर्ण संख्याएँ |
| (C) पूर्णांक | (D) अपरिमेय संख्याएँ |

उत्तर. - (C) पूर्णांक

4. पूर्ण संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होती ?

- | |
|----------------------|
| (A) योग के |
| (B) व्यवकलन के |
| (C) गुणन के |
| (D) (A) और (C) दोनों |

उत्तर. - (B) व्यवकलन के

5. पूर्णांक किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होते हैं ?

- | | |
|-------------|----------------|
| (A) योग के | (B) व्यवकलन के |
| (C) गुणन के | (D) भाग के |

उत्तर. - (D) भाग के

6. ऐसी संख्या क्या कहलाती है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है ?

- | |
|--------------------|
| (A) परिमेय संख्या |
| (B) पूर्ण संख्या |
| (C) अपरिमेय संख्या |
| (D) प्राकृत संख्या |

उत्तर. - (A) परिमेय संख्या

उत्तर. - (A) परिमेय संख्या

7. यदि 5 और 8 पूर्णांक हों तो निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्णांक नहीं होगा ?

- | | |
|------------------|----------------|
| (A) $5 + 8$ | (B) $5 - 8$ |
| (C) 5×8 | (D) $5 \div 8$ |

उत्तर. - (D) $5 \div 8$

8. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होती हैं ?

- | | |
|----------------|-------------|
| (A) योग के | (B) भाग के |
| (C) व्यवकलन के | (D) गुणन के |

उत्तर. - (B) भाग के

9. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत होती हैं ?

- (A) योग के
- (B) व्यवकलन के
- (C) गुणन के
- (D) (A), (B) व (C) तीनों

उत्तर - (D) (A), (B) व (C) तीनों

10. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत क्रमविनिमेय नहीं होती ?

- (A) योग के
- (B) गुणन के
- (C) व्यवकलन के
- (D) (A) व (B) दोनों के

उत्तर - (C) व्यवकलन के

11. किन्हीं तीन परिमेय संख्याओं a , b तथा c के लिए निम्न में से कौन-सा कथन असत्य होगा ?

- (A) $\alpha + (b + c) = (\alpha + b) + c$
- (B) $\alpha \times (b \times c) = (\alpha \times b) \times c$
- (C) (A) व (B) दोनों
- (D) $\alpha \div (b \div c) = (\alpha \div b) \div c$

उत्तर - (D) $\alpha \div (b \div c) = (\alpha \div b) \div c$

12. परिमेय संख्याओं के योग के लिए कौन-सी संख्या एक तत्समक होती है

- (A) शून्य
- (B) 1
- (C) -1
- (D) 2

उत्तर - (A) शून्य

13. पूर्णाकों तथा पूर्ण संख्याओं के लिए योज्य तत्समक है

- (A) 1
- (B) -1
- (C) शून्य
- (D) 2

उत्तर - (C) शून्य

14. परिमेय संख्याओं के लिए गुणनात्मक तत्समक है

- (A) शून्य
- (B) 1
- (C) -1
- (D) 2

उत्तर - (B) 1

15. परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम होगा -

$$\frac{-a}{b}$$

$$\frac{21}{8}$$

16. $\frac{21}{8}$ का व्युत्क्रम होगा -

$$(A) \frac{8}{21}$$

$$(B) \frac{-8}{21}$$

$$(C) \frac{-21}{8}$$

$$(D) \frac{21}{-8}$$

उत्तर - (A) $\frac{8}{21}$

17. किस परिमेय संख्या का कोई व्युत्क्रम नहीं होता ?

- (A) 2
- (B) 1
- (C) शून्य
- (D) -1

उत्तर - (C) शून्य

$$\frac{-7}{19}$$

18. $\frac{-7}{19}$ का योज्य प्रतिलोम होगा -

$$(A) \frac{-19}{7}$$

$$(B) \frac{19}{-7}$$

$$(C) \frac{-7}{19}$$

$$(D) \frac{7}{19}$$

उत्तर - (D) $\frac{7}{19}$

अध्याय - 3

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

(L.C.M. & H.C.F.)

दोस्तों, आज हम लोग L.C.M. निकालना सीखेंगे-

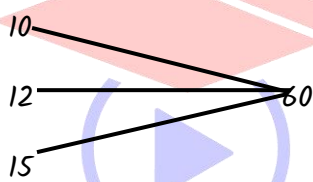
L.C.M. होता क्या है ?

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती है।

हम लोग गुणनखण्ड विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं। तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं।

जैसे - 10, 12, 15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जो 10, 12, 15 से कट जाए



60 वह छोटी से छोटी संख्या है जो 10, 12, 15 से कट जाएगी। अतः 60 ही हमारा L.C.M. है।

या

आप दी संख्याओं 10, 12, 15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखें और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया है वो ही L.C.M. है जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10, 12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दें तो गुणनफल 60 आएगा जो 10, 12 से कट जाएगा।

भाग विधि -

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
1, 1, 1	

$$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

गुणनखण्ड विधि -

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$LCM = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Note : अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता है।

महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) (म.स.) :- वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो। अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो म.स. कहलाता है।

उदाहरण- 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ?

(i) भाग विधि -

$\begin{array}{r} 5) 20 \quad (4 \\ \underline{20} \\ \times \end{array}$	$\begin{array}{r} 5) 30 \quad (6 \\ \underline{30} \\ \times \end{array}$
$\begin{array}{r} 5) 15 \quad (3 \\ \underline{15} \\ \times \end{array}$	

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

3	15	2	20	2	30
5	5	2	10	3	15
1		5	5	5	5
		1		1	

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा।

(ii) उभयनिष्ठ (Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती है।

Note :- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजूद होता है जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती है। अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता है।

दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :- दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं।

Example :-

1. 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$$

$$36, 4800, 150 \text{ का LCM} = 14400$$

$$0.036, 4.8, 0.15 \text{ का LCM} = \frac{14400}{1000}$$

$$\text{LCM} = 14.4$$

2. 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$$

$$200, 12000, 32 \text{ का HCF} = 8$$

$$\text{अतः } 0.20, 12 \text{ व } 0.032 \text{ का HCF} = \frac{8}{1000} = 0.008$$

भिन्नो का ल.स. एवं म.स. -

$$\text{भिन्नो का LCM} = \frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$$

$$\text{भिन्नो का HCF} = \frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$$

अक्षरों का LCM तथा HCF - अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ (Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है।

Example:-

A. $a^3b^5c^8$, $b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?

हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d हैं तथा इन पर बड़ी से बड़ी घात = a^3 , b^{15} , c^8 , d^4 हैं जो LCM होगा।

यहाँ दिए अक्षर a, b, c, d में Common अक्षर b व c पर सबसे छोटी घात वाला अक्षर b^5c^5 है जो HCF होगा।

अंक तथा अक्षरों का ल.स. तथा म.स. - जब अक्षर व अंक एक साथ दिए गए हो तो अंकों का व अक्षरों का अलग-अलग LCM व HCF ज्ञात करके प्रश्न को हल करते हैं।

Example :-

1. $8a^4b^8$, $12a^2b^{12}c^{10}$, $18a^7b^4c^3d^5$ का LCM व HCF ज्ञात करो ?

हल- 8, 12, 18 का ल.स.

2	8, 12, 18
2	4, 6, 9
2	2, 3, 9
3	1, 3, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

$$a^4b^8, a^2b^{12}c^{10}, a^7b^4c^3d^5 \text{ का LCM} = a^7b^{12}c^{10}d^5$$

$$\therefore \text{LCM} = 72 a^7 b^{12} c^{10} d^5$$

HCF के लिए -

2	8	2	12	2	18
2	4	2	6	3	9
2	2	3	3	3	3
1		1		1	

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$$\text{HCF} = 2 \text{ (संख्याओं का म.स.)}$$

$$a^4 b^8, a^2 b^{12} c^{10}, a^7 b^4 c^3 d^5 \text{ अक्षरों का HCF} = a^2 b^4$$

$$\therefore \text{HCF} = 2a^2 b^4$$

घात वाली संख्याओं का ल.स. तथा म.स. - घात वाली संख्याओं का LCM अधिकतम संख्या व बड़ी से बड़ी घात तथा HCF उभयनिष्ठ(Common) संख्या व छोटी से छोटी घात होता है।

Example-

1. $8^7 \times 5^{17} \times 11^5, 7^9 \times 5^{13} \times 11^{15}, 13^{12} \times 8^{10} \times 11^7, 17^{15} \times 6^6 \times 4^8$ का LCM ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } 4^8 \times 5^{17} \times 6^6 \times 7^9 \times 8^{10} \times 11^{15} \times 13^{12} \times 17^{15}$$

यहाँ पर दी गई संख्याएँ 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 17 हैं जिन पर बड़ी से बड़ी घात $4^8, 5^{17}, 6^6, 7^9, 8^{10}, 11^{15}, 13^{12}$ व 17^{15} हैं। जो कि LCM है।

2. $4^9 \times 5^7 \times 9^4, 5 \times 9^{13} \times 2^5$ का HCF ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } 5 \times 9^4$$

यहाँ पर कॉमन संख्या 5 व 9 हैं जिनपर छोटी घात 5 व 9^4 हैं। जो HCF है।

Note :- जब दी गई संख्याओं से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्या ज्ञात करना हो तो दी हुई संख्याओं का LCM, अभिष्ट संख्या होगी।

Note :- जब बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करनी हो जिससे दी हुई संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो, तो दी हुई संख्याओं का HCF अभिष्ट संख्या होती है।

Note :- दो संख्याओं का गुणनफल उनके LCM तथा HCF के गुणनफल के बराबर होता है।

$$\text{प्रथम संख्या} \times \text{द्वितीय संख्या} = \text{LCM} \times \text{HCF}$$

Note :- जब दो या दो से अधिक संख्याओं का अनुपात तथा HCF दिया गया हो तो मूल संख्या ज्ञात करने के लिए अनुपात को HCF से गुणा कर देते हैं।

Note :- जब (n) संख्याओं का LCM तथा HCF देखा हो व उनका गुणनफल पूछा गया हो तो -

$$\text{सूत्र} = (\text{HCF})^{n-1} \times \text{LCM}$$

Example :- तीन संख्याओं का HCF = 2 तथा LCM = 210 हैं, उन संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

$$\text{हल - } 2^{3-1} \times 210 = 2^2 \times 210 = 4 \times 210 = 840$$

1st Type

1. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 8, 9, 12, 15 से भाग देने पर सदैव 1 शेष बचे ?

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट संख्या} &= (8, 9, 12, 15 \text{ का ल. स.}) + 1 \\ &= 360 + 1 = 361 \end{aligned}$$

2. वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें 5, 7, 12, 15 से भाग दिया जाए तो शेष क्रमशः 3, 5, 10, 13 बचे ?

$$5, 7, 12, 15$$

$$3, 5, 10, 13$$

$$2, 2, 2, 2$$

7, 12, 16 का ल. स. = $(4 \times 7 \times 3 \times 4) = 336$

1856 को 336 से भाग देने पर शेषफल = 176

$\therefore$ अभीष्ट संख्या = $176 - 4 = 172$

16. किसी दूध वाले की एक टंकी में 75 लीटर तथा दूसरी टंकी में 45 लीटर दूध है। उस बड़े बर्तन की माप क्या होगी, जो दोनों टंकियों के दूध को माप सके?

- (a) 1 lt. (b) 5 lt.
(c) 15 lt. (d) 25 lt.

हल:

बड़े से बड़े बर्तन की अभीष्ट माप = 75 लीटर तथा 45 लीटर का म. स. = 15 लीटर

17. 105 बकरिया, 140 गधे तथा 175 गायों को एक नदी के पार ले जाना है। मात्र एक ही बड़ी नाव के उपलब्ध होने के कारण इस कार्य को सम्पन्न करने हेतु नाविक शर्त रखता है की प्रत्येक फेरे में वह केवल एक ही प्रकार के तथा गिनती में समान अधिक से अधिक पशुओं को ले जाएगा। प्रत्येक बार ले जाए जाने वाले पशुओं की संख्या कितनी होगी?

- (a) 42 (b) 28
(c) 35 (d) 15

हल:

प्रत्येक बार ले जाए जाने वाले पशुओं की संख्या = 105, 140, 175 का म. स.

5	105	5	140	5	175
3	21	2	28	5	35
	7	2	14		7
			7		

$\therefore 105 = 5 \times 3 \times 7, 140 = 5 \times 2^2 \times 7$ तथा $175 = 5^2 \times 7$

अभीष्ट संख्या = 105, 140, 175 का म. स. = $(5 \times 7) = 35$

17. नापने की तीन छड़े क्रमशः 64 सेमी, 80 सेमी तथा 96 सेमी लंबी हैं, इनमें से कोई भी छड़ प्रयोग करके कम से कम किस लंबाई का कपड़ा पूर्ण संख्या में नापा जा सकता है?

- (a) 0.96 मीटर (b) 9.60 मीटर
(c) 19.20 मीटर (d) 96 मीटर

हल:

अभीष्ट नाप = 64 सेमी, 80 सेमी, 96 सेमी का ल. स

8	64, 80, 96
2	8, 10, 12
2	4, 5, 6
	2, 5, 3

= $(8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3)$ सेमी. = 960 सेमी.

= 9.60 मीटर

18. टीनु दर्जी एक महिला के स्कर्ट बनाने के लिए किसी चौड़ाई के कपड़े का उपयोग करता है। परंतु उसे याद नहीं कि सही चौड़ाई 32 इंच थी अथवा 36 इंच. क्या तुम उसे कपड़ा खरीदने में सहायता कर सकते हो ताकि वह कपड़ा दोनों दशाओं में प्रयोग किया जा सके? उसे कितना कपड़ा खरीदना होगा?

- (a) 324 इंच (b) 288 इंच
(c) 248 इंच (d) 271 इंच

हल:

कपड़े की अभीष्ट लंबाई = 32 इंच तथा 36 इंच का ल. स.

$$= (4 \times 8 \times 9) \text{ इंच} = 288 \text{ इंच}$$

19. दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघूत्तम समापवर्त्य क्रमशः 12 तथा 600 हैं। यदि एक संख्या 24 हो, तो दोनों संख्याओं का औसत क्या होगा?

हल:

निष्कर्ष 1. एक संख्या $\times$ दूसरी संख्या = दोनों संख्याओं का म. स. $\times$ ल. स. होता है।

निष्कर्ष 2. अतः दूसरी संख्या = $\frac{12 \times 600}{24} = 300$ होगी।

निष्कर्ष 3. अब दोनों संख्याओं का औसत ज्ञात करना है।

$$\therefore \text{औसत} = \frac{\text{दोनों संख्याओं का योग}}{2} = \frac{24+300}{2} = \frac{324}{2} = 162$$

20. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का म. स. ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{भिन्न का म. स.} = \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$$

अंशों का म. स. अर्थात् 2, 3, 4 का म. स. ज्ञात करना है।

$$2 = 1 \times 2$$

$$3 = 1 \times 3$$

$$4 = 1 \times 2 \times 2$$

म. स. = 1 (क्योंकि मात्र यही common factor है)

हरों का ल. स. अर्थात् 5, 8, 9 का ल. स. ज्ञात करना है-

$$\text{ल. स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

$$\text{अतः दी गई भिन्न का म. स.} = \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$$

$$= \frac{1}{360}$$

21. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का ल. स. ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{भिन्न का ल. स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

अंशों का ल. स. अर्थात् 2, 3, 4 का ल. स. ज्ञात करना है।

2	2, 3, 4
2	1, 3, 2
3	1, 3, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल. स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

हरों का म. स. अर्थात् 5, 8, 9 का म. स. ज्ञात करना है।

$$5 = 5 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \times 1$$

$$9 = 3 \times 3 \times 1$$

म. स. = 1 (क्योंकि ये ही कॉमन फैक्टर है।)

$$\text{अतः दी गई भिन्न का ल. स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

$$= \frac{12}{1} = 12$$

22. 100 तथा 200 के बीच आने वाले उन पूर्णांकों, जो 9 तथा 6 दोनों से विभाजित हों, की कुल संख्या होगी-

हल:- सामान्य समझ पर

$$9, 6 \text{ का ल.स.} = 18$$

अतः इस संख्या से विभाज्य संख्या, जो 100 से 200 के बीच है

$$108, 126, 144, 162, 180 \text{ तथा } 198 \text{ होगी।}$$

$$\therefore \text{कुल संख्या} = 6$$

23. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर, डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः समान माप की बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की आवश्यकता होगी?

हल: - परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

$$465)496 \text{ (1)}$$

$$\underline{465}$$

$$31) 465 \text{ (15)}$$

$$\underline{465}$$

$$31)403 \text{ (13)}$$

$$\underline{403}$$

xxx

तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी जो कि 31 लीटर हैं।

पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल $403 \div 31 = 13$

डीजल के लिए आवश्यक बोतल $465 \div 31 = 15$

मोबिल के लिए आवश्यक बोतल $496 \div 31 = 16$

कुल बोतलों की संख्या = 44

24. $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$, $8^2 \times 12 \times 4^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा?

हल: $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$ एवं $8^2 \times 12 \times 4^2$ या

$$(2^3)^3 \times (2^2)^4 \times 2^2 \times 5^2,$$

$$(2^2)^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3, (2^3)^2 \times 2^2 \times 3(2^2)^2$$

$$= 2^9 \times 2^8 \times 2^2 \times 5^2, 2^6 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3,$$

$$2^6 \times 2^2 \times 3 \times 2^4$$

$$= 2^{19}5^2, 2^{12}5^3, 2^{12}3$$

तीनों में कॉमन 2 है तथा इसकी कॉमन घात 12 है।

अतः $2^{12} = 4096$ HCF होगा।

25. पदों $8a^2b^2c$ एवं $16ab^2d$ का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें।

हल: $8a^2b^2c$ के गुणनखंड $2^3a^2b^2c$

$16ab^2d$ के गुणनखंड $2^4 \times ab^2d$

LCM = दोनों में प्रत्येक गुणांक एवं व्यंजक की उच्चतम घातों का गुणा = $2^4 \times a^2 \times b^2 \times c \times d$

$$(LCM) = 16a^2b^2cd$$

26. 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} का लघुत्तम समापवर्त्य होगा।

हल:- 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} में सभी पदों के आधार (4) समान है। अतः 4 की सबसे बड़ी घात 4^{-1} ही लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) होगा।

27. 2^3 , 3^2 , 4 तथा 15 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।

हल: 2^3 , 3^2 , 4, 15

अर्थात् 8, 9, 4, 15 का म.स. = 1

Some Examples

(1) दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्तक क्रमशः 8 तथा 48 हैं यदि इनमें से एक संख्या 24 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी?

Ans. माना दूसरी संख्या = x

$$\therefore \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या} = LCM \times HCF$$

$$8 \times 48 = 24 \times x$$

$$x = \frac{8 \times 48}{24} = 16$$

$$x = 16$$

(2) 12 के दो गुणजों का लघुत्तम समापवर्त्य 1056 है यदि इनमें से एक संख्या 132 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी?

Ans. एक संख्या = 132 = 12×11

- (6) शुद्ध दूध से भरे किसी बर्तन में 20% दूध निकालकर उतनी ही मात्रा में पानी डाल दिया जाता है, यह प्रक्रिया कुल तीन बार की जाती है तीसरी प्रक्रिया के बाद बर्तन में शुद्ध दूध को मात्रा घटकर कितनी रहेगी ?

हल→ माना कुल दूध = 100 liter

प्रत्येक बार मात्रा = 20 liter

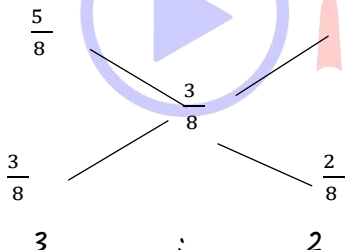
तीन बार निकालने पर दूध की मात्रा

$$\begin{aligned}
 &= (100 \times \left(\frac{100-20}{100}\right))^3 \\
 &= [100 \times \left(\frac{80}{100}\right)^3] = 100 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 \\
 &= \frac{256}{5} \text{ liter} = 51.2 \text{ liter}
 \end{aligned}$$

अतः अभीष्ट % = 51.2%

- (7) 200 gm की एक मिश्रधातु में जस्ता और तांबा 5 : 3 के अनुपात में हैं इसमें कितने ग्राम तांबा मिलाया जाये ताकि यह अनुपात 3 : 5 हो जाये?

हल→ ताम्बे से



$$\begin{aligned}
 &\frac{5}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{2}{8} \\
 &5 \quad 3 \quad 2 \\
 &3 : 2 \\
 &\frac{2}{3} \times 200 = 133\frac{1}{3} \text{ Ans}
 \end{aligned}$$

अध्याय - 12

साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज

ब्याज :- उधार ली गयी धनराशि को वापस करते समय जो अतिरिक्त धन देना पड़ता है उसे ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज :- जो ब्याज केवल मूलधन पर एक निश्चित अवधि के लिये एक ही दर पर लगाया जाता है उसे साधारण ब्याज कहते हैं !

साधारण ब्याज से सम्बन्धित सूत्र :-

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \text{साधारण ब्याज (S.I.)} &= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100} \\
 &= \frac{P \times R \times T}{100}
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \text{ब्याज की दर (r)} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}} = \frac{S.I. \times 100}{P \times T}$$

$$(3) \quad \text{समय (t)} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}} = \frac{S.I. \times 100}{P \times R}$$

$$(4) \quad \text{मूलधन (P)} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}} = \frac{S.I. \times 100}{R \times T}$$

$$(5) \quad \text{मूलधन (P)} = \frac{\text{मिश्रधन} \times 100}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})}$$

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$$A = P + \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$\# S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$$

∴ प्रत्येक स्थिति में समान ब्याज हो

$$\therefore P_1 r_1 t_1 = P_2 r_2 t_2 = P_3 r_3 t_3$$

$$= P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3}$$

$$r_1 : r_2 : r_3 = \frac{1}{p_1 t_1} : \frac{1}{p_2 t_2} : \frac{1}{p_3 t_3}$$

$$t_1 : t_2 : t_3 = \frac{1}{p_1 r_1} : \frac{1}{p_2 r_2} : \frac{1}{p_3 r_3}$$

Ex-1 एक धन को 10% की दर से 4 वर्ष 12.5% की दर से 2 वर्ष तथा 15% की दर से 3 वर्ष के लिए दिया हो तो तथा प्रत्येक से समान मिश्रधन प्राप्त हो तो मूलधन क्या होगा ?

$$10 \times 4 = 40$$

$$12.5 \times 2 = 25$$

$$15 \times 3 = 45$$

$$p_1 \times \frac{140}{100} = p_2 \times \frac{125}{100} = p_3 \times \frac{145}{100}$$

$$p_1 : p_2 : p_3 = \frac{1}{140} : \frac{1}{125} : \frac{1}{145}$$

$$= 28 : 25 : 29$$

$$(25 \times 29) : (28 \times 29) : (28 \times 25)$$

किसी धन को r_1 दर t_1 समय के लिए r_2 दर t_2 समय के लिए ब्याज अन्तर n हो तो मूलधन = ?

$$= \frac{p_1 r_1 t_1}{100} - \frac{p_2 r_2 t_2}{100} = n$$

$$p (r_1 t_1 - r_2 t_2) = 100 n$$

$$p = \frac{100 \times n}{r_1 t_1 - r_2 t_2}$$

दर :- 100 Rs पर 1 वर्ष में लगने वाला ब्याज, ब्याज की दर कहलाती है ! दर की गणना 100 पर होती है ! जैसे - 100 Rs का धन 1 वर्ष में 110 Rs हो जाता है तो यहाँ ब्याज की दर 10% है !

Type - 1 साधारण प्रश्न

- (1) साधारण ब्याज की किस दर से Rs 600 का 10 वर्ष का साधारण ब्याज 120 Rs हो जायेगा !

$$\begin{aligned} \text{दर (r)} &= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}} \\ &= \frac{120 \times 100}{600 \times 10} \\ &= 2\% \end{aligned}$$

2 Method

$$\text{दर \%} \times \text{समय} = \text{ब्याज} \quad r \times 10 = 120$$

$$r \% \times t = SI \quad r = 12\%$$

$$600 \rightarrow 12\%$$

$$100 \rightarrow \frac{12}{6}$$

$$= 2\%$$

- (2) 100 Rs का 15 % की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज होगा !

$$\text{सा. ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{100 \times 15 \times 2}{100}$$

$$= 30 \text{ Rs}$$

2 Method

$$\text{ब्याज} = \text{दर \%} \times \text{समय}$$

$$= 2 \times 15$$

$$\text{ब्याज} = 30 \text{ Rs}$$

- (3) Rs 6000 पर 6 % वार्षिक दर से 8 माह का सा. ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात कीजिये !

$$\begin{aligned} \text{समय} &= 8 \text{ माह} = \frac{8}{12} \\ &= \frac{2}{3} \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\text{सा. ब्याज} = \frac{6000 \times 6 \times 2}{3 \times 100}$$

$$\text{ब्याज} = 240 \text{ Rs}$$

$$\begin{aligned} \text{मिश्रधन} &= \text{मूलधन} + \text{ब्याज} \\ &= 6000 + 240 \end{aligned}$$

$$= 6240 \text{ Rs}$$

2 Method

$$\text{मूलधन} = 100 \text{ (माना)}$$

$$\begin{array}{ccc} 100 & 6\% \times \frac{2}{3} \text{ वर्ष} & 104 \\ \xrightarrow{\text{ब्याज}} & & 4 \end{array}$$

$$\text{मिश्रधन} = 104$$

$$100 = 6000$$

$$1 = 60$$

$$4 = 60 \times 4$$

$$= 240 \text{ Rs}$$

$$104 = 104 \times 60$$

$$= 6240 \text{ Rs}$$

- (4) 2500 Rs का 5% वार्षिक दर से 219 दिन का सा. ब्याज कितना होगा ?

$$\text{समय} = \frac{219}{365} = \frac{3}{5} \text{ वर्ष}$$

$$\begin{aligned} \text{ब्याज} &= \frac{2500 \times 5 \times 3}{100 \times 5} \\ &= 75 \text{ Rs} \end{aligned}$$

2 Method

$$rt\% = S.I.$$

$$5 \times \frac{3}{5} = S.I.$$

$$S.I. = 3 \text{ Rs}$$

$$\text{Rs } 100 \text{ ————— } 3 \text{ Rs} \times 25$$

$$\text{Rs } 2500 \text{ ————— } 75 \text{ Rs}$$

Type - 2 यदि कोई धन अपने का $\frac{a}{b}$ गुना हो जाये-

- (1) सुमित ने अमित को कुछ धन साधारण ब्याज पर 4 वर्ष के लिए उधार दिया ! अवधि के अंत में अमित ने $\frac{6}{5}$ गुना धन वापस किया ! ब्याज की दर बताओ !

यदि कोई धन अपने का $\frac{a}{b}$ गुना हो इसका अर्थ है-

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \frac{a}{b}$$

$$a = \text{मिश्रधन}$$

$$\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}} = \frac{a}{b} \quad b = \text{मूलधन}$$

$$\text{दर} = \frac{(a-b) \times 100}{b \times \text{समय}}$$

$$\begin{aligned} \text{sol. दर} &= \frac{(6-5) \times 100}{5 \times 4} \\ &= \frac{1 \times 100}{20} \end{aligned}$$

$$\text{दर} = 5\%$$

2 Method A > P

$$\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}} = \frac{6}{5}, \quad \text{ब्याज} = 6 - 5 = 1$$

$$\frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

$$4 \text{ वर्ष} \longrightarrow 20\%$$

$$1 \text{ वर्ष} \longrightarrow 5\%$$

20% दर 4 वर्ष की है हमें वार्षिक चाहिये !

- (2) एक महाजन एक व्यक्ति को कुछ धन साधारण ब्याज पर 5 वर्ष के लिये उधार देता है ! अंत में व्यक्ति ने उसे मूलधन का $\frac{8}{5}$ गुना धन वापस किया ! दर बताओ !

$$\begin{aligned} \text{दर} &= \frac{(a-b) \times 100}{b \times \text{समय}} \\ &= \frac{8-5 \times 100}{5 \times 5} \\ &= 12\% \end{aligned}$$

2 Method

$$\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

$$\text{ब्याज} = 3$$

$$5 \text{ वर्ष} \longrightarrow 60\%$$

$$1 \text{ वर्ष} \longrightarrow 12\%$$

- (3) अनिल ने रिचा को एक निश्चित सा. ब्याज की दर से 5000 Rs दिये ! 5 वर्ष बाद रिचा ने अनिल को 8000 Rs दिये ,तो बताओ साधारण ब्याज की दर क्या होगी ?

$$\begin{aligned} \frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}} &= \frac{8000}{5000} \\ &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$

$$\text{ब्याज} = (8 - 5) = 3$$

$$\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

$$5 \text{ वर्ष} \longrightarrow 60\%$$

$$1 \text{ वर्ष} \longrightarrow 12\%$$

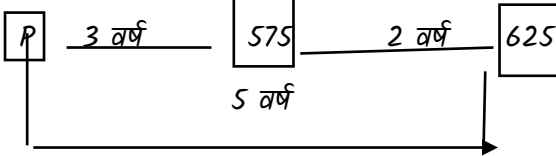
2 Method

$$\begin{aligned} \text{दर} &= \frac{(8000-5000) \times 100}{5000 \times 5} \\ &= \frac{3000 \times 100}{5000 \times 5} \\ &= 12\% \end{aligned}$$

Type - 5 जब दो समयों का मिश्रधन ज्ञात हो-

- (1) कोई धन साधारण ब्याज की दर पर 3 वर्ष में Rs 575 तथा 5 वर्ष में Rs 625 हो जाता है ! ब्याज की दर ज्ञात करो ।

मूलधन = P (माना)



$$\text{ब्याज} = 625 - 575 = 50 \text{ Rs}$$

$$2 \text{ वर्ष का ब्याज} = 50 \text{ Rs}$$

$$1 \text{ वर्ष का ब्याज} = 25 \text{ Rs}$$

$$3 \text{ वर्ष का ब्याज} = 75 \text{ Rs}$$

$$P = 575 - 75 = 500$$

$$\text{दर} = \frac{25}{500} \times 100$$

$$= 5\%$$

- (2) कोई धनराशि साधारण ब्याज पर 5 वर्षों में 1020 Rs तथा 8 वर्षों में 1200 Rs हो जाती है ! मूलधन बताओ !

माना मूलधन = P

$$3 \text{ वर्षों में ब्याज} = 1200 - 1020 = 180$$

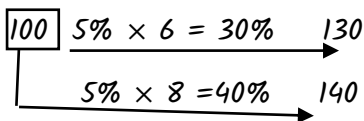
$$1 \text{ वर्ष में} = 60 \text{ Rs}$$

$$5 \text{ वर्ष में} = 300 \text{ Rs}$$

$$\text{मूलधन } P = 1020 - 300 = 720 \text{ Rs}$$

- (3) कोई धन 5% वार्षिक दर से 6 वर्ष में Rs 1950 होता है 8 वर्षों में कितने Rs हो जायेगा !

माना मूलधन = 100



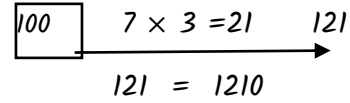
$$130 = 1950$$

$$1 = 15$$

$$140 = 15 \times 140$$

$$= 2100 \text{ Rs}$$

- (4) कोई धन 7% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में Rs 1210 हो जाता है तो कितने वर्षों में Rs 1350 हो जायेगा !



$$1 = 10$$

$$100 = 1000 \text{ Rs}$$

$$\text{मूलधन} = 1000 \text{ Rs}$$

$$\text{ब्याज} = 1350 - 1000$$

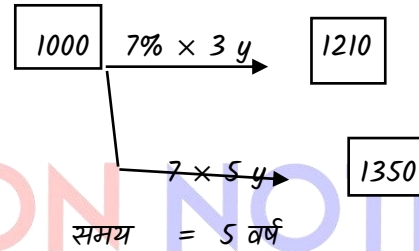
$$= 350 \text{ Rs}$$

$$\text{समय} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{मूलधन}}$$

$$= \frac{350 \times 100}{7 \times 1000}$$

$$\text{समय} = 5 \text{ वर्ष}$$

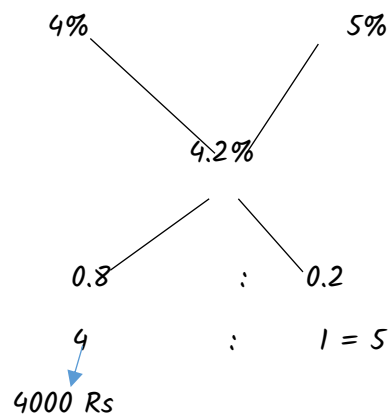
11th Method



Type - 6

ब्याज की औसत दर पर आधारित प्रश्न-

- (1) गोपाल ने Rs 5000 आंशिक रूप से 4%, 5% वार्षिक दरों पर दो लोगों को उधार दिया ! 2 वर्ष बाद उसे 4.2% वार्षिक औसत दर से ब्याज प्राप्त हुआ ! 4% की दर पर दिया गया धन ज्ञात कीजिये !

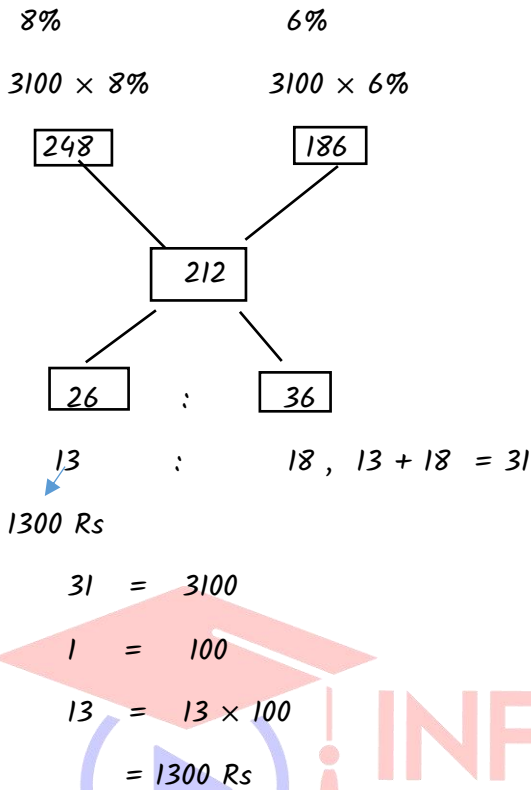


$$5 = 5000$$

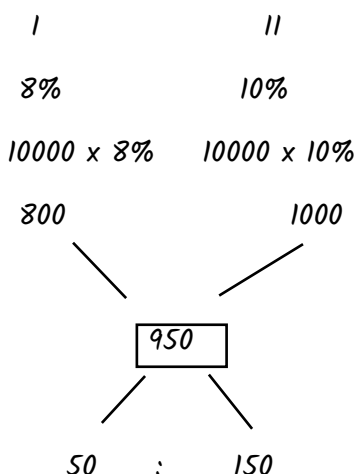
$$1 = 1000$$

$$4 = 4000 \text{ Rs}$$

Type - 7 जब ब्याज की कई दरें हों -



(3) एक व्यक्ति Rs 10000 का ऋण लेता है ! उसका एक भाग वह 8% वार्षिक की दर पर एक बैंक से लेता है और 10% वार्षिक की दर पर दूसरे बैंक से लेता है ! अंत में वह कुल ब्याज के रूप में Rs 950 वार्षिक का भुगतान करता है ! तदनुसार उसका पहले बैंक से लिया गया ऋण कितना था ?



(1) एक व्यक्ति ने बैंक से Rs 8000 इस शर्त पर उधार लिया कि पहले 5 वर्ष के लिए 6% अगले 3 वर्षों के लिए 8% तथा इसके बाद 8 वर्षों के लिए 10% वार्षिक साधारण ब्याज लगेगा ! यदि वह 12 वर्ष के अंत में उधार लोटायेगा तो उसे कितना ब्याज देना पड़ेगा !

$$5 \times 6\% = 30\%$$

$$3 \times 8\% = 24\%$$

$$4 \times 10\% = 40\%$$

total = 12 वर्ष = 94%

$$8000 \times \frac{94}{100} = 7520 \text{ Rs}$$

(2) नितिन कुछ धन राशि पहले तीन वर्षों के लिए 6% वार्षिक ब्याज की दर पर उधार ली ! अंत में वह राशि अगले पांच वर्षों के 9% वार्षिक ब्याज पर और 8 वर्षों के बाद 13% वार्षिक ब्याज पर रखी तदनुसार यदि उसने 11 वर्षों के बाद कुल Rs 8160 ब्याज का भुगतान किया हो, तो उसकी उधार ली गई वह राशि कितने Rs थी ?

$$3 \times 6\% = 18\%$$

$$5 \times 9\% = 45\%$$

$$3 \times 13\% = \underline{39\%}$$

$$102\%$$

$$102\% = 8160$$

$$1\% = 80$$

$$100\% = 8000 \text{ Rs}$$

- (3) किसी धनराशि पर साधारण ब्याज की दर प्रथम दो वर्षों के लिए 4% प्रतिवर्ष अगले 4 वर्षों के लिए 6% प्रतिवर्ष एवम् 6 वर्षों से अधिक के लिए 8% प्रतिवर्ष है ! यदि कुल 9 वर्षों की अवधि के लिए एकत्रित साधारण ब्याज Rs 1120 हो तो वह राशि है !

$$2 \times 4\% = 8\%$$

$$4 \times 6\% = 24\%$$

$$3 \times 8\% = 24\%$$

$$56\%$$

$$56\% = 1120$$

$$1\% = 20$$

$$100\% = 2000 \text{ Rs}$$

- (4) प्रथम 4 वर्षों के लिए एक धनराशि की दर 3% प्रतिवर्ष अगले 4 वर्षों के लिए 5% प्रतिवर्ष एवम् 8 वर्षों से अधिक के लिए 6% प्रतिवर्ष है ! यदि 9 वर्षों की अवधि के लिए एकत्रित सा. ब्याज Rs 817 है तो धनराशि थी !

$$4 \times 3\% = 12\%$$

$$4 \times 5\% = 20\%$$

$$1 \times 6\% = 6\%$$

$$\text{ब्याज} = 38\%$$

$$38\% = 817$$

$$1\% = 21.5$$

$$100\% = 2150 \text{ Rs}$$

Type - 8 जब धन अपने का n गुना हो जाये -

- (1) साधारण ब्याज की किस दर से कोई धन 5 वर्ष में अपने का दुगुना हो जाता है ?

$$\text{दर} = \frac{(\text{गुना}-1) \times 100}{\text{समय}}$$

$$= \frac{(2-1) \times 100}{5} = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

1 Method

$$\text{मूलधन} = 100 \text{ (माना)}$$

$$\boxed{100} \quad \underline{5 \text{ वर्ष}} \quad \boxed{200}$$

$$\text{ब्याज} = 100$$

$$5 \text{ वर्ष का ब्याज} = 100$$

$$1 \text{ वर्ष का ब्याज} = 20$$

$$\text{दर} = \frac{20}{100} \times 100 = 20\%$$

- (2) कोई धनराशि 12% वार्षिक ब्याज की दर से कितने वर्षों में दुगुनी हो जायेगी !

$$\text{समय} = \frac{(\text{गुना}-1) \times 100}{\text{दर}}$$

$$= \frac{(2-1) \times 100}{12}$$

$$= \frac{1}{12} \times 100$$

$$= 8\frac{1}{3} \text{ वर्ष} = 8 \text{ वर्ष } 4 \text{ माह}$$

2 Method

$$\boxed{100} \quad \underline{12\% \times t} \quad \boxed{200}$$

$$100$$

$$12\% \times t = 100$$

$$t = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3} \text{ वर्ष} = 8 \text{ वर्ष } 4 \text{ माह}$$

- (3) यदि कोई धनराशि 25 वर्षों में तिगुनी हो जाये, तो उसके लिए साधारण ब्याज की दर कितनी होगी ?

$$\boxed{100} \quad \underline{25 \text{ वर्ष}} \quad \boxed{300}$$

$$\text{ब्याज } 200$$

$$25 \times r\% = 200$$

$$r = 8\%$$

- (4) कितने वर्षों में कोई धनराशि 25 % प्रतिवर्ष साधारण ब्याज की दर पर तिगुनी हो जायेगी ?

$$\boxed{100} \quad \underline{25\% \times t} \quad \boxed{300}$$

$$\text{ब्याज} = 200$$

$$25\% \times t = 200$$

$$T = 8 \text{ वर्ष}$$

किस्तों पर आधारित प्रश्न

- (1) 16400 Rs ऋण को 5 % वार्षिक ब्याज की दर से दो समान वार्षिक किस्तों में चुकाया जाता है प्रत्येक किस्त का मान ज्ञात कीजिए !

माना प्रत्येक किस्त का मान = x

$$5\% = \frac{1}{20}$$

$$[(16400 \times \frac{21}{20} - x) \times \frac{21}{20} - x] = 0$$

$$\frac{21}{20} [16400 - 2x] = 0$$

$$2x = 16400 \times \frac{21}{20}$$

$$x = 410 \times 21$$

$$= 8610 \text{ Rs}$$

- (2) 1025 का ऋण दो बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है ! यदि चक्रवृद्धि ब्याज की दर 5% वार्षिक हो तो प्रत्येक किस्त का मान बताओ !

$$5\% = \frac{1}{20} \quad \text{प्रथम वर्ष} - 20 \times 21 : 21 \times 21$$

$$\text{दूसरी वर्ष} - 400 : 441$$

$$820$$

$$820 = 1025$$

$$441 = \frac{1025 \times 441}{820}$$

$$\text{प्रत्येक किस्त} = 551.25 \text{ Rs}$$

- (3) एक आदमी ने बाइक खरीदी और वादा किया की वह 20 % की दर पर 10800 Rs की 3 बराबर किस्तों में पैसे चुका देगा बाइक की कीमत ज्ञात करो !

माना बाइक की कीमत x Rs है !

$$20\% = \frac{1}{5}$$

$$I. \quad 5 \times 36 \quad 6 \times 36$$

$$II. \quad 25 \times 6 \quad 36 \times 6$$

$$III. \quad 125 \quad 216 = 10800$$

$$455 \quad 1 = 50$$

$$455 = 455 \times 50 = 22750 \text{ ans.}$$

Some Examples

1. 3 वर्ष बाद देय 4913 का वर्तमान मूल्य क्या होगा जबकि ब्याज दर $6\frac{1}{4}\%$ वार्षिक हो

हल→

$$\text{वर्तमान मूल्य} = \frac{x}{(1 + \frac{R}{100})^t}$$

$$x = 4913, t = 3$$

$$\text{वर्तमान मूल्य} = \left(\frac{4913}{(1 + \frac{25}{4 \times 100})^3} \right)$$

$$= \left(\frac{4913 \times 16 \times 16 \times 16}{17 \times 17 \times 17} \right)$$

$$= 4096 \text{ Ans}$$

2. 10,000 रुपये का 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा जबकि ब्याज की दर प्रथम वर्ष 4% द्वितीय वर्ष 5% तथा तृतीय वर्ष 6% हो ?

$$\text{हल→ चक्रवृद्धि मिश्रधन} = [10,000 \times (1 + \frac{4}{100})$$

$$\times (1 + \frac{5}{100}) \times (1 + \frac{6}{100})]$$

$$= (10,000 \times \frac{26}{25} \times \frac{21}{20} \times \frac{53}{50})$$

$$= \frac{57876}{5}$$

$$\therefore \text{C. I.} = (\frac{57876}{5} - 10,000)$$

$$= \frac{7876}{5} = 1575.20 \text{ Ans}$$

3. 1000 रुपये की धनराशि पर 5% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि तथा साधारण ब्याज का अंतर कितना होगा ?

$$\text{हल→ S.I.} = \left(\frac{1000 \times 5 \times 2}{100} \right) = 100$$

$$\text{C. I.} [1000 \times (1 + \frac{5}{100})^2 - 1000]$$

$$= [1000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 1000]$$

$$= (\frac{205}{2}) = 102.50$$

$$\text{अभीष्ट अन्तर} = (102.50 - 100)$$

$$= 2.50$$

4. 6,000 रुपये का 10% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज कितना है जबकि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित हो ?

$$\text{हल} \rightarrow C.I. [6000 \times (1 + \frac{10}{100}) \times (1 + \frac{5}{100}) - 6000]$$

$$= (6000 \times \frac{110}{100} \times \frac{21}{20} - 6000)$$

$$= (6930 - 6000)$$

$$= 930 \text{ Ans}$$

5. किसी धनराशि पर एक निश्चित दर से 2 वर्ष के साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज क्रमशः 900 तथा 954 हैं वह धनराशि कितनी है ?

$$\text{हल} \rightarrow \text{माना मूलधन} = n, \text{ दर} = R\%$$

$$= \frac{n \times R \times 2}{100} = 900$$

$$= n \times R = \frac{900 \times 100}{2} = 45000$$

$$= [n (1 + \frac{R}{100})^2 - n] = 954$$

$$= n (1 + \frac{R^2}{10,000} + \frac{2R}{100}) - n = 954$$

$$= \frac{nR \times R}{10,000} + \frac{nR}{50} = 954$$

$$= \frac{45000 \times R}{10,000} + \frac{45000}{50} = 954$$

$$= \frac{9R}{2} = (954 - 900) = 54$$

$$= R = \frac{54 \times 2}{9} = 12$$

$$\therefore n \times 12 = 45000$$

$$n = 3750 \text{ Ans}$$

6. 15494 रुपये को A तथा B में इस प्रकार बाँटे की 20% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज से 9 वर्ष के अन्त में A का हिस्सा 11 वर्ष के अन्त में B के हिस्से के बराबर हो जाये तो A का हिस्सा है ?

$$\text{हल} \rightarrow A \times (\frac{120}{100})^9 = B \times (\frac{120}{100})^{11}$$

$$= \frac{A}{B} = \frac{36}{25} = 36 : 25$$

$$= \frac{36}{61} \times 15494$$

$$= 9144$$

7. एक आदमी ने 1,20,000 की राशि छोड़ी है जो 14 वर्ष और 12 वर्ष के उसके दो पुत्रों के बीच इस प्रकार विभाजित की जाती है कि प्रत्येक के 18 वर्ष की आयु प्राप्त करने पर उन्हें बराबर धनराशि मिले यदि राशि पर 5% प्रतिवर्ष की दर से साधारण ब्याज मिलता है तो इस समय छोटे पुत्र का हिस्सा है ?

$$\text{हल} \rightarrow$$

$$\text{बड़ा} : \text{छोटा}$$

$$\frac{1}{120} : \frac{1}{130}$$

$$13 : 12$$

$$\frac{12}{25} \times 1,20,000$$

$$= 57,600$$

8. एक आदमी ने अपनी पूंजी का $\frac{1}{3}$ भाग 7% पर, $\frac{1}{4}$ भाग 8% पर और शेष 10% पर निवेश किया यदि उसकी वार्षिक आय 561 है तो पूंजी होगी ?

$$\text{हल} \rightarrow (\frac{1}{3} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} + \frac{5}{12} \times \frac{10}{100}) \times 561$$

$$= 6600$$

9. एक व्यक्ति 10% चक्रवृद्धि ब्याज पर 2100 का ऋण लेता है हर वर्ष के अन्त में उसे बराबर कितनी राशि देनी पड़ेगी कि दो वर्षों में ऋण का भुगतान हो जाये ?

$$\text{हल} \rightarrow 2100 = n \times \frac{100}{110} (1 + \frac{100}{110})$$

$$= 2100 = n \times \frac{100}{110} \times \frac{21}{11}$$

$$n = 12100$$

10. किसी राशि पर ब्याज रुपये 22 है और उस राशि पर उसी समय और उसी दर पर छुट 20 रुपये है तो राशि ज्ञात कीजिये ?

$$\text{हल} \rightarrow \text{हम जानते हैं} = \frac{\text{ब्याज} \times \text{छुट}}{\text{अन्तर}}$$

$$= \frac{22 \times 20}{2} = 220$$

11. 8000 रु. को चक्रवृद्धि ब्याज की दर से निवेशित करने पर 3 वर्ष पश्चात 1261 रुपये ब्याज के रूप में प्राप्त होते हैं ब्याज की वार्षिक दर है ?

$$\text{हल} \rightarrow 8000 \times (\frac{100+r}{100})^3 = 9261$$

$$= \frac{100+r}{100} = \frac{21}{20}$$

$$r = 5\%$$

अध्याय-2

संख्या श्रृंखला (Number series)

संख्या श्रृंखला, संख्याओं से संबंधित होती है। इसमें चार या चार से अधिक संख्याओं की एक series होती है। जो एक विशेष नियमानुसार होती है हमें उस श्रृंखला के प्रश्नों के नियमों का पता लगाकर ही अगली संख्या ज्ञात करनी होती है।

गणितीय/अंकीय श्रृंखला में काम आने वाली महत्वपूर्ण संख्याएँ -

- (1) वर्ग संख्याएँ
- (2) घन संख्या
- (3) अभाज्य संख्या
- (4) सम और विषम संख्याएँ

1 से 20 तक वर्ग और घन संख्या :-

1	$1^2 = 1$	$1^3 = 1$
2	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
3	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$
4	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
5	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$
6	$6^2 = 36$	$6^3 = 216$
7	$7^2 = 49$	$7^3 = 343$
8	$8^2 = 64$	$8^3 = 512$
9	$9^2 = 81$	$9^3 = 729$
10	$10^2 = 100$	$10^3 = 1000$
11	$11^2 = 121$	$11^3 = 1331$
12	$12^2 = 144$	$12^3 = 1728$
13	$13^2 = 169$	$13^3 = 2197$
14	$14^2 = 196$	$14^3 = 2744$
15	$15^2 = 225$	$15^3 = 3375$
16	$16^2 = 256$	$16^3 = 4096$
17	$17^2 = 289$	$17^3 = 4913$
18	$18^2 = 324$	$18^3 = 5832$
19	$19^2 = 361$	$19^3 = 6859$
20	$20^2 = 400$	$20^3 = 8000$

वर्ग संख्याएँ ज्ञात करने की ट्रिक :-

NOTES :- 1 से 99 तक कोई भी संख्या का चयन करें।

Ex- (37)²

Step 1:- 2 अंको वाली संख्या में दोनों संख्याओं का वर्ग निकाल लेंगे।

$$(37)^2 \rightarrow 3 \times 7 \times 2$$

$$\begin{array}{cc} & (37)^2 \\ & \swarrow \quad \searrow \\ (3)^2 & \quad (7)^2 \end{array}$$

Step 2 :- फिर वर्ग वाली संख्या और 2 का गुणा करेंगे।

$$\begin{array}{r} 9 \quad 42 \quad 49 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \times 7 \times 2 = 42$$

* उस गुणन संख्या को बीच रिकर करना।

* फिर बायें से एक छोड़कर जोड़ कर के लेखा।

* वर्ग सफल।

$$\begin{array}{r} 049 \\ + 420 \\ + 900 \\ \hline = 1369 \text{ Ans.} \end{array}$$

(ii) 99

$$(99)^2$$

$$\begin{array}{cc} & (99)^2 \\ & \swarrow \quad \searrow \\ 9 & \quad 9^2 \\ \therefore 81 & \quad 81 \end{array}$$

$$9 \times 9 \times 2 = 162$$

$$\begin{array}{r} 16 \quad 2 \\ \hline 9801 \end{array}$$

अभाज्य संख्या:- ऐसी संख्या जो 1 तथा स्वयं से ही भाज्य हो, अभाज्य संख्या कहलाती है।

महत्वपूर्ण नियम

नियम 1 → अंतर का नियम - इस नियम के अनुसार दिए गए प्रश्न में पहली और दूसरी संख्या का अंतर, दूसरी और तीसरी संख्या का अंतर और आगे भी यही क्रम जारी रखते हुए अंतर की श्रृंखला का समूह ज्ञात करके उसी आधार पर अगली संख्या प्राप्त की जाती है।

इस नियम के उदाहरण निम्नलिखित हैं-



योग का नियम :-

Ex:- 5, 9, 14, 20, 27, ?

- (A) 32 (B) 34
(C) 35 (D) 37

हल- $5 + 4 = 9 + 5 = 14 + 6 = 20 + 7 = 27 + 8 = 35$

→ दी गई श्रृंखला / श्रेणी क्रमशः बाएँ से दाएँ 4, 5, 6, 7, ... के अन्तर से बढ़ रही है।

घटाव का नियम :-

Ex:- 16, 14, 11, 7, ?

- (A) 5 (B) 3
(C) 2 (D) 1

हल- $16 - 2 = 14 - 3 = 11 - 4 = 7 - 5 = 2$

→ दी गई श्रृंखला में क्रमशः बाएँ से दाएँ 2, 3, 4 के उत्तर से घट रही है।

(iii) गुणा का नियम :-

Ex :- 2, 6, 18, 54, ?

- (A) 162 (B) 150
(C) 170 (D) 184

हल- $2 \times 3 = 6 \times 3 = 18 \times 3 = 54 \times 3 = 162$

अर्थात् दी गई श्रृंखला के प्रत्येक पद को 3 से गुणा करके अगला पद प्राप्त किया जाता है।

(iv) भाग का नियम :-

Ex :- 240, 120, 60, 30, ?

- (A) 10 (B) 15
(C) 20 (D) 5

हल- $240 \div 2 = 120 \div 2 = 60 \div 2 = 30 \div 2 = 15$

नियम 2- संयुक्त श्रृंखला का नियम - इस नियम के अनुसार यदि दिए गए प्रश्न में अंतर की नियमित श्रृंखला नहीं बनती है तो अंतर की एक और श्रृंखला बनाई जाती है, इसे संयुक्त श्रृंखला कहा जाता है।

Ex:- 0, 7, 26, 63, 124,.....

- (A) 125 (B) 182
(C) 136 (D) 154
(E) 215

Ans.

0 7 26 63 124 215

+7 +19 +37 +61 +91

+12 +18 +24 +30

$61 + 30 = 91 + 124 = 215$ Ans.

नियम 3→ पूर्व पदों के योग का नियम :- इस नियम के अनुसार पिछली दो संख्याओं का योग करके अगला पद निकाला जाता है।

Ex:- 5, 2, 7, 9, 16, 25, ?

- (A) 41 (B) 52
(C) 48 (D) 45

हल- प्रत्येक तीसरा पद - पिछले दो अंकों का योग है।

5+2 2+7 7+9 9+16 16+25
5 2 7 9 16 25 41

$5 + 2 = 7$

$2 + 7 = 9$

$7 + 9 = 16$

$9 + 16 = 25$

$16 + 25 = 41$

नियम 4→ मिश्रित श्रृंखला का नियम :- इस नियम के प्रश्नों की विशेष पहचान -

- (A) संख्याएँ 8 से 10 होना [न्यूनतम-6]
(B) संख्याओं का घटना व किसी अंक की पुनरावृत्ति होना।
(C) संख्याएँ छोटी व किसी अंक की पुनरावृत्ति होना।
(D) दूसरे अंक की संख्या का अंतर प्रथम संख्या में अधिक अंतर होना।

Ex:- 4, 28, 6, 26, 8, 24, 10, 22, ?

- (A) 10 (B) 12
(C) 8 (D) 10

4 28 6 26 8 24 10 22 12
+2 +2 +2 +2



अध्याय-10

घड़ी

(clock)

घड़ी की सुइयों के द्वारा बनाए गए कोण

सेकंड की सुई

60 Sec में एक चक्र पूरा करती है।

60 Sec में बना कोण = 360°

1 Sec में बना कोण = $360/60 = 6^\circ$

मिनट की सुई:-

मिनट की सुई एक चक्र 60 मिनट में पूरा करती है।

डिग्री = अंश

1 घंटे/60 मिनट में बनाया गया कोण = 360°

1 मिनट में बनाया गया कोण = $360/60 = 6^\circ$

60 Sec में मिनट की सुई द्वारा बनाया गया कोण = 6°

5 मिनट में मिनट की सुई द्वारा बनाया गया कोण = 6×5

$5 = 30^\circ$

घंटे की सुई:-

घंटे की सुई 1 चक्र पूरा करती है = 12 घंटे में

12 घंटे में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = 360°

1 घंटे में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = $360/12 = 30^\circ$

60 मिनट में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = 30°

1 मिनट में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = $30/60 = 1/2^\circ$

60 सेकंड में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = $1/2^\circ$

1 सेकंड में घंटे की सुई द्वारा बना कोण = $\frac{1}{2 \times 60} = 1/120^\circ$

प्रश्न - एक घड़ी में 3 बजकर 40 मिनट का समय हो रहा है तो उस घड़ी की दोनों सुइयों में मध्य बना कोण ज्ञात करो?

हल:

समय = 3:40

$$\text{कोण} = (11 \times \text{मिनट} - 60 \times \text{बज})/2$$

$$(11 \times 40 - 60 \times 3)/2 = (440 - 180)/2$$

$$= 260/2 = 130^\circ$$

$$= 360 - 130 = 230^\circ$$

प्रश्न - एक घड़ी में 2:50 का समय हो रहा है तो उस घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य कोण ज्ञात करो?

A) 215°

B) 145°

C) A तथा B दोनों D) इनमें से कोई नहीं

हल:

$$= (11 \times 50 - 60 \times 2)/2$$

$$= (550 - 120)/2$$

$$= 430/2 = 215$$

$$= 360 - 215 = 145$$

प्रश्न - एक घड़ी में 2:50 का समय हो रहा है तो

i) घड़ी की घंटे तथा मिनट वाली सुइयों के मध्य कोण

ii) घड़ी की मिनट तथा घंटे वाली सुइयों के मध्य कोण ज्ञात करो?

हल:

$$(11 \times 50 - 60 \times 2)/2$$

$$430/2 = 215^\circ$$

i) 215° नाम के अनुसार clock wise चलने पर

ii) 145° नाम के अनुसार anticlock wise चलने पर

प्रश्न - एक घड़ी में 10:5 का समय हो रहा है तो उस घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य कोण ज्ञात करो?

हल:

$$(11 \times 5 - 60 \times 10)/2$$

$$= (55 - 600)/2 = 272.5$$

$$= 360 - 272.5 = 87.5$$

प्रश्न - एक घड़ी में 4:45 का समय हो रहा है यदि इस घड़ी के घंटे की सुई को 70° आगे की तरफ घुमा दिया जाए तो इस घड़ी में क्या समय होगा?

हल:

घंटे की सुई $1/2^\circ$ विस्थापन होने में 1 मिनट का समय लेती है।

घंटे की सुई 1° विस्थापन होने में 2 मिनट का समय लेती है।

घंटे की सुई 70° विस्थापन होने में 140 मिनट का समय लेगी।

140 मिनट यानि 2:20 घंटे

$$4:45 + 2:20$$

6:65 मिनट यानि 7:05

Note:

- घड़ी की दोनों सुइयों (मिनट तथा घंटे की सुई) के मध्य हमेशा दो कोण बनते हैं। उन दोनों कोणों का योग हमेशा 360° होता है।
- यदि घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य एक कोण ज्ञात हो तथा दूसरा कोण ज्ञात करना है तो उस कोण को 360° में से घटा दिया जाता है।
- घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य कोण का मतलब हमेशा उन दोनों कोणों में से छोटे वाला कोण आपका उत्तर होगा। यदि प्रश्न में सुइयों का नाम नहीं दे रखा हो तथा यदि दिए गए विकल्पों में छोटा वाला कोण उपस्थित नहीं हो जबकि बड़ा वाला कोण उपस्थित हो तो बड़े वाला कोण आपका उत्तर होगा।
- यदि प्रश्न में घड़ी की सुइयों के नाम दे रखे हो तो प्रश्न में उनके नाम के क्रम के अनुसार दक्षिणावर्त चलने पर जो कोण बनता है वही उस प्रश्न का उत्तर है।
- अपवाद स्वरूप क्रमानुसार दक्षिणावर्त चलने पर जो कोण बन रहा है यदि वह विकल्प में उपस्थित नहीं हो तथा दूसरा कोण विकल्प में उपस्थित हो तो दूसरा वाला कोण उत्तर होगा।

अभ्यास प्रश्न

प्रश्न - एक घड़ी में 2:25 बजे का समय हो रहा है यदि इस घड़ी के घंटे वाली सुई को 105° आगे की तरफ घुमा दिया जाए तो इस घड़ी में क्या समय होगा?

हल:

घंटे की सुई

$$1/2^\circ \text{ विस्थापन में} = 1 \text{ मिनट}$$

$$1^\circ \text{ विस्थापन में} = 2 \text{ मिनट}$$

$$105^\circ \text{ विस्थापन में} = 210 \text{ मिनट}$$

यानि 3 घंटे 30 मिनट

$$\begin{array}{r} 2 : 25 \\ + \quad 3 : 30 \\ \hline 5 : 55 \end{array}$$

प्रश्न - एक घड़ी में 1 : 12 बजे का समय हो रहा है इस घड़ी के घंटे की सुई को 75° पीछे की ओर घुमा दिया जाए तो यह घड़ी क्या समय दिखाएगी?

$$\text{हल:- } 75^\circ \text{ विस्थापन} = 75 \times 2 = 150 \text{ मिनट}$$

यानि 2:30

$$\begin{array}{r} 1 : 12 \\ - \quad 2 : 30 \\ \hline 10 : 42 \end{array}$$

अथवा

$$\begin{array}{r} 13 : 12 \\ - \quad 2 : 30 \\ \hline 10 : 42 \end{array}$$

प्रश्न - एक घड़ी में 9:40 मिनट का समय हो रहा है यदि इस घड़ी के घंटे की सुई को दक्षिणावर्त 135° घूमा दिया जाए तो यह घड़ी क्या समय दिखाएगी।

हल:

$$\begin{array}{rcl} 135^\circ \text{ में विस्थापन} & = & 270 \text{ मिनट} \\ & = & 4:30 \text{ बजे} \\ & 9 : 40 \\ + & 4 : 30 \\ \hline 14 : 10 \text{ यानि } 2 : 10 \text{ बजे} \end{array}$$

प्रश्न - एक घड़ी में 5:18 मिनट का समय हो रहा है। यदि इस घड़ी के मिनट की सुई को 312° घुमा दिया जाए तो यह घड़ी क्या समय दिखाएगी?

हल:

मिनट की सुई

$$6^\circ \text{ विस्थापन में समय} = 1 \text{ मिनट}$$

$$1^\circ \text{ विस्थापन में समय} = 1/6 \text{ मिनट}$$

$$312^\circ \text{ विस्थापन में} = 1/6 \times 312 = 52 \text{ मिनट}$$

$$\begin{array}{r} 5 : 18 \\ + 0 : 52 \\ \hline 6 : 10 \text{ बजे} \end{array}$$



दोनों सुइयों की स्थितियाँ

i) अतिव्यापन/आच्छादित/संपाती (0° या 360°) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ जब घड़ी की दोनों सुइया (मिनट तथा घंटे) एक दूसरे के ऊपर आ जाए तो इस स्थिति को अतिव्यापन/आच्छादित कहते हैं।

$\Rightarrow$ घड़ी की दोनों सुइयां हर घंटे में एक बार आच्छादित होती हैं तथा 12 घंटे में 11 बार आच्छादित होती हैं। इन दो घंटों में (11-12-1) केवल 1 बार 12 बजे आच्छादित होती हैं।

11-12-1 तथा 12-1 इन दो घंटों में केवल 1 बार

1 घंटे में = 1 बार

12 घंटे में = 11 बार

24 घंटे में = 22 बार

प्रश्न - घड़ी की दोनों सुइयां 1 दिन में कुल कितनी बार संपाती होती हैं

A) 11 बार

B) 22 बार

C) 44 बार

D) इनमें से कोई नहीं

$$\text{अतिव्यापन में मिनट बजे} = \frac{60}{11} \times \text{बजे}$$

प्रश्न - 1:00 तथा 2:00 के मध्य घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी?

हल:

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times \text{बजे}$$

$$\frac{60}{11} \times 1$$

$$5\frac{5}{11}$$

$$\text{समय} = 1 \text{ बजकर } 5\frac{5}{11} \text{ मिनट}$$

प्रश्न - 2:00 तथा 3:00 के मध्य घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी

हल:

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times \text{बजे}$$

$$\frac{60}{11} \times 2 = 120/11 = 10\frac{10}{11}$$

$$\text{समय} = 2 \text{ बजकर } 10\frac{10}{11} \text{ मिनट}$$

प्रश्न - 10 तथा 11:00 के बीच घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी?

हल:

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times \text{बजे}$$

$$= \frac{60}{11} \times 10 = 600/11 = 54\frac{6}{11}$$

$$\text{समय} = 10 \text{ बजकर } 54\frac{6}{11} \text{ मिनट}$$

प्रश्न - 11 तथा 12:00 के मध्य घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी?

हल:

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times 11$$

$$\text{मिनट} = 11 \text{ बजकर } 60 \text{ मिनट यानी } 12 \text{ बजे}$$

11 व 12 के मध्य अतिव्यापन नहीं होगी।

प्रश्न - 11 तथा 12:00 के मध्य घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी?

हल:

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times 11$$

$$\text{मिनट} = 11 \text{ बजकर } 60 \text{ मिनट}$$

$$= 12 \text{ बजे}$$

प्रश्न - 11:00 से 1:00 के मध्य दोनों सुइयां कितनी बार अतिव्यापन होंगी?

हल: एक बार

प्रश्न - 12:00 से 1:00 के मध्य घड़ी की दोनों सुइयां किस समय अतिव्यापन होंगी?

हल:

$$12:00 \text{ बजे}$$

$$\text{मिनट} = \frac{60}{11} \times 12 \text{ या } 0$$

$$\frac{60}{11} \times 0 = 0 \text{ मिनट } 12 \text{ बजकर } 0 \text{ मिनट यानी } = 12:00$$

Note:-

11 बार आच्छादित / संपाती होने में लगा समय = 12 घंटे

एक बार आच्छादित / संपाती होने में लगा समय = 12/11 घंटे

$$\text{मिनट} = (12/11) \times 60 = 720/11$$

$$= 65\frac{5}{11} \text{ मिनट}$$

मिले हो यह आवश्यक नहीं है तथा मंत्री की सहायता के लिए उसके सचिव पढ़े लिखे होते हैं।

19. (d) दोनों तर्क कमजोर हैं क्योंकि महिलाओं का शोषण बन्द केवल वेतन मिलने से ही नहीं हो सकता तथा घर के काम निजी काम होते हैं। जिनका वेतन नहीं होता है।

20. (a) दोनों तर्क कमजोर हैं क्योंकि पटाखों के कारखानों के बन्द होने से हुए बेरोजगारों को दूसरे कारखानों में समायोजित किया जा सकता है। तथा कोई ऐसा स्पष्ट संकेत नहीं है कि पटाखा उद्योगों में ही बाल श्रमिक कार्यरत हैं।

21. (b) केवल फीस अधिक होने से ही गम्भीरता नहीं होती है, अमीर व्यक्ति का बेटा पैसे की उपयोगिता समझता है यह आवश्यक नहीं है तथा तर्क ॥ अपने आप में सशक्त हो।

हम किसी तर्क को केवल इसी आधार पर अस्वीकार कर सकते हैं कि तर्क में जो बातें कही गई हैं, उसका कथन से कोई संबंध नहीं दिखाई देता। इसका अर्थ है, यदि कोई तर्क कथन से उपयुक्त संबंध नहीं रखता तो यह तर्क प्रबल नहीं होता। प्रबल तर्क का कथन के साथ प्रत्यक्ष संबंध होना चाहिए। यदि तर्क के फलितार्थ का संबंध मौजूद है तो यह प्रबल होने लायक तर्क नहीं है। इस प्रकार, प्रबल तर्क ये हैं जो महत्वपूर्ण तथा कथन के साथ प्रत्यक्ष संबंध रखते हैं। प्रबल तर्क से कथन में शामिल मुख्य विषय पर जोर पड़ना चाहिए। यह किसी अप्रासंगिक या नगण्य विषय पर प्रकाश डालने वाला नहीं होना चाहिए।

अध्याय-17

कथन एवं निष्कर्ष

(Statement & Conclusion)

किसी विषय के सन्दर्भ में दी गई अभिव्यक्ति को कथन कहते हैं। निष्कर्ष एक ऐसा तथ्य परस्पर विवेचन है जो कि कथन के सम्पूर्ण अवयवों को ध्यान में रखते हुए उसकी विवेचना, कारण, प्रभाव, वैज्ञानिक परीक्षण एवं सर्वमान्य स्वीकार्यता पर निर्भर करता है।

इस प्रकार के प्रश्नों में एक कथन दिया गया होता है जिस पर आधारित दो या दो से अधिक निष्कर्ष दिए गए होते हैं। कथन के सारे तथ्यों को सही मानते हुए, चाहे वे सर्वमान्य मान्यताओं के विपरीत ही क्यों न हो, किसी भी तरह के पूर्वानुमान की मदद लिये बिना यह ज्ञात करना होता है कि दिए गए निष्कर्षों में से कौनसा निष्कर्ष तार्किक रूप से सही है। यदि प्रश्न में एक से अधिक कथन भी दिए हों, तो निष्कर्ष तक पहुंचने से पहले विभिन्न कथनों में उल्लेखित सूचनाओं के साथ पारस्परिक सम्बन्ध स्थापित करना चाहिए।

- मान्य निष्कर्ष की पहचान के लक्षण :
- कथन में दी गई सूचना के आधार पर निष्कर्षों की वैधता पर विचार करना चाहिए।
 - यदि केवल एक कथन का एक से अधिक निष्कर्षों में अनुकरण किया जा रहा हो, तो ये वैध कहलायेंगे। ऐसे में असामान्य निष्कर्षों का पता लगाने के लिए प्रत्येक निष्कर्ष का अलग मूल्यांकन किया जाना चाहिए।
- निष्कर्ष कथन के किसी एक भाग या सभी में व्याप्त होगा।
 - यह कथन में निहित विचारों का सामान्यीकृत रूप होता है।
 - निष्कर्ष कथन के आधार पर ही निकलना चाहिए।
 - कथन में जब कुछ विशेष शब्द जैसे हमेशा, सदैव, बावजूद, केवल, अधिकतर, अधिकांश आदि का उपयोग किया जाता है तो कथन का अर्थ बदल जाता है।
- अमान्य निष्कर्षों की पहचान के लक्षण :-
 - कथन में किसी शब्द या वाक्यांश का दो अर्थों में इस्तेमाल नहीं होना चाहिए।
 - कथन और उसके निष्कर्ष नीति एवं सत्य की प्रचलित धारणाओं के विपरीत नहीं होने चाहिए।
 - निष्कर्ष उदाहरण नहीं होने चाहिए।
 - सामान्यतः, आमतौर पर, साधारण तौर आदि शब्द निष्कर्ष को अमान्य या सन्देहास्पद बना देते हैं।
 - यदि दो कथन दिए गए हों, तो वे परस्पर विरोधाभासी नहीं होने चाहिए।
 - निष्कर्ष व्यक्तिगत, पूर्वाग्रह अथवा बाहरी कारकों से प्रभावित नहीं हो।

- निष्कर्ष निकालते समय अन्य व्यक्तियों के सुझावों पर विचार करना चाहिए परन्तु निष्कर्ष स्वयं का अपना होना चाहिए।
- निष्कर्ष में निम्न तर्क दोष नहीं होने चाहिए।
- अक्षर संयोजन का तर्क दोष
- वर्गीकरण का तर्क दोष
- अविवेकी सादृश्यता का दोष
- अपर्याप्त आँकड़ों का तर्क दोष

निर्देश (1-25): निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में एक कथन दिया गया है तथा इस पर आधारित दो निष्कर्ष I और II दिए गए हैं। दिए गए कथन सर्वमान्य मान्यताओं से सर्वथा विपरीत ही क्यों न हों फिर भी आपको उन्हें सत्य मानना है। इसके बाद आपको दिए गए कथन और निष्कर्षों पर विचार करते हुए यह निर्णय करना है कि दिए गए कथन के आधार पर कौन-सा/से निष्कर्ष आवश्यक रूप से अनुसरण करता है करते हैं ?

उत्तर (1) दीजिए यदि केवल निष्कर्ष I अनुसरण करता है।

उत्तर (2) दीजिए यदि केवल निष्कर्ष II अनुसरण करता है।

उत्तर (3) दीजिए यदि या तो निष्कर्ष I या II अनुसरण करता है।

उत्तर (4) दीजिए यदि न तो निष्कर्ष I और न ही निष्कर्ष II अनुसरण करता है।

उत्तर (5) दीजिए यदि निष्कर्ष I और II दोनों ही अनुसरण करते हैं।

1. कथन : केन्द्र सरकार ने 142 कंपनियों, जिन्होंने कानूनी अपेक्षाओं को पूरा किए बिना अपना कारोबार बंद कर दिया है, के खिलाफ मुकदमा दायर किया है।

निष्कर्ष : I. भारत में लगभग सभी कंपनियां कारोबार शुरू करने और कारोबार समाप्त कर देने, दोनों ही समयों में कानूनी औपचारिकताओं का पालन नहीं करती।

II. संबंधित सरकारी विभाग 'निगरानी' संबंधी अपनी जिम्मेदारियां पूरी करने की कोशिश कर रहे हैं ताकि अन्य कंपनियां, जो गलती कर रही हैं उन्हें संकेत मिल जाये।

2. कथन : अखिल भारतीय पार्षद सम्मेलन में पार्षदों की बढ़ी हुई जिम्मेदारियों को पूरा करने में मदद के लिए उन्हें ज्यादा अधिकार दिए जाने की मांग हो रही है।

निष्कर्ष : I. लोग अधिकारी के पीछे पागल हैं, वे अधिकार और पैसा दोनों चाहते हैं।

II. पार्षद का पद केवल दिखावटी नहीं होना चाहिए।

3. कथन : 'X' राज्य के मंत्रिमंडल ने राज्य में सहकारी संस्थाओं तथा सरकारी डेयरियों के अतिरिक्त उपलब्ध दूध के उपयोग में असफल होने पर अतिरिक्त दूध की समस्या से निपटने के लिए कतिपय उपाय किए हैं। एक समाचार रिपोर्ट।

निष्कर्ष : I. 'X' राज्य में दूध का उत्पादन वहां की आवश्यकता की अपेक्षा अधिक है।

II. राज्य 'X' की सरकारी एवं सहकारी डेयरियां ऐसे अधिक दूध का प्रबंध करने के लिए संसाधनों एवं टेक्नोलॉजी से सुसज्जित नहीं हैं।

4. कथन : सरकार द्वारा यह निश्चित किया गया है कि अगले माह के प्रारंभ से भोजन बनाने वाली गैस पर अर्थ सहायता का 33% वापस ले लिया जाये।

निष्कर्ष : I. अब लोगों को सरकार से इस प्रकार की अर्थ सहायता की कोई इच्छा या आवश्यकता नहीं क्योंकि वे भोजन बनाने वाली गैस की बढ़ी हुई कीमत वहन करने में सक्षम हैं।

II. भोजन बनाने की गैस के मूल्य में अगले माह से कम-से-कम 33% वृद्धि हो जाएगी।

5. कथन : अंतर्राष्ट्रीय तेल की कीमतों में और उछाल को ध्यान में रखते हुए सरकार डीजल मूल्यों की वर्तमान नीति की समीक्षा करेगी।

निष्कर्ष : I. अंतर्राष्ट्रीय तेल की कीमतों में सन्निकट उछाल के पश्चात् सरकार डीजल की कीमतों में वृद्धि करेगी। II. अंतर्राष्ट्रीय तेल की कीमतों में सन्निकट उछाल के बाद भी सरकार डीजल की कीमतों में वृद्धि नहीं करेगी।

6. कथन : 'X' महाशय एक अधिकारी हैं तथा कार्यालय ABC में कई लोगों के समूह के साथ भ्रष्टाचार के मामलों में कथित रूप से फंसे हैं।

निष्कर्ष : I. ABC कार्यालय में 'X' महाशय भ्रष्ट अधिकारी हो सकते हैं।

II. ABC कार्यालय में 'X' महाशय भ्रष्टाचार के मामलों में लिप्त नहीं भी हो सकते हैं।

7. कथन : समाज का संगठन इसलिए होता है कि लोगों के व्यक्तित्व के विकास के अवसर की व्यवस्था करना तथा समाज अपने सदस्यों के व्यक्तित्व के विकास में सर्वोत्तम ढंग से कैसे अपनी भूमिका अदा करता है।

निष्कर्ष : I. व्यक्ति, यदि उसे मानव के सम्पर्क में न आने दिया जाए तथा पूर्ण एकांत में रखा जाए तो उसके व्यक्तित्व के विकास का अवसर नहीं मिल पाएगा।

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

(Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - <https://shorturl.at/qBJ18> (74 प्रश्न , 150 में से)

RAS Pre 2023 - <https://shorturl.at/tGHRT> (96 प्रश्न , 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - <https://youtu.be/gPqDNlc6UR0>

Rajasthan CET 12th Level - <https://youtu.be/oCa-CoTFu4A>

RPSC EO / RO - <https://youtu.be/b9PKjl4nSxE>

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdaK856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gz2fJyt6vI>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये
RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)

whatsapp - <https://wa.link/001xtz> 1 web.- <https://shorturl.at/sxD46>

SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1 st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.