INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

# राजस्थान
# ग्राम विकास अधिकारी (VDO)

## (मुख्य परीक्षा हेतु)

राजस्थान कर्मचारी चयन आयोग (RSSB)

## भाग – 2

## गणित

# प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**राजस्थान ग्राम विकास अधिकारी (मुख्य परीक्षा हेतु)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **राजस्थान कर्मचारी चयन आयोग** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**राजस्थान ग्राम विकास अधिकारी (मुख्य परीक्षा)**" में पूर्ण संभव मदद करेंगें /*

***अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती हैं / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/***


**प्रकाशकः**

**INFUSION NOTES**

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com



**Online Order करें - https://shorturl.at/qClJS**

**WhatsApp करें - https://wa.link/9h4q2x**


**मूल्य : ₹**

**संस्करण : नवीनतम**

| क्र. सं. | अध्याय | पृष्ठ सं. |
|---|---|---|
| | गणित | |
| 1. | संख्या प्रणाली | 1 |
| 2. | इकाई अंक और भाजकता | 6 |
| 3. | लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक | 29 |
| 4. | भिन्न एवं दशमलव | 38 |
| 5. | बहुपद के गुणनखंड | 42 |
| 6. | अनुपात – समानुपात | 54 |
| 7. | प्रतिशतता | 61 |
| 8. | लाभ और हानि | 75 |
| 9. | औसत | 85 |
| 10. | साझा | 94 |
| 11. | आयु | 103 |
| 12. | मिश्रण | 108 |
| 13. | साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज | 115 |
| 14. | चाल, समय और दूरी | 132 |
| 15. | कार्य और समय | 139 |
| 16. | रैखिक एवं द्विघातीय समीकरण | 148 |
| 17. | क्षेत्रमिति द्विविमीय | 156 |
| 18. | ज्यामिति | 178 |
| 19. | सांख्यिकी | 192 |

# अध्याय – 3

## लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

**L.C.M.** होता क्या हैं ?

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती है।

हम लोग गुणनखण्ड़ विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं । तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं ।

**जैसे** - 10,12,15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जों 10,12,15 से कट जाए।

10
12 → 60
15

60 वह छोटी से छोटी संख्या हैं जो 10,12,15 से कट जाएगी । अतः 60 ही हमारा L.C.M. हैं ।

या

आप दी संख्याओं 10,12,15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखों और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया हैं वो ही L.C.M. हैं जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10,12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दे तो गुणनफल 60 आएगा जो 10,12 से कट जाएगा ।

**भाग विधि** –

| | |
|---|---|
| 2 | 10, 15, 20 |
| 2 | 5, 15, 10 |
| 3 | 5, 15, 5 |
| 5 | 5, 5, 5 |
| | 1, 1, 1 |

LCM = 2×2×3×5 = 60

**गुणनखण्ड विधि** –

10 = 2 × 5

15 = 3 × 5

20 = 2 × 2 × 5 = $2^2$ × 5

LCM = $2^2$ × 3 × 5 = 60

**Note :** अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता हैं ।

**महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) (म.स.) :-** वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो। अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णत विभाजित हो म.स. कहलाता हैं ।

**उदाहरण** - 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ?

**(i) भाग विधि -**

5)20(4      5)30(6
  20          30
  ×           ×

5)15(3
  15
  ×

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

| | |
|---|---|
| 3 | 15 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 20 |
| 2 | 10 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 30 |
| 3 | 15 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

15 = 3 × 5

20 = $2^2$ × 5

30 = 2 × 3 × 5

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा ।

(ii) उभयनिष्ठ (Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती हैं ।

Note :- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजुद होता हैं जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती हैं । अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता हैं ।

**दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :-** दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं ।

**Example :-**

**1.** 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

हल - $\frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$

36, 4800, 150 का LCM= 14400

0.036, 4.8, 0.15 का LCM = $\frac{14400}{1000}$

LCM = 14.4

**2.** 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

हल - $\frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$

200, 12000, 32 का HCF = 8

अतः 0.20, 12 व 0.032 का HCF = $\frac{8}{1000}$ = 0.008

**भिन्नों का ल.स. एवं म.स.** –

भिन्नों का LCM = $\frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$

भिन्नों का HCF = $\frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$

**अक्षरों का LCM तथा HCF** – अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ(Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है ।

**Example:-**

A. $a^3b^5c^8$, $b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?

हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d हैं तथा इन पर बड़ी से बड़ी घात = $a^3$, $b^{15}$, $c^8$, $d^4$ हैं जो LCM होगा ।

यहाँ दिए अक्षर a, b, c, d में Common अक्षर b व c पर सबसे छोटी घात वाला अक्षर $b^5c^5$ है जो HCF होगा।

**अंक तथा अक्षरों का ल.स. तथा म.स.** – जब अक्षर व अंक एक साथ दिए गए हो तो अंकों का व अक्षरों का अलग-अलग LCM व HCF ज्ञात करके प्रश्न को हल करते हैं ।

**Example :-**

**1.** $8a^4b^8$, $12a^2b^{12}c^{10}$, $18a^7b^4c^3d^5$ का LCM व HCF ज्ञात करो?

**हल-** 8, 12, 18 का ल.स.

| | |
|---|---|
| 2 | 8, 12, 18 |
| 2 | 4, 6, 9 |
| 2 | 2, 3, 9 |
| 3 | 1, 3, 9 |
| 3 | 1, 1, 3 |
| | 1, 1, 1 |

ल.स. = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 = 72

$a^4b^8$, $a^2b^{12}c^{10}$, $a^7b^4c^3d^5$ का LCM = $a^7b^{12}c^{10}d^5$

∴ LCM = 72 $a^7b^{12}c^{10}d^5$

HCF के लिए –

| | |
|---|---|
| 2 | 8 |
| 2 | 4 |
| 2 | 2 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 18 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

8 = 2 × 2 × 2 = $2^3$

12 = 2 × 2 × 3 = $2^2$× 3

18 = 2 × 3 × 3 = 2 × $3^2$

HCF = 2 (संख्याओं का म.स.)

$a^4b^8$, $a^2b^{12}c^{10}$, $a^7b^4c^3d^5$ अक्षरों का HCF = $a^2b^4$

∴ HCF = $2a^2b^4$

**घात वाली संख्याओं का ल.स. तथा म.स.** – घात वाली संख्याओं का LCM अधिकतम संख्या व बड़ी से बड़ी घात तथा HCF उभयनिष्ठ(Common) संख्या व छोटी से छोटी घात होता है ।

**Example-**

**1.** $8^7 \times 5^{17} \times 11^5$, $7^9 \times 5^{13} \times 11^{15}$, $13^{12} \times 8^{10} \times 11^7$, $17^{15} \times 6^6 \times 4^8$ का LCM ज्ञात करो ?

**हल** - $4^8 \times 5^{17} \times 6^6 \times 7^9 \times 8^{10} \times 11^{15} \times 13^{12} \times 17^{15}$

यहाँ पर दी गई संख्याएँ 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 17 हैं जिन पर बड़ी से बड़ी घात $4^8$, $5^{17}$, $6^6$, $7^9$, $8^{10}$, $11^{15}$, $13^{12}$ व $17^{15}$ है । जो कि LCM है ।

**2.** $4^9 \times 5^7 \times 9^4$, $5 \times 9^{13} \times 2^5$ का HCF ज्ञात करो?

हल - $5 \times 9^4$

यहाँ पर कॉमन संख्या 5 व 9 है जिनपर छोटी घात 5 व $9^4$ है । जो HCF है ।

**Note** :- जब दी गई संख्याओं से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्या ज्ञात करना हो तो दी हुई संख्याओं का LCM, अभिष्ठ संख्या होगी ।

**Note** :- जब बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करनी हो जिससे दी हुई संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो, तो दी हुई संख्याओं का HCF अभिष्ठ संख्या होती है ।

**Note** :- दो संख्याओं का गुणनफल उनके LCM तथा HCF के गुणनफल के बराबर होता है ।

प्रथम संख्या × द्वितीय संख्या = LCM × HCF

**Note** :- जब दो या दो से अधिक संख्याओं का अनुपात तथा HCF दिया गया हो तो मूल संख्या ज्ञात करने के लिए अनुपात को HCF से गुणा कर देते हैं ।

**Note** :- जब (n) संख्याओं का LCM तथा HCF दे रखा हो व उनका गुणनफल पूछा गया हो तो –

सूत्र = $(HCF)^{n-1} \times LCM$

**Example** :- तीन संख्याओं का HCF= 2 तथा LCM= 210 है, उन संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

हल - $2^{3-1} \times 210 = 2^2 \times 210 = 4 \times 210 = 840$

**Ist Type**

**1.** वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 8,9,12,15 से भाग देने पर सदैव 1 शेष बचे ?

अभीष्ट संख्या = (8, 9, 12,15 का ल. स.) + 1

= 360 + 1 = 361

**2.** वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें 5,7,12,15 से भाग दिया जाए तो शेष क्रमशः 3,5,10,13 बचे ?

| | |
|---|---|
| 5, | 7, 12, 15 |
| 3 | 5, 10, 13 |
| 2, | 2, 2, 2 |
| | 1, 1, 1 |

हर बार 2 शेष बचा, अब हमारा उत्तर होगा 5,7,12,15 के ल.स. से 2 देंगे ।

$$\frac{15 \times 28}{5,7,12} = 420 - 2 = 418$$

**3.** पांच अंकों की वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो। जिसे 8,12,16 से भाग देने पर शेष क्रमशः 6,10,14 बचें ?

5 अंकों की छोटी से संख्या = 10000

8,12,16 का L.C.M.

$$\frac{16\times3}{8.12} = 48$$

8 → 48
12 → 48
16 → 48

अब 8 12 16
6 10 14
2 2 2 शेष बचता

अभीष्ट संख्या

10000 + (48 - 16) - 2 = 10030

**4.** वह छोटी से छोटी पूर्ण संख्या ज्ञात करो जिसे 4,5,6 से भाग देने पर 0 शेष बचता है ।

| | |
|---|---|
| 2 | 4, 5, 6 |
| 2 | 2, 5, 3 |
| 3 | 1, 5, 3 |
| 5 | 1, 5, 1 |
| | 1, 1, 1 |

L.C.M. = 2×2×3×5=60

अब इसमें जोड़ा बनाने के लिए 3,5 से गुणा करना होगा

= 60 ×3 × 5=900

**5.** वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करों जो 7 से भाग होती हैं तथा 3,4,5,6 से भाग देने पर क्रमशः 2,3,4,5 शेष बचता हैं ।

- 3, 4, 5, 6

- 2, 3, 4, 5

1, 1, 1, 1

3,4,5,6 का L.C.M.

$$\frac{6 \times 10}{3,4,5} = 60$$

माना संख्या = 60k-1

56 k, 7 से कट जाएगी

4K-1

K=2 रखने पर 7 से कटेगी

∴ वह संख्या =60×2-1=119

**6.** दो संख्याओं के म.स और ल.स क्रमशः 12 तथा 600 हैं । यदि एक संख्या 24 हैं तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

$$\frac{12 \times 600}{24} = 300$$

**7.** वह छोटी से छोटी संख्या जिसमें 7 घटाने पर शेष बची संख्या 20, 28, 35, 105, में से प्रत्येक से पूर्णतः कट जाऐ?

20, 28, 35, 105 का ल.स

= 420 + 7

427

**8.** दो संख्याओं का ल.स. 495 तथा म.स. 5 है यदि उन संख्याओं का योग 100 हो तो अन्तर ?

म.स. 5 है तो संख्याएँ 5 x + व 5y होगी संख्याओं का ल.स. =5 xy

5 xy=495

$$xy = \frac{495}{5} = 99'$$

अन्तर =5x-5y

5(x-y)

5 × 2=10

संख्याओं का योग 100

5x+5y=100

5(x+y)=100

x+y=20

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - (4xy)$$

$= (20)^2 - 4 \times 99$

= 400-396

= 4

x-y = 2

अभीष्ट संख्या = 105, 140, 175 का म. स. = (5 × 7) = 35

**प्रश्न -19. नापने की तीन छड़े क्रमशः 64 सेमी, 80 सेमी तथा 96 सेमी लंबी है, इनमें से कोई भी छड़ प्रयोग करके कम से कम किस लंबाई का कपड़ा पूर्ण संख्या में नापा जा सकता है?**

(a) 0.96 मीटर (b) 9.60 मीटर

(c) 19.20 मीटर (d) 96 मीटर

**हलः**

अभीष्ट नाप = 64 सेमी, 80 सेमी, 96 सेमी का ल. स

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 64, | 80, | 96 |
| 2 | 8, | 10, | 12 |
| 2 | 4, | 5, | 6 |
| | 2, | 5, | 3 |

= (8 × 2 × 2 × 2 × 5 × 3) सेमी. = 960 सेमी.

= 9.60 मीटर

**प्रश्न -20. टीनु दर्जी एक महिला के स्कर्ट बनाने के लिए किसी चौड़ाई के कपड़े का उपयोग करता है। परंतु उसे याद नहीं कि सही चौड़ाई 32 इंच थी अथवा 36 इंच. क्या तुम उसे कपड़ा खरीदने में सहायता कर सकते हो ताकि वह कपड़ा दोनों दशाओं में प्रयोग किया जा सके? उसे कितना कपड़ा खरीदना होगा?**

(a) 324 इंच (b) 288 इंच

(c) 248 इंच (d) 271 इंच

**हलः.**

कपड़े की अभीष्ट लंबाई = 32 इंच तथा 36 इंच का ल. स.

= (4 × 8 × 9) इंच = 288 इंच

**प्रश्न -21. दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्त्य क्रमशः 12 तथा 600 है। यदि एक संख्या 24 हो, तो दोनों संख्याओं का औसत क्या होगा?**

**हलः**

**निष्कर्ष 1.** एक संख्या × दूसरी संख्या = दोनों संख्याओं का म. स. × ल. स. होता है।

**निष्कर्ष 2.** अतः दूसरी संख्या = $\frac{12 \times 600}{24}$ = 300 होगी।

**निष्कर्ष 3.** अब दोनों संख्याओं का औसत ज्ञात करना है।

∴ औसत = $\frac{\text{दोनों संख्याओं का योग}}{2} = \frac{24+300}{2} = \frac{324}{2}$ = 162

**प्रश्न -22. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का म. स. ज्ञात कीजिए।**

**हलः**

भिन्न का म. स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

अंशों का म. स. अर्थात् 2, 3, 4 का म. स. ज्ञात करना है।

2 = 1 × 2

3 = 1 × 3

4 = 1 × 2 × 2

म. स. = 1 (क्योंकि मात्र यही common factor है)

हरों का ल. स. अर्थात् 5, 8, 9 का ल. स. ज्ञात करना है-

ल. स. = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 ×5 = 360

अतः दी गई भिन्न का म. स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}} = \frac{1}{360}$

**प्रश्न -23. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का ल. स. ज्ञात कीजिए।**

**हलः**

भिन्न का ल. स. = $\frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

अंशों का ल. स. अर्थात् 2, 3, 4 का ल. स. ज्ञात करना है।

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 2, | 3, | 4 |
| 2 | 1, | 3, | 2 |
| 3 | 1, | 3, | 1 |
| | 1, | 1, | 1 |

ल. स. = 2 × 2 × 3 = 12

हरों का म. स. अर्थात् 5, 8, 9 का म. स. ज्ञात करना है।

5 = 5 × 1

8 = 2 × 2 × 2 × 1

9 = 3 × 3 × 1

म. स. = 1 (क्योंकि ये ही कॉमन फैक्टर है।)

अतः दी गई भिन्न का ल. स. = $\frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

= $\frac{12}{1}$ = 12

**प्रश्न -24. 100 तथा 200 के बीच आने वाले उन पूर्णांकों, जो 9 तथा 6 दोनों से विभाजित हों, की कुल संख्या होगी-**

**हलः-** सामान्य समझ पर

9, 6 का ल.स. = 18

अतः इस संख्या से विभाज्य संख्या, जो 100 से 200 के बीच है

108, 126, 144, 162, 180 तथा 198 होंगी।

$\therefore$ कुल संख्या = 6

**प्रश्न -25. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर, डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः समान माप की बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की आवश्यकता होगी?**

**हलः** - परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

465)496 (1
465
31) 465 (15
465
31)403 (13
403
xxx

तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी जो कि 31 लीटर है।

पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल $403 \div 31 = 13$

डीजल के लिए आवश्यक बोतल $465 \div 31 = 15$

मोबिल के लिए आवश्यक बोतल $496 \div 31 = 16$

कुल बोतलों की संख्या = 44

**प्रश्न -26. $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$, $8^2 \times 12 \times 4^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा?**

**हलः** $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$ एवं $8^2 \times 12 \times 4^2$ या

$(2^3)^3 \times (2^2)^4 \times 2^2 \times 5^2$,

$(2^2)^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3, (2^3)^2 \times 2^2 \times 3(2^2)^2$

$= 2^9 \times 2^8 \times 2^2 \times 5^2, \quad 2^6 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3,$

$2^6 \times 2^2 \times 3 \times 2^4$

$= 2^{19}5^2, 2^{12}5^3, 2^{12}3$

तीनों में कॉमन 2 है तथा इसकी कॉमन घात 12 है।

अतः $2^{12} = 4096$ HCF होगा।

**प्रश्न -27. पदों $8a^2b^2c$ एवं $16ab^2d$ का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करे।**

**हल :** $8a^2b^2c$ के गुणनखंड $2^3a^2b^2c$

$16ab^2d$ के गुणनखंड $2^4 \times ab^2d$

LCM = दोनों में प्रत्येक गुणांक एवं व्यंजक की उच्चतम घातों का गुणा = $2^4 \times a^2 \times b^2 \times c \times d$

(LCM) = $16a^2b^2cd$

**प्रश्न -28. $4^{-6}$, $4^{-2}$, $4^{-9}$, $4^{-1}$ का लघुत्तम समापवर्त्य होगा।**

**हलः**- $4^{-6}$, $4^{-2}$, $4^{-9}$, $4^{-1}$ में सभी पदों के आधार (4) समान है। अतः 4 की सबसे बड़ी घात $4^{-1}$ ही लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) होगा।

**प्रश्न -29. $2^3$, $3^2$, 4 तथा 15 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।**

**हलः** $2^3$, $3^2$, 4, 15

अर्थात् 8, 9, 4, 15 का म. स. = 1

## Some Examples

**(1)** दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुतम समापवर्तक क्रमशः 8 तथा 48 है यदि इनमें से एक संख्या 24 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

Ans. माना दूसरी संख्या = $x$

$\because$ पहली संख्या $\times$ दूसरी संख्या = LCM $\times$ HCF

$8 \times 48 = 24 \times x$

$x = \frac{8 \times 48}{24} = 16$

$x = 16$

**(2)** 12 के दो गुणजों का लघुतम समापवर्त्य 1056 है यदि इनमें से एक संख्या 132 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

Ans. एक संख्या = 132 = $12 \times 11$

माना दूसरी संख्या = $12x$

$\therefore$ LCM = $132x$

$132x = 1056$

$x = \frac{1056}{132} = 8$

दूसरी संख्या = $12 \times 8$ = 96 Ans.

**(3)** दो संख्याएँ 3 : 4 के अनुपात में है तथा इनका LCM 84 है तो बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए ?

Ans. माना ये $3x$ तथा $4x$ है !

LCM = $12x$

$12x = 84 = 7$

संख्याएँ $3 \times 7 = 21$ , $4 \times 7 = 28$

बड़ी संख्या = 28

**(4)** वह छोटी से छोटी संख्या कौनसी है जिसे क्रमशः 12,15,16 से भाग देने पर 7,10,11 शेष बचे ?

तथा (A + D) का कुल भाग = (3x + 10x ) = 13x

= ( 13 × 516) = 6708 **Ans.**

**(5)** एक थैली में 1 रु. , 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के है 50 पैसे के सिक्कों की संख्या 25 पैसे के सिक्कों की संख्या से दुगुनी तथा 1 रु. के सिक्कों की संख्या से चौगुनी है इन सिक्कों का कुल मूल्य 56 रु. है 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी हैं ?

Ans 1 रु. 50 पैसे 25 पैसे

1 : 4 : 2

$= \frac{4}{350} \times 5600$ = 64 Ans

**(6)** दो बर्तन A तथा B में दूध तथा पानी के मिश्रण का अनुपात 5 : 3 तथा 2 : 3 के अनुपात में है इन मिश्रणों को किस अनुपात में मिलाया जाये कि नए मिश्रण में आधा दूध और आधा पानी हो ?

Ans. माना x : 1 में मिलाया गया

दूध की मात्रा = $(x \times \frac{5}{8}) + (1 \times \frac{2}{5})$

$= \frac{25x+16}{40}$

पानी की मात्रा = $(x \times \frac{3}{8}) + (1 \times \frac{3}{5}) = \frac{15x+24}{40}$

$\therefore \frac{25x+16}{40} = \frac{15x+24}{40} = x = \frac{4}{5}$

अभीष्ट अनुपात $= \frac{4}{5} : 1$ = 4 : 5

## अध्याय – 7

## प्रतिशतता

**प्रतिशत** (%) – प्रतिशत दो शब्दों से मिलकर बना है।

**प्रति+शत** = अर्थात् प्रत्येक सौ पर गणना ।

**जैसे –**

$10\% = \frac{10}{100}$, $30\% = \frac{30}{100}$ आदि।

$\frac{1}{2} = 50\%$ , $\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

$\frac{1}{4} = 25\%$ , $\frac{1}{5} = 20\%$

$\frac{1}{6} = 16\frac{2}{3}\%$ , $\frac{1}{7} = 14\frac{2}{7}\%$

$\frac{1}{8} = 12\frac{1}{2}\%$ , $\frac{1}{9} = 11\frac{1}{9}\%$

$\frac{1}{10} = 10\%$ , $\frac{1}{11} = 9\frac{1}{11}\%$

$\frac{1}{12} = 8\frac{1}{3}\%$ , $\frac{1}{13} = 7\frac{9}{13}\%$

$\frac{1}{14} = 7\frac{1}{7}\%$ , $\frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}\%$

$\frac{1}{16} = 6\frac{1}{4}\%$ , $\frac{1}{17} = 5\frac{15}{17}\%$

$\frac{1}{18} = 5\frac{5}{9}\%$ , $\frac{1}{19} = 5\frac{5}{19}\%$

$\frac{1}{20} = 5\%$ , $\frac{1}{40} = 2\frac{1}{2}\%$

$\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\%$ , $\frac{3}{4} = 75\%$

$\frac{2}{5} = 40\%$ , $\frac{3}{5} = 60\%$

$\frac{5}{6} = 83\frac{1}{3}\%$ , $\frac{4}{7} = 57\frac{1}{7}\%$

$\frac{3}{8} = 37\frac{1}{2}\%$ , $\frac{5}{9} = 55\frac{5}{9}\%$

100% = 1 , 200% = 2

300% = 3 , 400% = 4

1000% = 10, 1700% = 17

2000% = 20

**प्रतिशत का भिन्न में रूपांतरण –**

**128%** $= 100\% + 28\% = 1 + \frac{7}{25} = \frac{32}{25}$

हम जानते है की **4%** $= \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

तो 28**% का मान = 4%** $\times 7 = \frac{1}{25} \times 7 = \frac{7}{25}$

**$166\frac{2}{3}\%$** $= 100\% + 66\frac{2}{3}\%$

$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

**$816\frac{2}{3}\%$** $= 800\% + 16\frac{2}{3}\%$

$8 + \frac{1}{6} = \frac{49}{6}$

**$157\frac{1}{7}\%$** $= 100\% + 57\frac{1}{7}\%$

$1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$

**$14\frac{2}{7}\%$** $= \frac{1}{7}$

×4 ×4

$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$

**Note:** - ऐसे प्रतिशत मान को हल करने के लिए आपको प्रारंभ में दी गई प्रतिशत तथा भिन्नात्मक मान याद होने चाहिए ।

**प्रतिशत / भिन्न का दशमलव मान-**

$\frac{1}{3} = 0.33......\%$

$33\frac{1}{3}\% = 33.33.......\%$

$\frac{2}{3} = 0.66.....\%$

$66\frac{2}{3}\% = 66.66.......\%$

$\frac{1}{6} = 0.16......\%$

$16\frac{2}{3}\% = 16.66.......\%$

$\frac{1}{7} = 0.14......\%$

$\frac{2}{7} = 0.28.......\%$

$\frac{1}{11} = 0.09......\%$

$\frac{1}{12} = 0.08......\%$

**भिन्न का अर्थ –**

**25%** = 1/4 ,1/4 का अर्थ है 4 का 25%, 1 है।

**20%** $= \frac{1}{5}$ (1 = परिणाम, 5 = वास्तविक मान) 5 का 20% मान 1 है।

**$16\frac{2}{3}\%$** $= \frac{1}{6}$ (1 = परिणाम, 6 = वास्तविक मान)

**Type - 1 संख्याओं पर आधारित प्रश्न -**

**1. किसी संख्या में उसका $83\frac{1}{3}\%$ जोड़ने पर प्राप्त संख्या 4488 है तो मूल संख्या ज्ञात करें ।**

**A.** माना संख्या $x$ है।

$x + x \times 83\frac{1}{3}\% = 4488$

$83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$

$x + x \times \frac{5}{6} = 4488$

$x + \frac{5x}{6} = 4488$

$\frac{6x+5x}{6} = 4488$

$11x = 44488 \times 6$

$x = \frac{4488 \times 6}{11}$

$x = 2448$ **ans.**

**Short Method**

$83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$

(6 + 5)=11 (5 = Result, 6 Original No.)

मूल संख्या में उसका $83\frac{1}{3}\%$ जोड़ने पर अर्थात् 6 का $83\frac{1}{3}\%$, 5 जोड़ने पर

6 + 5 = 11

11 = 4488

1 = 408

6 = 408 × 6

= 2448 = मूल संख्या **ans.**

**2. किसी संख्या में उसका $16\frac{2}{3}\%$ जोड़ने पर प्राप्त संख्या 4256 है तो मूल संख्या ज्ञात करें**

**A.** $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$

= 6 + 1 = 7 (1 = Result, 6 = मूल संख्या)

7 = 4256

1 = 608

6 = 608 × 6

मूल संख्या = 3648 **ans.**

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

**3. किसी संख्या में उसका 60% जोड़ने पर संख्या 4856 हो जाती है तो मूल संख्या ज्ञात करो।**

**A.** $60\% = \frac{3}{5}$

(3 + 5)= 8 (3 = Result, 5 = Original No.)

8 = 4856

1 = 607

5 = 607×5

मूल संख्या = 3035 **ans.**

**4. किसी संख्या में उसका $11\frac{1}{9}\%$ जोड़ दिया जाए तो परिणाम 900 प्राप्त होता है, मूल संख्या ज्ञात कीजिए?**

**A.** $11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$

(1 + 9) (1 = Result, 9 = Original No.)

10 = 900

1 = 90

9 = 90 × 9

= 810 **ans.**

**5. किसी संख्या में 63 जोड़ने पर संख्या अपने का 128% बन जाती है तो संख्या ज्ञात करें ।**

**A.** $128\% = \frac{32}{25}$

$x + 63 = x \times 128\%$

$x + 63 = x \times \frac{32}{25}$

$25(x + 63) = 32x$

$25x + 1575 = 32x$

$1575 = 32x - 25x$

$7x = 1575$

$x = 225$ **ans.**

**Short Method**

$128\% = \frac{32}{25}$ (25 + 7 = 32) (25 = Original No., 32 = Result)

(32 - 25 = 7)

7 = 63

1 = 9

25 = 25 × 9

= 225 **ans.**

**Type-2 संख्याओं के प्रतिशतता पर आधारित प्रश्न –**

**1. 500 का 125 कितना प्रतिशत है?**

$\frac{125}{500} \times 100 = 25\%$

**2. 300 से 250 कितने प्रतिशत कम है?**

300 – 250 = 50

$\frac{50}{300} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$

**3. 300, 500 से कितने प्रतिशत कम है?**

500 - 300 = 200

$\frac{200}{500} \times 100 = 40\%$

**4. 700, 600 से कितने प्रतिशत अधिक है?**

700 - 600 = 100

$\frac{100}{600} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$

**5. 85, 510 का कितना प्रतिशत है?**

$\frac{85}{510} \times 100 = \frac{50}{3}\% = 16\frac{2}{3}\%$

**Note** – इस प्रकार के प्रश्न तुलनात्मक प्रश्न होते है जिस संख्या से तुलना की जाती है उसे हर में रखते है। तुलनात्मक शब्द जैसे से, का की, के आदि।

**Type - 3 कमी पर आधारित प्रश्न-**

**1. सीता की आय गीता की आय से 20% कम है। गीता की आय, सीता की आय से कितने % अधिक है?**

**A.** प्रतिशत वृद्धि/अधिकता = $\frac{100 \times \%\text{कमी}}{100 - \%\text{कमी}}$

$= \frac{100 \times 20}{100 - 20} = \frac{2000}{80} = 25\%$

**2nd Method**

$20\% = \frac{1}{5}$ (5 = Original Income)

Sita　　　　Gita

4 ⌣ 5

+1

$\frac{1}{4} \times 100 = 25\%$

**Note** – इस प्रकार के प्रश्नों में दी गई प्रतिशत वृद्धि/कमी को भिन्न में बदलें। भिन्न का हर वास्तविक आय/संख्या तथा अंश वृद्धि/कमी दर्शाएगा।

जैसे – 10% कमी = 1/10, 20% वृद्धि = 1/5

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

**2. यदि A की आय B की आय से 25% अधिक हो तो B कि आय A से कितने % कम है?**

A. $\%$ कमी $= \dfrac{100 \times \%\text{वृद्धि}}{100 + \%\text{वृद्धि}}$

$= \dfrac{100 \times 25}{125} = 20\%$

$2^{nd}$ Method

A  B  25%

5 ⌣ 4

+1

$\dfrac{1}{5} = 20\%$

**3. यदि अनीता का वेतन, पपीया से 25% कम है तो पपीया का वेतन अनीता से कितने प्रतिशत अधिक है?**

A. अनीता  पपीया

3 ⌣ 4

+1

$\dfrac{1}{3} \times 100 = 33\dfrac{1}{3}\%$

**4. चीनी का मूल्य $33\frac{1}{3}\%$ घट गया। ज्ञात कीजिए उपभोक्ता पहले जितने व्यय में कितने % अधिक चीनी प्राप्त करेगा?**

A. $33\dfrac{1}{3}\% = \dfrac{1}{3}$

प्रारम्भिक मूल्य = 3

अंतिम मूल्य = 2

अंतर = 1

$\dfrac{1}{2} \times 100 = 50\%$

**5. एक पुस्तक का अंकित मूल्य क्रय मूल्य से $16\frac{2}{3}\%$ कम है। बताइए उसे कितने % अधिक में बेचा जाए कि ना लाभ, ना हानि हो।**

A. $16\dfrac{2}{3}\% = \dfrac{1}{6}$

अंकित मूल्य  क्रय मूल्य

5 ⌣ 6

-1

$\dfrac{1}{5} \times 100 = 20\%$

## Type-4 वृद्धि / अधिकता पर आधारित प्रश्न –

**1. प्रिया की आय राधा की आय से 40% अधिक है तो राधा की आय प्रिया की आय से कितने % कम है?**

A. $\%\text{कमी} = \dfrac{100 \times \%\text{ वृद्धि}}{100 + \%\text{ वृद्धि}}$

$\%$ कमी $= \dfrac{100 \times 40}{100+40}$

$= \dfrac{100 \times 40}{140}$

$\%$ कमी $= 28\dfrac{4}{7}\%$

**$2^{nd}$ Method**

$40\% = \dfrac{2}{5} = (5 + 2)$

प्रिया  राधा

7 ⌣ 5

-2

$\dfrac{2}{7} \times 100 = 28\dfrac{4}{7}\%$

**2. चावल की कीमत 60% बढ़ गई है। चावल को पुनः मूल कीमत पर लाने के लिए नई कीमत को कितना कम करना चाहिए?**

A. $\%$ कमी $= \dfrac{100 \times \%\text{ वृद्धि}}{100 + \%\text{ वृद्धि}}$

$= \dfrac{100 \times 60}{160}$

$\%$ कमी $= 37\dfrac{1}{2}\%$

**$2^{nd}$ Method**

$60\% = +\dfrac{3}{5}$ (5 = प्रारम्भिक)

प्रारम्भिक कीमत  बढ़ी हुई कीमत

5 ⌣ 8

-3

$100 \times \dfrac{-3}{8} = 37\dfrac{1}{2}\%$

**3. किसी संख्या को 20% बढा दिया जाता है। मूल संख्या पर वापिस लाने के लिए बढ़ी हुई संख्या को कितना % कम करना चाहिए?**

A. $\%$ कमी $= \dfrac{100 \times \%\text{ वृद्धि}}{100 + \%\text{ वृद्धि}}$

$= \dfrac{100 \times 20}{120}$

$\%$ कमी $= 16\dfrac{2}{3}\%$

**2. कोई विद्यार्थी 25% अंक लाता है तथा 210 अंक से फेल हो जाता है। यदि वह 55% अंक लाता तो वह 240 अंकों से पास हो जाता है। उत्तीर्ण प्रतिशत ज्ञात करें।**

**A.** 25% = +210

55% = -240

30% 450

30% = 450

1% = 15

100% = 1500 (Maximum marks)

$\frac{210}{15}$ = 14% उत्तीर्ण%

25% + 14% = 39%

**Note** - 1% = 15 अंकों से बन रहा है।

**3. एक विद्यार्थी 36% अंक लाता है तथा 32 अंक से फेल हो जाता है। यदि वह 48% अंक लाता है तो वह 64 अंकों से पास हो जाता है। उत्तीर्ण प्रतिशत ज्ञात कीजिए।**

**A.** 36% +32 = $\frac{32}{8}$ = 4%

36% + 4% = 40% Passing%

48% -64 = $\frac{64}{8}$ = -8%

12% = 96

1% = 8

8 अंकों से मिलकर 1% बना है। 32 अंकों से मिलकर 4%

**Type – II मिश्रण पर आधारित प्रश्न**

**1. 15 लीटर घोल में 40% चीनी है। इसमें 3 लीटर पानी और मिला दिया जाए तो नए घोल में चीनी का प्रतिशत ज्ञात करो।**

**A.** $15 \times \frac{40}{100}$ = 6 लीटर

Total = 15 लीटर s

चीनी : पानी

6 : 9 = 15 }

6 : 12 = 18 } +3

$\frac{6}{18} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$

**2. नमक और पानी के घोल में 5% नमक है। अगर 20 लीटर पानी वाष्प हो जाता है तो 15% बन जाता है। प्रारंभिक घोल की मात्रा क्या होगी?**

**A.** नमक पानी

5% 95%

1 × 3 : 20 × 3

15% 85% 20 लीटर

3 : 17

नमक पानी

6 लीटर =

3 : 57 }

3 : 17 } -40 लीटर

40 → 20 लीटर

1 = $\frac{1}{2}$ लीटर

60 = $60 \times \frac{1}{2}$

प्रारंभिक मिश्रण = 30 लीटर

**Note** - नमक कभी भी वाष्पित नहीं होता है। नमक की प्रारंभिक तथा अंतिम मात्रा समान रहेगी।

**3. 12 लीटर एसिड तथा पानी के मिश्रण में 30% एसिड है। एसिड को 40% करने के लिए कितने लीटर पानी निकालना पड़ेगा?**

Acid Water

30% : 70%

$3_{x2}$ : $7_{x2}$ }

$2_{x3}$ : $3_{x3}$ } -5

40% 60%

Acid Water

6 14 = 20 }

6 9 = 15 } -5

20 Unit = 12 लीटर

1 = $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

5 = $\frac{3}{5} \times 5$ = 3 लीटर

**4. एक तरबूज में 90% पानी है। कुछ समय बाद उसमें केवल 12% शेष रहता है। और इसका वजन 50 किलो रह जाता है। प्रारंभिक वजन ज्ञात कीजिए?**

**A.** Pulp Water 12% = $\frac{3}{25}$

22 = 1 × 22 : 9 × 22 = 198

22 : 3

Erich Fruit = P W

= 22 + 198 = 220

= 2 × 220

= 440kg

Dry Fruit

= 22+3 = 25

25 = 50 Kg.

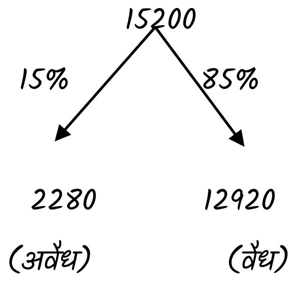
1 = 2 Kg.

**12. दो उम्मीदवार के बीच कॉलेज के एक चुनाव में , एक को कुल वैध वोट के 55% वोट मिले। 15% वोट वैध नहीं थे। अगर कुल वोट 15200 थे, तो दूसरे उम्मीदवार को प्राप्त वैध वोट कितने मिले थे?**

a. 7106 b. 6840

c. 8360 d. 5814

**व्याख्या-**




B को 12920 वोट का 45% मिलते हैं।

=45/100 × 12920 = 5814 वोट मिले

**13. 35 छात्रों और 6 अध्यापकों की एक कक्षा में प्रत्येक छात्र को छात्रों की कुल संख्या की 20% टॉफी और प्रत्येक अध्यापक को छात्रों की कुल संख्या की 40% टॉफी मिलती है। कुल कितनी टॉफी है।**

a. 245 b. 161

c. 406 d. 84

**व्याख्या-**

**लघु विधिः-**

35 × 35 का 20% + 6 × 35 का 40%

= 245 + 84 = 329

**14. एक संख्या का एक तिहाई 96 है। उस संख्या का 67% कितना होगा?**

a. 192.96 b. 181.44

c. 169.92 d. 204.48

**व्याख्या-**

$1/3 \times x = 96$

$\Rightarrow x = 288$

$\frac{67}{100} \times 288 = 192.96$

**15 . यदि एक भिन्न के अंश में 200% और हर में 350% की वृद्धि की जाए तो परिणामी भिन्न 5/12 आता है। मूल भिन्न क्या था?**

a. 5/9 b. 5/8

c. 7/12 d. 11/12

**व्याख्या-**

माना की मूल भिन्न $\frac{x}{y}$ है।

$\frac{X\times(100+200)\%}{Y\times(100+350)\%} = \frac{5}{12}$

$\frac{X\times300}{Y\times450} = \frac{5}{12}$ , तो $\frac{X}{Y} = \frac{5}{8}$

**16. श्री गिरिधर घरेलू चीजों पर अपनी मासिक आय का 50% खर्च करता है और शेष में से 50% परिवहन पर, 25% मनोरंजन पर, 10% खेलकूद पर खर्च करता है और शेष 900/- की राशि बचत करता है। श्री गिरिधर की मासिक आय क्या है?**

a. 6000/- b. 12000/-

c. 9000/- d. तय नहीं कर सकते

**व्याख्या-**

**अप्रत्यक्ष विधिः-**

इसीलिए, $900 \times \frac{100}{(100-50)} \times \frac{100}{100-(50+25+10)}$

$900 \times \frac{100}{50} \times \frac{100}{15} = 12000/-$

**17. 65 छात्रों और 4 शिक्षकों की एक कक्षा में , प्रत्येक छात्र को छात्रों की कुल संख्या का 20 प्रतिशत और प्रत्येक शिक्षक को छात्रों की कुल संख्या का 40 प्रतिशत स्वीट्स मिलता है। कुल कितनी स्वीट्स थी?**

a. 845 b. 879

c. 949 d. 104

**व्याख्या-**

प्रत्येक छात्र को = $\frac{20}{100} \times 65$ मिठाई मिलती है।

= 13 मिठाई

प्रत्येक शिक्षक को = $\frac{40}{100} \times 65$ मिठाई मिलती है।

= 26 मिठाई

∴ मिठाई की संख्या={65 × 13} + {4 × 26}
(65 × 13: छात्रों की संख्या; 4 × 26: शिक्षकों की संख्या)

= 949

**18. यदि A की आय का 10% =B की आय का 15% = C की आय का 20% है। यदि उनकी आय का कुल योग 7800/- हो, तो B की आय होगी**

a. 3600/- b. 3000/-

c. 2400/- d. 1800/-

**व्याख्या -**

कुल आय = 7800 होगी

A का 10% = B का 15% = C का 20%

यदि 5% = 1

तो, 2A = 3B = 4C

ल. स. = 12

A : B : C

$\frac{12}{2}$ : $\frac{12}{3}$ : $\frac{12}{4}$

A : B : C = 6 : 4 : 3 = कुल = 13

B की आय = $\frac{4}{13}$ × 7800 = 2400/-

**19. यदि (x-y) का 50% = (x+y) का 30% है, तो x का कितना प्रतिशत y है?**

a. 25% b. 33 $\frac{1}{3}$%

c. 40% d. 400%

**व्याख्या -**

(x - y) का 50% = (x + y) का 30%

5(x - y) = 3 (x + y)

5x -5y = 3x + 3y

$\frac{x}{y} = \frac{8}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{8} \times 100$ = x का 25%

**20. किसी व्यक्ति के वेतन में पहले 20% की वृद्धि की गई और फिर उसमें 20% की कमी की गई। उसके वेतन में परिवर्तन है ?**

a. 4% कमी b. 4% कमी

c. 8% कमी d. न कमी न वृद्धि

**व्याख्या -**

यदि बढ़त और कमी दोनों समान हो, तो

(प्रतिशत)²/100 = 20²/100 = 400/100 = 4% कमी

इस तरह के प्रश्न में हमेशा कमी होगी।

**21. एक शहर की जनसंख्या 20000 है। प्रथम वर्ष में इस जनसंख्या में 10% की वृद्धि होती है। द्वितीय वर्ष में 15% की वृद्धि हुई उसके बाद 300 व्यक्ति किसी अन्य शहर में चले गए तो वर्तमान में शहर की जनसंख्या कितनी है?**

a. 12.5% b. 15%

c. 10% d. 9.5%

**व्याख्या -**

वर्तमान में शहर की अभीष्ट जनसंख्या

= 20000 (1 + $\frac{10}{100}$) . (1 + $\frac{15}{100}$) -300

= 20000 $\frac{110}{100} \times \frac{115}{100}$ – 300

= 25300 – 300 = 25000

**22. यदि 24 कैरेट सोने को 100% शुद्ध सोना माना जाता हो तो 22 कैरेट सोने में शुद्ध सोने की प्रतिशतता कितनी होगी?**

a. 24000 b. 25000

c. 26000 d. 27000

**व्याख्या-**

24 कैरेट सोना = 100 प्रतिशत शब्द

∴ 1 कैरेट सोना = $\frac{100}{24}$

∴ 22 कैरेट सोना = $\frac{22 \times 100}{24}$

= $\frac{25 \times 22}{6}$ = 91 $\frac{2}{3}$% शुद्ध

**23. रेडियो के मूल्य में 30% कमी करने पर उसकी बिक्री में 20% की वृद्धि होती है। इस प्रकार दुकानदार द्वारा प्राप्त आय पर क्या प्रभाव पड़ता है?**

a. $91\frac{3}{4}$ b. $91\frac{2}{3}$

c. $91\frac{1}{3}$ d. $90\frac{2}{3}$

**व्याख्या-** प्रतिशत प्रभाव

= वृद्धि - कमी - (वृद्धि × कमी)/100

20 – 30 - $\frac{20 \times 30}{100}$

= -10 – 6 = -16% अर्थात् 16% की कमी

**24. दाल के भाव में 20% की वृद्धि हो जाने पर कोई ग्रहणी अपनी खपत में कितने प्रतिशत की कमी करें ताकि उसके खर्च में केवल 8% की वृद्धि हो।**

a. 10% की वृद्धि, b. 10% की कमी

c. 16% की वृद्धि, d. 16% की कमी

हल - खपत में % कमी,

$(\frac{100 \pm B}{100 \pm A}) \times 100$

= $(\frac{100 \pm 8}{100 \pm 20}) \times 100$

= $\frac{108}{120}$ × 100 = 90%

दूसरी विधि –

120 ⟶ - 12 = 108

% कमी = $\frac{12}{120}$ × 100 = 10%

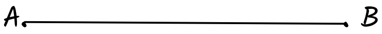


https://www.infusionnotes.com/

# अध्याय – 18

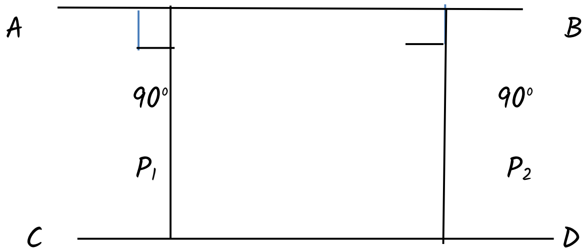
## ज्यामिति

- **सरल रेखा :-**



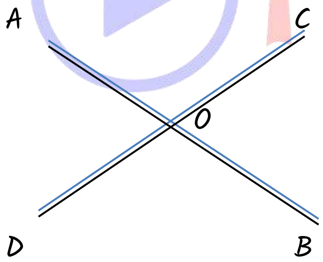

रेखा संकेत = AB

- **समान्तर रेखाएं :-**

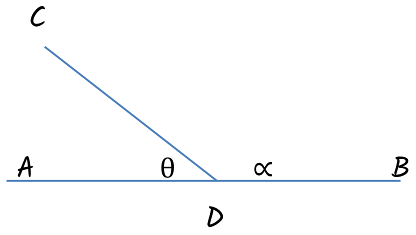



- यहाँ AB व CD एक दूसरे की समान्तर रेखाएँ हैं, इन्हें 0° रेखा या अप्रतिछेदी रेखा भी कहते हैं !
- संकेत = AB || CD
- समान्तर रेखाओं के बीच की लम्बवत दूरियाँ हमेशा बराबर होती है
  $P_1 = P_2$
- AB व CD की लम्बाईयाँ बराबर हो तो संकेत AB = CD

**असमानतर रेखाएं :-**

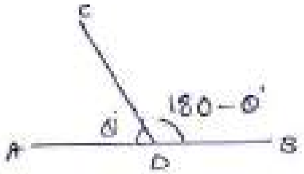


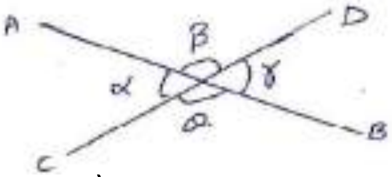

- AB तथा CD असमानतर रेखाएं हैं इन्हें प्रतिछेदी रेखा भी कहते हैं।
- यदि दो रेखाएँ प्रतिछेद करती हैं तो उनके शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं ! यहाँ ∠AOD = ∠COB व ∠AOC = ∠DOB होंगे !
- यदि θ + ∝ = 180° हो तो कोण θ व ∝ सम्पूरक कोण (Supplementary Angle) होंगें।




- यदि θ + ∝ = 90° हो तो θ व ∝ पूरक / Complementry कोण होंगे !

**रैखिक कोण युग्म :-**




रैखिक कोण युग्म :-

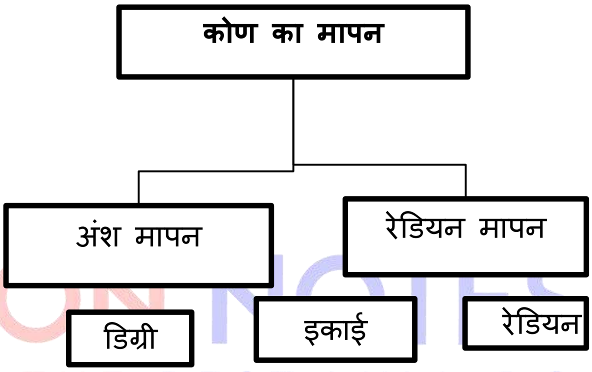
∝ व β

β व ४

४ व θ

θ व ∝

व ∝ = ४ , β = θ (शीर्षाभिमुख कोण)




π रेडियन = 180° डिग्री

1 रेडियन = $\frac{180°}{\pi}$ or 1° = $\frac{\pi}{180}$ रेडियन

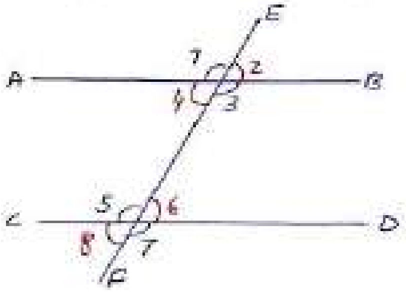
x रेडियन = $\frac{180°}{\pi}$ × x डिग्री

or x° = $\frac{\pi}{180}$ × x रेडियन

**कोणों के प्रकार :-**

1. जब 0° < θ° < 90° हो – न्यून कोण
2. जब θ = 90° हो - समकोण
3. जब 90° < θ < 180° हो- अधिक कोण
4. जब θ° = 180° हो- ऋजु / सरल कोण
5. जब 180° < θ° < 360° हो - वृहत कोण

- **जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटे तो**






https://www.infusionnotes.com/

(1) शीर्षाभिमुख कोण बराबर होंगे !
जैसे :-

| | |
|---|---|
| ∠1 = ∠3 | ∠2 = ∠4 |
| ∠5 = ∠7 | ∠6 = ∠8 |

(2) संगत कोण बराबर / समान होंगे-

| | |
|---|---|
| ∠2 = ∠6 | ∠1 = ∠5 |
| ∠3 = ∠7 | ∠4 = ∠8 |

(3) एकांतर कोण बराबर होंगे –

| | |
|---|---|
| ∠3 = ∠5 | ∠1 = ∠7 |

(आंतरिक एकांतर कोण) (बाह्य एकांतर कोण)

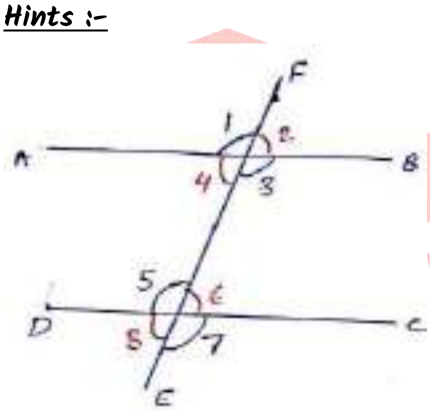
| | |
|---|---|
| ∠4 = ∠6 | ∠2 = ∠8 |

(4) एक ही तरफ के अंत : कोणों व बाहय कोण / बहिष्कोण का योग 180° होगा –

∠3 + ∠6 = ∠4 + ∠5 = 180° (अंत :कोण)

∠1 + ∠8 = ∠2 + ∠7 = 180° (बहिष्कोण)

**Hints :-**




- यदि तिर्यक रेखा व रेखा के बीच एक कोण 90° का हो तो सारे angles 90° के होंगे !
- यदि एक भी कोण 90° का न हो तो

Less than 90° सारे बराबर

Greater than 90° सारे बराबर

ex. :- ∠2 = ∠4 = ∠6 = ∠8

and ∠1 = ∠3 = ∠5 = ∠7

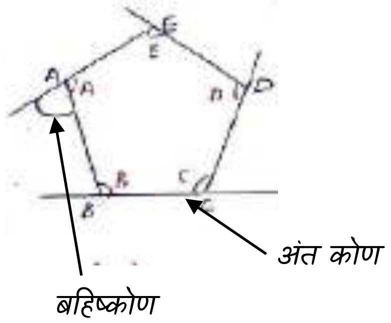
**बहुभुज**

उत्तल बहुभुज (Convex) → θ < 180° → त्रिभुज

अवतल बहुभुज (Concave) → θ > 180° → चतुर्भुज

angle (ex)

# सबसे कम भुजा वाला बहुभुज – त्रिभुज




# बहुभुज के किसी एक ही बिंदु पर अंत :

कोण + बहिष्कोण = 180°

# सभी बहिष्कोणों का योग = 360°

| बहुभुज | भुजा | कोण |
|---|---|---|
| समबहुभुज | सही | सही |
| विषम बहुभुज | गलत | गलत |

# **समबहुभुज :-**

बहिष्कोण = $\frac{360°}{n}$ अंत : कोण = 180° - $\frac{360°}{n}$ (यहाँ n = no. of lines )

| भुजाओं की संख्या n | बहिष्कोण | अंत : कोण |
|---|---|---|
| 3 | 120° | 60° |
| 4 | 90° | 90° |
| 5 | 72° | 108° |
| 6 | 60° | 120° |
| 7 | $51\frac{3}{7}°$ | $128\frac{4}{7}°$ |
| 8 | 45° | 135° |
| 9 | 40° | 140° |
| 10 | 36° | 144 |
| भुजाओं की संख्या बढ़ने पर | बहिष्कोण का मान कम / घट रहा है ! | अंत : कोण का मान ज्यादा / बढ़ रहा है ! |

- जब बहिष्कोण > अंत : कोण हो तो वह समबहुभुज – समबाहू त्रिभुज होगा !
- जब बहिष्कोण = अंत : कोण हो तो वह – वर्ग होगा !
- समबाहू त्रिभुज व समषट्भुज के अंत : कोण बहिष्कोण होते हैं !
- प्रत्येक अंत : कोण = 180° - $\frac{360°}{n}$
- (सम बहुभुज) = 180° $\left(\frac{n-2}{n}\right)$

= $\left(\frac{2n-4}{n}\right) \times 90°$

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

- अंत : कोणों का योग = $(2n - 4) \times 90°$ (सम / विषम बहुभुज)
- विकर्ण की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$

**Ex** :-त्रिभुज के विकर्ण की संख्या = $\frac{3(3-3)}{2}$ =0 विकर्ण

चतुर्भुज के विकर्ण की संख्या = $\frac{4(4-3)}{2}$ = 2 विकर्ण

## Exercise

**Q.1** उस कोण की माप क्या हैं जो अपने पूरक कोण का चार गुना हैं?

A. 72° B. 36°

C. 108° D. 90°

हल: माना कि कोण की माप = $x°$

तो इसका पूरक कोण = $(90° - x°)$

$x° = 4(90° - x°)$

$x° = 360° - 4x°$

$x° + 4x° = 360°$

$5x° = 360°$

$x° = 360°/5$

$x° = 72°$

**Ans. 72°**

**Q.2** उस कोण की माप क्या हैं जो अपने पूरक कोण की माप से 20° अधिक हैं।

A. 50° B. 55°

C. 60° D. 75°

हल: माना कि कोण की माप = $x°$

तो इसका पूरक कोण = $(90° - x°)$

$x° = (90° - x°) + 20°$

$x° = 90° - x° + 20$

$x° = 110° - x°$

$x° + x° = 110°$

$2x° = 110°$

$x° = 110°/2$

$x° = 55°$

**Ans. 55°**

**Q.3** उस कोण की माप क्या हैं जिसका सम्पूरक कोण, उसके पूरक कोण का छः गुणा हैं?

A. 57° B. 60°

C. 65° D. 72°

हल: माना कि कोण की माप = $x°$

तो इसका सम्पूरक कोण = $(180° - x°)$

तथा पूरक कोण = $(90° - x°)$

$(180° - x°) = 6(90° - x°)$

$180° - x° = 540 - 6x°$

$x° + 6x° = 540° - 180°$

$5x° = 360$

$x° = 360/5$

$x° = 72°$

**Ans. 72°**

**Q.4** उस कोण की माप क्या हैं जिसका पूरक कोण और सम्पूरक कोण का योग 120° हैं?

A. 75° B. 80°

C. 85° D. 90°

हल: माना कि कोण की माप = $x°$

तो इसका पूरक कोण = $(90° - x°)$

तो इसका सम्पूरक कोण = $(180° - x°)$

$(90° - x°) + (180° - x°) = 120$

$90° + 180° - x° - x° = 120°$

$270° - 2x° = 120°$

$270° - 120° = 2x°$

$150° = 2x°$

$x° = 150/2$

$x° = 75°$

**Ans. 75°**

**Q.5** किसी बहुभुज के अन्तः कोणों का जोड़ 8 समकोण हैं, तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या क्या हैं?

A. 5 B. 6

C. 7 D. 8

हल: माना, भुजाओं की संख्या = n

$2(n - 2) = 8$

$2n - 4 = 8$

$2n = 8 + 4$

$2n = 12$

$n = 6$

**Ans. 6**

**Q.6** एक त्रिभुज का एक कोण 82° हैं अन्य दो कोण 2 : 5 के अनुपात में हैं त्रिभुज का सबसे छोटा कोण हैं?

A. 14° B. 25°

C. 28° D. 32°

हल: प्रश्नानुसार.

त्रिभुज का एक कोण = 82°

अन्य दो कोणों का योग = 180° − 82°

= 98°

सबसे छोटा कोण = $(98° \times 2)/(2 + 5)$

= $98° \times 2/7$

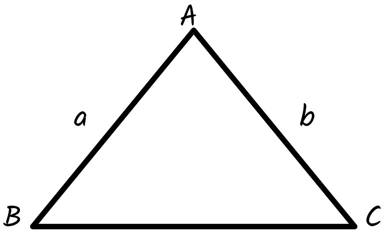
= $14 \times 2$

= 28°

**Ans. 28°**

## Triangle (त्रिभुज) :-

तीन भुजाओं से घिरी बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।




**Coditions :-**

- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है !
- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है !

$a - b < c$ or $b - c < a$ or $c - a < b$

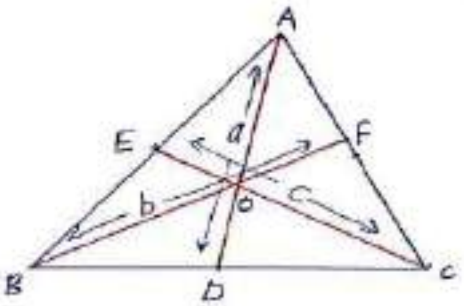
# परिमाप $P = a + b + c$,

अर्द्धपरिमाप $S = \frac{a+b+c}{2}$

**(हीरेन सूत्र)**

क्षेत्रफल $A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

**माध्यिका :**




किसी त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा के मध्य बिंदु को मिलाने वाली सीधी रेखा Δ की माध्यिका कहलाती है !

यहाँ a,b,c, ΔABC की 3 माध्यिकाये है !

अत: BD = DC, AF = FC, व AE = EB

$S = \frac{a+b+c}{2}$ (a, b, c → Δ की माध्यिकाये हैं)

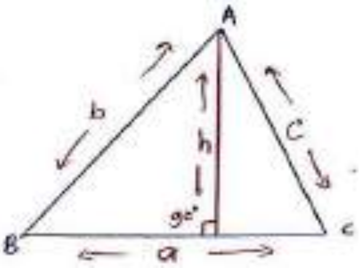
**क्षेत्रफल** $= \frac{4}{3}\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

# (a, b, c) माध्यिका वाले Δ का क्षेत्र. $= \frac{4}{3} \times$ (a, b, c) भुजा वाले Δ का क्षेत्रफल

# जब Δ की एक भुजा (आधार) व उसकी ऊँचाई (h) दी गई हो तो

Δ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार × ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times a \times h$




# त्रिभुज के प्रकार : -

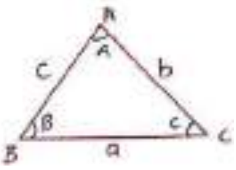
- **कोण के आधार पर:-**

| न्यूनकोण Δ | समकोण Δ | अधिक कोणΔ |
|---|---|---|
| तीनो कोण न्यूनकोण (<90°) | एक कोण समकोण (90°) | एक कोण अधिक कोण(>90°) |
| $c^2<(a^2+b^2)$ | $c^2 = a^2 + b^2$ | $c^2 > a^2 + b^2$ |

(c – सबसे बड़ी भुजा)

- **भुजाओं के आधार पर**

| विषमबाहु त्रिभुज | समद्विबाहु Δ | समबाहु Δ |
|---|---|---|
| तीनों कोण तथा तीनों भुजा असमान | दो भुजा और दो कोण बराबर | तीनों भुजाएँ तीनों कोण बराबर प्रत्येक θ =60° |




⇒ यदि $c < b < a$ हो तो $\angle c < \angle B < \angle A$

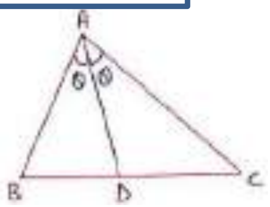
⇒ बड़ी भुजा के सामने → बड़ा कोण

छोटी भुजा के सामने → छोटा कोण

- **कोण का समद्विभाजन :-**

यदि रेखा AD, कोण A को समद्विभाजित करती है तो

BD : DC = AB : AC

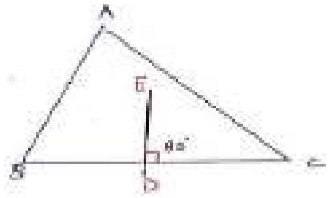



**भुजा का लम्ब अर्द्क / समद्विभाजक :-**

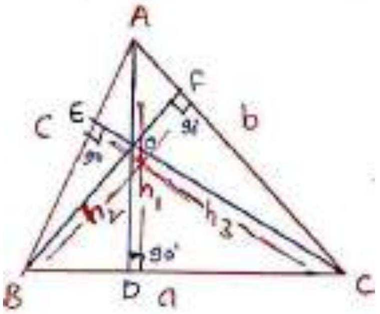
- यदि ED रेखा, भुजा BC की लम्ब अर्द्क है तो BD = DC व ED ⊥ BC होगी

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

- जब AB = AC हो तो ED , शीर्ष A से गुजरेगी अन्यथा नहीं !




- **शीर्षलम्ब / ऊँचाई :-**



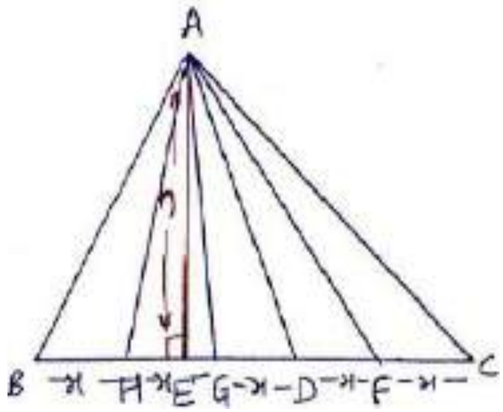

- त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा पर डाला गया लम्ब शीर्षलम्ब (ऊँचाई) कहलाता है !
- $AD \perp BC,\ BF \perp AC$ व $CE \perp AB$
- $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}bh_2 = \frac{1}{2}ch_3$

  $ah_1 = bh_2 = ch_3$

  or

  $a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$
- बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब = छोटा
- छोटी भुजा पर शीर्षलम्ब = बड़ा
- समान भुजाओं के शीर्षलम्ब = समान

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO




एक ही शीर्ष तथा एक ही आधार रेखा पर बने सभी त्रिभुजों की ऊँचाईयां(h) बराबर होती हैं तथा इनका क्षेत्रफल आधार की लम्बाईयों के समानुपाती होगा !

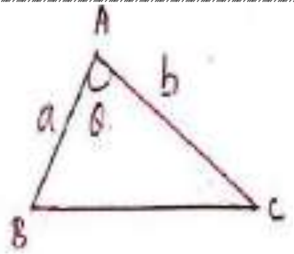
$\Delta ABC$ का क्षे. : $\Delta AHD$ का क्षे. : $\Delta ABF$ का क्षे.

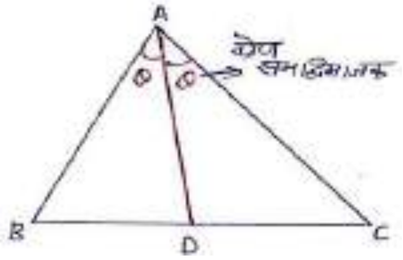
BC : HD : BF

5 : 2 : 4

- जब $\Delta$ की दो भुजाओं की लम्बाई व उनके मध्य के कोण का मान दिया हो तो

$\Delta$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}.a.b.\sin\theta$




$\frac{1}{2} \times AB \times AD.\sin\theta$

$\frac{1}{2} \times AC \times AD.\sin\theta$

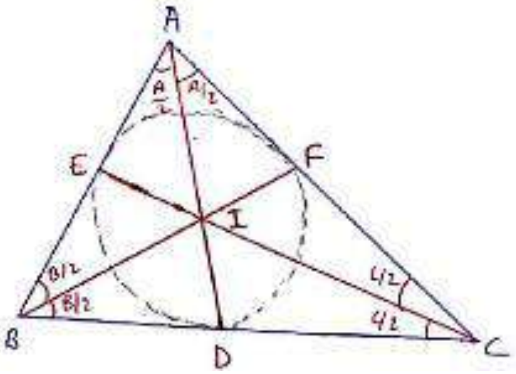
$= \frac{BD}{DC}$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$$

त्रिभुज के केंद्र :-
1. अन्त: केन्द्र
2. परिकेन्द्र
3. लम्ब केंद्र
4. केन्द्रक

**1. अन्त : केन्द्र (In Center) :-**

- $\Delta$ के तीनों कोणों के आंतरिक समद्विभाजकों का प्रतिछेदी बिंदु अन्त : केन्द्र (I) कहलाता है!
- तीनों भुजाओं से समदुरस्थ बिन्दु अर्थात् अन्त : केन्द्र से तीनों भुजाओं पर डाले गए लम्ब की लम्बाई समान होती है !
- तीनों भुजाओं से समदुरस्थ बिन्दु अर्थात् अन्त : केन्द्र से तीनों भुजाओं पर डाले गये लम्ब की लम्बाई समान होती है !
- यह अन्त : वृत्त का केन्द्र होता है !



Dear Aspirants, here are the our results in differents exams (Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - https://shorturl.at/qBJ18 (74 प्रश्न, 150 में से)

RAS Pre 2023 - https://shorturl.at/tGHRT (96 प्रश्न, 150 में से)

UP Police Constable 2024 - http://surl.li/rbfyn (98 प्रश्न, 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - https://youtu.be/gPqDNlc6UR0

Rajasthan CET 12th Level - https://youtu.be/oCa-CoTFu4A

RPSC EO / RO - https://youtu.be/b9PKjl4nSxE

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk8S6W18&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD – 2021 - https://youtu.be/2gzzfJyt6vI

| EXAM (परीक्षा) | DATE | हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या |
|---|---|---|
| MPPSC Prelims 2023 | 17 दिसम्बर | 63 प्रश्न (100 में से) |
| RAS PRE. 2021 | 27 अक्तूबर | 74 प्रश्न आये |
| RAS Mains 2021 | October 2021 | 52% प्रश्न आये |

whatsapp https://wa.link/9h4q2x 1 web.- https://shorturl.at/qClJ5

| | | |
|---|---|---|
| RAS Pre. 2023 | 01 अक्टूबर 2023 | 96 प्रश्न (150 मेंसे) |
| SSC GD 2021 | 16 नवम्बर | 68 (100 में से) |
| SSC GD 2021 | 08 दिसम्बर | 67 (100 में से) |
| RPSC EO/RO | 14 मई (1st Shift) | 95 (120 में से) |
| राजस्थान S.I. 2021 | 14 सितम्बर | 119 (200 में से) |
| राजस्थान S.I. 2021 | 15 सितम्बर | 126 (200 में से) |
| RAJASTHAN PATWARI 2021 | 23 अक्तूबर (1st शिफ्ट) | 79 (150 में से) |
| RAJASTHAN PATWARI 2021 | 23 अक्तूबर ($2^{nd}$ शिफ्ट) | 103 (150 में से) |
| RAJASTHAN PATWARI 2021 | 24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट) | 91 (150 में से) |
| RAJASTHAN VDO 2021 | 27 दिसंबर ($1^{st}$ शिफ्ट) | 59 (100 में से) |
| RAJASTHAN VDO 2021 | 27 दिसंबर ($2^{nd}$ शिफ्ट) | 61 (100 में से) |
| RAJASTHAN VDO 2021 | 28 दिसंबर (2nd शिफ्ट) | 57 (100 में से) |
| U.P. SI 2021 | 14 नवम्बर 2021 $1^{st}$ शिफ्ट | 91 (160 में से) |
| U.P. SI 2021 | 21नवम्बर2021 ($1^{st}$ शिफ्ट) | 89 (160 में से) |
| Raj. CET Graduation level | 07 January 2023 ($1^{st}$ शिफ्ट) | 96 (150 में से ) |
| Raj. CET $12^{th}$ level | 04 February 2023 ($1^{st}$ शिफ्ट) | 98 (150 में से ) |
| UP Police Constable | 17 February 2024 ($1^{st}$ शिफ्ट) | 98 (150 में से ) |

**& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.**

whatsapp https://wa.link/9h4q2x 2 web.- https://shorturl.at/qClJS

FREE SAMPLE
INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO