INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC - CHSL

Tier – 1 & 2

STAFF SELECTION COMMISSION



भाग – 4

गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)

प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**SSC CHSL (COMBINED HIGHER SECONDARY LEVEL)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **कर्मचारी चयन आयोग (SSC)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**SSC CHSL (COMBINED HIGHER SECONDARY LEVEL)**" भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें /*

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

WhatsApp करें - **https://wa.link/m048u8**

Online order करें - **https://cutt.ly/g0O6SHh**

मूल्य :	**संस्करण : नवीनतम**

क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
1.	संख्या प्रणाली	1.

	• प्रस्तावना
	• इकाई अंक
	• विभाज्यता की जाँच
	• भिन्न एवं दशमलव
	• संख्या संबंध
	  ○ लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक
	  ○ सरलीकरण
	  ○ अनुक्रम और श्रृंखला	

2.	बीजगणित	42
	• बीजगणित के सूत्र • घात और आधार • रैखिक समीकरण • द्विघात समीकरण	
3.	गणितीय संक्रियाएँ	70
	• अनुपात-समानुपात • प्रतिशतता • लाभ और हानि • औसत • साझा • मिश्रण • साधारण ब्याज & चक्रवृद्धि ब्याज • चाल, समय और दूरी • कार्य और समय	
4.	क्षेत्रमिति	152
	• क्षेत्रमिति - द्विविमीय(2D)	

	○ त्रिभुज ○ वृत्त ○ चतुर्भुज • क्षेत्रमिति–त्रिविमीय (3D) ○ घन ○ घनाभ ○ बेलन ○ शंकु ○ छिन्नक ○ गोला ○ अर्धगोला ○ पिरामिड	
5.	ज्यामिति	176
	• रेखाएँ एवं कोण • प्रारंभिक ज्यामितीय आकृतियाँ • वृत्त और उसकी जीवाएँ • स्पर्श रेखा • त्रिभुज और इसके विभिन्न प्रकार के केंद्र • त्रिभुजों की सर्वांगसमता और समानता • कार्तीय निर्देश तंत्र	
6.	त्रिकोणमिति	189
	• त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ • त्रिकोणमितीय अनुपात • ऊँचाई और दूरी	
7.	डाटा इन्टरप्रिटेशन , सांख्यिकी और प्रायिकता	202
	• सारणी • रेखा चित्र • पाई चार्ट	

	• बार ग्राफ • आयत चित्र • वृत्त चार्ट • केन्द्रीय प्रवृति की मापें • माध्य, माध्यिका और बहुलक • प्रायिकता	

❖ भिन्न एवं दशमलव

पूर्णांक को भिन्न में बदलना :- किसी पूर्णांक संख्या को मनचाहे हर वाली भिन्न में बदला जा सकता है।

जैसे यदि हम 23 को ऐसी भिन्न में बदलना चाहते हैं, जिसका हर 12 हो तो 23 को $\frac{23}{1}$ लिखकर अंश एवं हर में 12 से गुणा करेंगे।

$$23 = \frac{23 \times 12}{12} = \frac{276}{12}$$

दशमलव भिन्नें – ऐसी भिन्नात्मक संख्याएँ जिनके हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्नें कहलाती हैं।

जैसे - $\frac{17}{10} = 1.7$, $\frac{23}{100} = 0.23$, $\frac{7}{1000} = 0.007$

भिन्न = अंश/हर, जहाँ अंश तथा हर प्राकृत संख्या है।

भिन्न के प्रकार :-

उचित (सम) भिन्न (Proper Fraction) : अंश < हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से कम हो उसे सम या उचित भिन्न कहते हैं, इसका मान हमेशा 1 से कम होता है।

जैसे - $\frac{3}{7}, \frac{23}{27}, \frac{17}{51}$

अनुचित (विषम) भिन्न (Improper Fraction) : अंश > हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा या बराबर हो, उसे विषम या अनुचित भिन्न कहते हैं।

जैसे - $\frac{23}{15}, \frac{18}{9}, \frac{29}{29}$

मिश्र भिन्न (Mixed Fraction) : जिसमें पूर्णांक व भिन्न दोनों भाग हो।

भिन्न जो एक पूर्णांक और एक उचित भिन्न से मिलकर बनी हो मिश्र भिन्न कहलाती है।

जैसे - $2\frac{3}{5}$, $21\frac{5}{23}$, $109\frac{3}{7}$

यौगिक भिन्न (Compound fraction):- किसी भिन्न का भिन्न, यौगिक भिन्न कहलाती है।

जैसे - $\left(\frac{3}{8} \text{ का } \frac{1}{4}\right)$

लंगड़ा भिन्न – लंगड़े भिन्न को हल करने के लिए सबसे नीचे वाले भाग से प्रारंभ करके ऊपर की तरफ हल करते हुए आना होता है।

जैसे – $2 + \frac{1}{2-\frac{1}{3+\frac{1}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{1}{\frac{12+1}{4}}}$

$\Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{1}{\frac{13}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{4}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{26-4}{13}}$

$\Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{22}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{13}{22} \Rightarrow \frac{44+13}{22} \Rightarrow \frac{57}{22} = 2\frac{13}{22}$

अनुचित भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना –

$\frac{\text{अंश}}{\text{हर}} \Rightarrow \text{भागफल } \frac{\text{शेषफल}}{\text{हर}} = \frac{(\text{भागफल} \times \text{हर}) + \text{शेषफल}}{\text{हर}} = \frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$

भिन्नों को जोड़ना / घटाना –

समान हर की स्थिति में भिन्नों का जोड़/बाकी= $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

असमान हर की स्थिति में LCM लेकर हल करते हैं।
मिश्र भिन्न की स्थिति में पूर्णांकों तथा भिन्नों का आपस में जोड़/बाकी द्वारा सरल कर सकते हैं।

भिन्नों का गुणनफल –

- दी गई भिन्नों में अंश को अंश से तथा हर को हर से गुना करते हैं। पूर्णांक दिए होने पर उसे भिन्न में बदलकर गुणा करते हैं।

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$

भिन्नों का भाग –

दो भिन्नों के भागफल में भाग का चिन्ह गुणा में बदल देते हैं तथा आगे वाली भिन्न को उलट कर भिन्नों का गुणनफल करते हैं।

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

भिन्नों का LCM = अंशों का ल.स./हरों का म.स.
भिन्नों का HCF = अंशों का म.स./हरों का ल.स.

दशमलव भिन्न –

- ऐसी भिन्नें जिनके हर 10, 100, 1000 ... हो।
- यदि किसी भिन्न के हर में 10, 100, 1000 ... आदि हो तो उसके हर में जितने शून्य हों, अंश में दाईं ओर से उतने ही अंक गिनकर, दशमलव लगा देते हैं और हर हटा देते हैं।

साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना – साधारण भिन्न से दशमलव भिन्न बनाने के लिए भिन्न के अंश में हर का भाग तब तक देते हैं जब तक भाग पूरा-पूरा न चला जाए। अर्थात् शेषफल शून्य बचे।

उदाहरण :- $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{14}{25} = 0.56$

दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना- दी गई दशमलव भिन्न को अंश में लिखें तथा हर में दशमलव बिंदु के नीचे 1 के साथ उतनी ही शून्य लगाये जितने दशमलव बिंदु के बाद अंक है। अब दशमलव बिंदु को हटाकर प्राप्त संख्या को सरलतम रूप में लिखें।

उदाहरण :- $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$6.16 = \frac{616}{100} = \frac{154}{25}$

नोटः दशमलव भिन्न के दायीं ओर अंत में चाहे जितने शून्य डाल दें, उसके मान में कोई फर्क नहीं आता।

जैसे :- $0.9 = 0.90 = 0.9000$

यदि किसी भिन्न के अंश एवं हर दोनों में दशमलव स्थानों की संख्या समान हो तो दशमलव बिन्दु को हटाया जा सकता है।

जैसे- $\frac{0.465}{4.752} = \frac{0465}{4752} = \frac{465}{4752}$

$\frac{5.36985}{47.25852} = \frac{536985}{4725852}$

नोटः- किसी पूर्णांक संख्या को भी दशमलव के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। इसके लिए पूर्णांक के बाद एक दशमलव बिंदु डालकर मनचाही शून्य लगा सकते हैं। जैसे $56 = 56.0 = 56.0000$

यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर में दशमलव स्थानों की संख्या समान न हो तो उस संख्या के दाईं ओर शून्य लगाकर दशमलव के बाद वाले अंकों को समान बनाकर दशमलव हटा देते हैं।

उदाहरण - $\frac{2.4}{5.64} = \frac{2.40}{5.64} = \frac{240}{564} = \frac{60}{141} = \frac{20}{47}$

$\frac{5.743}{6.1} = \frac{5.743}{6.100} = \frac{5743}{6100}$

भिन्नों की तुलना – भिन्नों की तुलना करने के लिए भाग विधि या लघुत्तम विधि या गुणनविधि का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण - $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}$ में से बड़ी कौनसी है ?

भाग विधि- इस विधि के अनुसार प्रत्येक भिन्न के अंश को उसके हर से भाग देते हैं, जिसका भागफल बड़ा होता है वही भिन्न बड़ी और जिसका भागफल छोटा होता है वह भिन्न छोटी होती है।

$\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{5}{7} = 0.71$

स्पष्टतया $0.71 > 0.4$

$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

लघुत्तम विधि - $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}$

$\frac{14, 25}{35}$ $\quad \therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

गुणन विधि – वज्रगुणन विधि :- भिन्नों $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ में यदि $ad > bc$ हो तो भिन्न $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ और यदि $ad < bc$ हो तो भिन्न $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ होगी।

$\frac{2}{5}, \frac{5}{7}$

2×7 , 5×5

14 , 25

$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

प्रतिशत को भिन्न में बदलना :- किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए प्रतिशत का चिन्ह (%) हटाकर प्राप्त संख्या को 100 से भाग देते हैं।

$40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

भिन्न को प्रतिशत में बदलना :- किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए 100 से गुणा करके प्रतिशत का चिन्ह (%) लगाते हैं।

जैसे $\frac{4}{25}$ को प्रतिशत में बदलने पर

$\frac{4 \times 100}{25}\% = 16\%$

<u>भिन्नों को आरोही व अवरोही क्रम में जमाना-</u>

अगर हर समान हो :-

बड़ा अंश → बड़ी संख्या

छोटा अंश → छोटी संख्या

आरोही क्रम :- $\frac{7}{13} < \frac{9}{13} < \frac{10}{13} < \frac{11}{13}$

अंश समान हो :-

छोटा हर → बड़ी संख्या

बड़ा हर → छोटी संख्या

Ex-1

अवरोही क्रम :- $\frac{7}{13} > \frac{7}{15} > \frac{7}{19} > \frac{7}{23}$

Ex-2

$\frac{7}{8}, \frac{13}{16}, \frac{19}{24}, \frac{27}{32}$

$= \frac{12}{12} \times \frac{7}{8}, \frac{13}{16} \times \frac{6}{6}, \frac{19}{24} \times \frac{4}{4}, \frac{27}{32} \times \frac{3}{3}$

$= \frac{84}{96}, \frac{76}{96}, \frac{76}{96}, \frac{81}{96}$

अंश व हर का अन्तर समान है तथा उचित भिन्न → संख्यात्मक रूप से

बड़ी → बड़ी

छोटी → छोटी

अनुचित भिन्न → बड़ी → छोटी

छोटी → बड़ी

[∵ उचित भिन्न <1

अनुचित भिन्न > 1]

17. $(0.2)^{25}$ में दशमलव के तुरंत बाद कितने लगातार 0 का प्रयोग होगा ?

$(\frac{2}{10})^{25}$ $\log 2^{25}$

$^{25}\log^{2}$

0. -------25×0.301

= 7.525

$(0.2)^3 = (\frac{2}{10})^3 = \frac{8}{1000} = 0.008$

$(0.2)^4 = (\frac{2}{10})^4 = \frac{16}{10000} = 0.0016$

$(0.2)^5 = (\frac{2}{10})^5 = \frac{82}{100000} = 0.00032$

= 25 - 8 = 17

दशमलव के 17 अंक तक 0 आयेगे।

18. $(0.3)^{100}$ में दशमलव के तुरंत बाद कितने लगातार 0 का प्रयोग होगा ?

$(0.3)^{100} = (\frac{3}{10})^{100}$ $\log 3^{100}$

100-48 = 52 $100\log 3$

दशमलव के बाद 100×0.477

अगले 52 अंक तक 0 का | 47.7

इस्तेमाल किया जायेगा ! +1 | 48 -no of digit

19. $(0.02)^{100}$ में दशमलव के तुरंत बाद कितने लगातार 0 का प्रयोग होगा ?

$(\frac{2}{100})^{100}$ $\log 2^{100}$

$(\frac{2}{10^2})^{100}$ = 200-31 100 log 2

2 x 100 =200 =169 100X0.301

दशमलव के बाद अगले 169 | 30.1

अंक तक 0 का इस्तेमाल किया जायेगा! +1 | 31 digit

20. किसी निश्चित संख्या के अंको की संख्या ज्ञात करे यदि उसका वर्ग करने पर प्राप्त संख्या में 31 अंक हो !

N^2 = 31 अंक $\frac{31+1}{2}$ = 16 अंक

21. $0.4\overline{7}+0.5\overline{03} - 0.3\overline{9} \times 0.\overline{8}$ = ?

$0.4\overline{7}+ 0.5\overline{03} - 0.3\overline{5}$ $\frac{39-3}{90} \times \frac{8}{9}$

X	X X	X X X	$= \frac{36}{90} \times \frac{8}{9} = \frac{32}{90}$
0.4	7 7	7 7 7	$= \frac{35-3}{90}$
0.5	0 3	0 3 0	$= 0.3\overline{5}$
-0.3	5 5	5 5 5	
0.6	2 5	2 5 2	

$= 0.6\overline{25}$

22. $0.5\overline{6}+ 0.3\overline{9}\times\overline{7} - 0.7\overline{23}$ = ?

$\frac{39-3}{90} X \frac{7}{9}$

$0.5\overline{6}+ 0.3\overline{1} - 0.7\overline{23}$

$\frac{36}{90} \times \frac{7}{9} = \frac{28}{90} = \frac{31-3}{90} = 0.3\overline{1}$

x	x x	x x x	
0.5	6 6	6 6 6	
0.3	1 1	1 1 1	
-0.7	2 3	2 3 2	
0.1	5 4	5 4 5	$= 0.1\overline{54}$

23. $27 \times 1.\overline{2} \times 5.5\overline{262} \times 0.\overline{6}$ = ?

(A) $21.5\overline{8}$ (B) $121.5\overline{76}$

(C) $110.5\overline{76}$ (D) $316.8\overline{9}$

Ans.(B)

हल:-

$27 \times \frac{11}{9} \times (5 + \frac{4736}{9000}) \times \frac{6}{9}$ $5+\frac{5262-526}{9000}$

$= 22(5+\frac{4736}{9000})$ $5+ \frac{4736}{9000}$

= 110+ 11.576

$= 121.5\overline{76}$

24. If N= 0.369, M = 0.531 तो $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ = ?

(a) $\frac{2419}{11100}$ (b) $\frac{11100}{2415}$

(c) $\frac{11100}{1535}$ (d) $\frac{11100}{2419}$

Ans.- (d)

$N = \frac{369}{999} = \frac{41}{111}$ $\frac{1}{M} + \frac{1}{N}$

$M = \frac{531}{999} = \frac{59}{111} = \frac{111}{59} + \frac{111}{41}$

$= \frac{111(41+59)}{59\times41} = \frac{111\times100}{59\times41}$

25. $0.xyz = \frac{13}{37}$ हो तो $x+y+z = ?$

$\frac{xyz}{999} = \frac{13}{37}$ $\qquad 3+5+1 = 9$

$\frac{xyz}{27X37} = \frac{13}{37}$

$xyz = 351$

26. $0.x\overline{yz}+0.5\overline{19}=\frac{13}{15}= ?$

$\frac{xyz-x}{990} + \frac{514}{990} = \frac{13\times66}{15\times66}$

$\frac{xyz-x}{990} + \frac{514}{990} = \frac{858}{990}$

$100x+10y+z-x = 858-514$

$99x + 10y + z = 344 \qquad 10y + z = 47$

$344 \quad 0 \quad 0 \qquad 47 \quad 0$

$-297 \quad 40 \quad 7 \qquad -40 \quad 7 = 47$

$245 \quad 90 \quad 9 \qquad 38 \quad 9$

$10y = 40$

$y = 4, x = 3\ z = 7$

OR

$0.x\overline{yz} + 0.5\overline{19} = \frac{13}{15} \qquad 0.\overline{aab}$

$0.x\overline{yz} = \frac{344}{990} \qquad \frac{347-3}{990} = \frac{344}{990}$

$0.x\overline{yz} = 0.3\overline{47} \qquad 0.3\overline{47} = \frac{344}{990}$

$x = 3$
$Y = 4$
$Z = 7$

प्रश्न

(1) $6\frac{11}{14}\times 3\frac{1}{2}$ का मान है ?

हल - $6\frac{11}{14}\times 3\frac{1}{2} = \frac{95}{14}\times\frac{7}{2} = \frac{95}{4} = 23\frac{3}{4}$

(2) एक वर्ष का $\frac{2}{3}$ भाग है ?

हल – 1 वर्ष = 12 माह

$= 12\times\frac{2}{3} = 8$ माह

(3) गुंजन ने एक कॉपी रु. $8\times\frac{3}{4}$ की तथा एक कॉपी रु. $10\times\frac{2}{5}$ में खरीदी बताओं उसने दुकानदार को कितने रु. दिए ?

हल - $8\frac{3}{4}+10\frac{2}{5} = \frac{35}{4}+\frac{52}{5} = \frac{175+208}{20}$

$= \frac{383}{20} = 19\frac{3}{20}$ रु.

(4) $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}$ तथा $\frac{21}{40}$ का महत्तम समापवर्तक होगा ?

हल - $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}, \frac{21}{40}$ का H.C. F.

भिन्नों के H.C.F. $= \frac{\text{अंशों का H.C.F.}}{\text{हरों का L.C.M.}}$

$= \frac{9,12,18,21\ \text{का H.C.F.}}{10,25,35,40\ \text{का L.C.M.}} = \frac{3}{1400}$

(5) $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{13}$ का L.C.M. होगा ?

हल - $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{13}$ का L.C.M.

$= \frac{\text{अंशों का L.C.M.}}{\text{हरों का H.C.F.}}$

$= \frac{2,3,4,9\ \text{का L.C.M.}}{3,5,7,13\ \text{का H.C.F.}} = \frac{36}{1} = 36$

(6) $4\frac{4}{5}\div\frac{3}{5}$ का $S+\frac{4}{5}\times\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$ का मान होगा?

हल - $4\frac{4}{5}\div\frac{3}{5}$ का $S+\frac{4}{5}\times\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$

$= \frac{24}{5}\div\frac{3}{5}\times 5+\frac{4}{5}\times\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$

$= \frac{24}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$

$= \frac{8}{5}+\frac{6}{25}-\frac{1}{5} = \frac{40+6-5}{25} = \frac{41}{25}$

$= 1\frac{16}{25}$

(7) यदि दो संख्याओं का योग 50 है और इनमें से एक संख्या दूसरी की $\frac{2}{5}$ गुणा है, तो वे संख्याएँ हैं ?

हल - $x+\frac{2x}{5} = 50$

$= \frac{5x+2x}{5} = 50$

$7x = 250 = x = \frac{250}{7}$

$\frac{2x}{5} = \frac{100}{7}$

❖ सरलीकरण

सरलीकरण :-किसी गणितीय व्यंजक को साधारण भिन्न में बदलने की प्रक्रिया को सरलीकरण कहते हैं।

इसके अंतर्ग्रत गणितीय सक्रियाओं जैसे : जोड़ (+), घटाओं (-), गुणा (×), भाग (÷) आदि को bodmas द्वारा हल किया जाता है।

VBODMAS

V	Vineculum (रेखा कोष्ठक)	‾‾‾‾
B	Bracket (कोष्ठक)	[{( )}]
O	(का) of or power (घात)	×
D	Division (भाग)	÷
M	Multiplication(गुणा)	×
A	Addition(जोड़)	+
S	Subtraction(घटाव)	-

Bodmas नियम के अंतर्ग्रत सबसे पहले brackets को हल करते हैं फिर 'का' फिर भाग फिर गुणा फिर जोड़ और अंत में घटाव करते हैं।

Simplification प्रश्नों को हल करने की ट्रिक :-

- Bodmas नियम को अच्छे से समझें।
- यदि किसी प्रश्न में ब्रैकेट्स दिए गये हो तो सबसे पहले brackets को हल करें।
- digital sum के concept को सीखें।
- बड़े वर्ग और घन को जल्दी निकालना सीखें।

Q.1 $420 \div 70 \div 6 \div 1 \div 5 = ?$

(a) 0.5 (b) 4.5

(c) 0.2 (d) 0.1

(e) इनमें से कोई नहीं

$= \frac{420}{70} \div 6 \div 1 \div 5$

$= 6 \div 6 \div 1 \div 5$

$= 1 \div 1 \div 5$

$= \frac{1}{5} = 0.2$ ans.

Q.2 $12 \div 2 \div 3$

(a) 5 (b) 4

(c) 2 (d) 1

(e) इनमें से कोई नहीं

$= 6 \div 3$

$= 2$ ans.

Q.3 $9 + [6 + 7 \text{ of } 3 - \{9 + 2 - (6 \div 2)\}] \; 50$

(a) 45 (b) 20

(c) 28 (d) इनमें से कोई नहीं

$= 9 + [6 + 7 \text{ of } 3 - \{9 + 2 - 3\}]$

$= 9 + [6 + 7 \times 3 - 8]$

$= 9 + 6 + 21 - 8$

$= 36 - 8$

$= 28$ ans.

Q.4 $1 \div [1 + 1 \div 1 + 1 \div (2+1 \div 2)] = ?$

(A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{6}{12}$

(C) $\frac{5}{11}$ (D) इनमें से कोई नहीं

$= 1 \div [1 + 1 \div 1 + 1 \div \frac{5}{2}]$

$= 1 \div [1 + 1 \div 1 + 1 \times \frac{2}{5}]$

$= 1 \div [1 + 1 + \frac{2}{5}]$

$= 1 \div [2 + \frac{2}{5}]$

$= 1 \div \frac{12}{5}$

$= 1 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$ ans.

Q.5 $37+40-[15\times\frac{1}{2} \text{ of } 20-\{60 \div (22-2)\}]= ?$

(a) 50 (b) -70

(c) 20 (d) 28

(e) इनमें से कोई नहीं

$= 37 + 40 - [15 \times \frac{1}{2} \text{ of } 20 - \{60 \div 20\}]$

$= 37 + 40 - [15 \times \frac{1}{2} \text{ of } 20 - 3]$

$= 37 + 40 - [15 \times 10 - 3]$

$= 77 - 147$

$= -70$ ans.

Q.6 $7 \div [7+7 \div 7\{3+3+7 \text{of} 7 \div (-49 \div 7)\}] = ?$

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{7}{6}$

(c) $\frac{5}{11}$ (d) इनमें से कोई नहीं

$= 7 \div [7+7 \div 7\{3+3+7 \text{ of } 7 \div (-7)\}]$

$= 7 \div [7+7 \div 7\{3+3+49 \div (-7)\}]$

$= 7 \div [7+7 \div 7(-1)]$

$= 7 \div [7-1]$

$= \frac{7}{6}$ ans.

Q.7 $87 \div [100 \text{ of } 1/5 + 63 \text{ of } 7 \div \{7 \text{ of } (49 \div 7)\}]$

(a) 5 (b) 4

(c) 3 (d) 1

$= 87 \div [100 \text{ of } 1/5 + 63 \text{ of } 7 \div \{7 \text{ of } 7\}]$

$= 87 \div [100 \text{ of } 1/5 + 63 \text{ of } 7 \div 49]$

$= 87 \div [20 + 441 \div 49]$

$= 87 \div 29 = 3$ ans.

Q.8 $16 \div 4 \text{ of } 4 \times [3 \div 4 \text{ of } \{4 \times 3 \div (3+3) \div (2 \div 4 \text{ of } 8)\}] = ?$

(a) $\frac{3}{128}$

(b) $\frac{6}{12}$

(c) $-\frac{119}{96}$

(d) इनमें से कोई नहीं

$= 16 \div 16 \times [3 \div 4 \text{ of } \{4 \times 3 \div 6 \div 1/16\}]$

$= 16 \div 16 \times [(3 \div 4 \text{ of } 32]$

$= 16 \div 16 \times 3 \div 128$

$16 \div 16 \times \frac{3}{128}$

$16 \times \frac{1}{16} \times \frac{3}{128}$

$= \frac{3}{128}$ 6 ans.

9. $\frac{8}{9} \text{ of } [(5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3} \text{ of } 4) \div (8 \div \frac{2}{3} \text{ of } \frac{4}{5}) \text{ of } (8 \times \frac{2}{3} \div \frac{4}{5})] =$

(a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{1}{200}$

(c) $-\frac{119}{96}$ (d) इनमें से कोई नहीं

$= \frac{8}{9} \text{ of} [(\frac{21}{4} \div \frac{28}{3}) \div (8 \div \frac{8}{15}) \text{ of } (8 \times \frac{5}{6})]$

$= \frac{8}{9} \times \frac{9}{16} \div 15 \times \frac{20}{3}$

$= \frac{1}{2} \div 100$

$= \frac{1}{200}$ 6 ans.

Q.10 $5\frac{1}{3} \text{ of } 5 + 373\frac{1}{3} \text{ of } 1 + ? = 5^2 \times 4^2$

(a) 5 (b) 4

(c) 2 (d) 0

$\frac{16}{3} \times 5 + \frac{1120}{3} \times 1 + x = 400$

$\frac{80}{3} + \frac{1120}{3} + x = 400$

$\frac{1200}{3} + x = 400$

$400 + x = 400$

$x = 0$ ans.

Q.11 $4000 \div 400 \div 40 \div 4 = ?$

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{7}{6}$

(c) $\frac{1}{16}$ (d) इनमें से कोई नहीं

हल :- $\cancel{4000} \times \frac{1}{\cancel{400}} \times \frac{1}{\cancel{40}} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{16}$ ans.

Q.13 $17\frac{1}{3} + 21\frac{1}{2} = 33\frac{1}{3}\% \text{ of } ?$

(a) 116.5 (b) 104.5

(c) 112.33 (d) 118.33

(e) इनमें से कोई नहीं **Ans. (a)**

$\frac{52}{3} + \frac{43}{2} = \frac{100}{3} \times 100 \text{ of } ?$

$\frac{104+129}{6} = \frac{100}{3} \times 100 \times ?$

$\frac{233}{6} = \frac{100}{3} \times 100 \times ?$

$\frac{233}{\cancel{6}} \times \frac{\cancel{3}}{100} \times \frac{1}{100} = ?$

$\frac{233}{200} = ?$

$? = 116.5$ ans.

Q.14 $1 \div [1 + 1 \div \{1+1 \div (1+1 \div 1)\}] = ?$

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{16}$ (d) इनमें से कोई नहीं

हल :- $1 \div [1 + 1 \div \{1 + 1 \div (2)\}]$

$\Rightarrow 1 \div [1 + 1 \div \{1 + 1 \div 2\}]$

$\Rightarrow 1 \div \left[1 + 1 \div \{1 + \frac{1}{2}\}\right]$

$\Rightarrow 1 \div \left[1 + 1 \div \{\frac{3}{2}\}\right]$

$\Rightarrow 1 \div \left[1 + 1 \times \{\frac{2}{3}\}\right]$

$\Rightarrow 1 \div \left[1 + \frac{2}{3}\right]$

दूसरी विधि –

120 ⟶ - 12 = 108

% कमी = $\frac{12}{120} \times 100 = 10\%$

25. एक चुनाव में कुल मतों के 20% अवैध (invalid) घोषित किए गए। चुनाव में 2 प्रत्याशियों में से एक को वैध (valid) मतों के 70% प्राप्त हुए यदि हारने वाला व्यक्ति 2880 मतों से हार गया तो बताओ चुनाव में कुल कितने मत पड़े।

a. 8800 b. 9000

c. 7800 d. 9300

व्याख्या-

माना कुल मत = 100

अवैध मत = 20%

तो वैध मत = 100-20 = 80

तो जीतने वाले को मिले = $\frac{70}{100} \times 80 = 56$

तो हारने वाले को = 80-56 = 24

जीतने वाले तथा हारने वाला व्यक्ति के बीच अंतर = 56-24 = 32

अर्थात् 32 % या 2880 मतों से

तो कुल मत = $\frac{100}{32} \times 2880 = 9000$

टॉपिक – 3

लाभ और हानि

(1) **क्रय मूल्य (cp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है।

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ

Note - SP>CP = लाभ

(2) **विक्रय मूल्य (sp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं।

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

Note - SP < CP = हानि

Sale price (SP) = विक्रय मूल्य

Profit (P) = लाभ

Mark Price (m.p) = अंकित मूल्य

CP = क्रय मूल्य

Loss (L) = हानि

Discount(D) = बट्टा / छूट

$P = SP - CP,\ P\% = \frac{p}{CP} \times 100$

$Loss = CP-SP,\ L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$SP = CP \times \frac{100 \pm \text{लाभ / हानि}}{100}$

$CP = sp \times \frac{100}{100 \pm \text{लाभ / हानि}}$

Discount = अंकित मूल्य (MP) - विक्रय मूल्य (SP)

$D\% = \frac{D}{MP \times 100}$ $ISP = \frac{MP \times (100-D)}{6100}$

$MP = \frac{SP \times 100}{(100-D)}$

$\frac{CP \times (100+P)}{100} = \frac{MP \times (100-P)}{100} = \frac{CP}{MP} = \frac{100-P}{100+P}$

CP MP

100-D 100+D

Type-1 = साधारण प्रश्न :-

(1) एक पुस्तक का क्रय मूल्य 110 Rs तथा विक्रय मूल्य 123.20 Rs है इसे बेचने पर पुस्तक विक्रेता को कितने % लाभ होगा ?

लाभ (P) = SP – CP

= 123.20-110

= 13.20

$= \frac{13.20}{110} \times 100 = 12\%$ **ans.**

(2) एक साईकिल को 1960 Rs में खरीदकर Rs 1862 में बेचे जाने पर कितने % हानि होगी ?

हानि (loss) = CP – SP

= 1960 – 1862 = 98

$L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$= \frac{98}{1960} \times 100$

= 5 % **ans.**

(3) एक कुर्सी को 873 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है | कुर्सी का क्रय – मूल्य है ?

10% = 1/10L SP = CP-L

= 10 - 1

970 Rs 9 = 873, 1 = 97

10 = 97 × 10 CP = 970 Rs

Type – 2 - जब कोई वस्तु दो बार बेची जाये

(1) एक घड़ी को 2880 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है वह इसे कितने में बेचे कि उसे 5% लाभ हो ?

दूसरी बार का विक्रय मूल्य = पहली बार का विक्रय मूल्य × (100+_दूसरा%)/(100+_ पहला%)

= 2880 × (100+5)/100-10

=2880 × 105/90

= 32 × 105

दूसरी बार का विक्रय मू. = 3360 Rs

2 Method

माना CP = 100

-10% 5%

105 = 32 × 105 =3360 Rs (SP)1

100 90=2880 1= 32 90 105

(2) एक दुकानदार ने एक साईकिल 10% हानि पर बेची. वह साईकिल को कितने RS में बेचता कि उसे 19% की हानि होती हो ? यदि 10% हानि पर विक्रय मूल्य Rs 1200 हो.

माना CP = 100

81 = 1200 × $\frac{81}{90}$

= 1080Rs.

100 90=1200 -10% -19% 90 81

(3) एक कुर्सी को Rs 720 में बेचने पर दुकानदार को 25% हानि होती है. वह कुर्सी को कितने Rs में बेचे कि उसे इस पर 25% लाभ हो ?

CP = 100 (माना)

75 = 720 Rs

$125 = \frac{720}{75} \times 125$

= 1200 Rs

100 -25% +25% 75 125

(4) 20 वस्तुओं को Rs 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि हो जाती है तदनुसार 20% लाभ कमाने के लिये उस व्यक्ति को 240 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए

Let CP = 100

100 + 20% 120

-20%

80

80 = 160

1 = 2

120 = 120 × 2

20 वस्तुओं का SP = 240 Rs

240Rs में 20 वस्तुएँ बेची जाये।

Type – 3 जब एक वस्तु कई बार खरीदी या बेची जाये –

(1) राम ने एक साईकिल Rs 1000 में ख़रीदा और 20% का लाभ लेकर उसे श्याम को बेंच दिया। श्याम ने 10% का घाटे में उसे मोहन को बेंच दिया। बताइए मोहन ने साईकिल कितने Rs में खरीदी ?

$20\% = +\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

$10\% = \frac{-1}{10} = \frac{9}{10}$

माना मोहन ने x Rs में खरीदी

1000 × 6/5 × 9/10 = x

x = 1080 Rs

2 Method

$20\% = \frac{1}{5}$

10%

प्रारम्भिक मूल्य	अंकित मूल्य
5	6
10	9
50	54
x20	x20
1000	1080

मोहन ने 1080 में खरीदी !

(2) A ने एक वस्तु 10% लाभ पर B को 10% हानि पर C को तथा C ने 20% लाभ पर D को बेचा ! यदि D सामान को Rs 8000 में ख़रीदा हो तो बताओ A ने उसे कितने में ख़रीदा था ?

10% = $\pm\frac{1}{10}+1=\frac{11}{10}$

10% = -1/10 -1 = $\frac{9}{10}$

20% = +1/5 +1 = $\frac{6}{5}$

$A\times\frac{11}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{6}{5}=8000$

A = 6734 Rs

(3) A ने एक वस्तु खरीदी B को 25% लाभ पर बेची ! फिर B ने उसे 10% हानि पर बेचा इसके लिये C ने Rs 675 का भुगतान किया तदनुसार, A ने उसे कितना Rs में ख़रीदा था ?

A × 5/4 × 9/10 = 675

A × 45 = 675 × 40

A = 600 Rs **ans.**

Type – 4 जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये

(1) एक दुकानदार दो T.V. सैट को एक ही मूल्य पर बेचता है एक पर उसे 20% का लाभ होता है और दुसरे पर 20% की हानि होती है तो उसे दोनों पर कुल मिलाकर कितने % का लाभ / हानि होती है ?

$(x+y+xy/100)$

$+20\%-20\%-20\times\frac{20}{100}$

= -4% या 4% की हानि **ans.**

Note :- जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये तथा एक पर x % लाभ तथा x% हानि हो तो(-x/100) कि हानि होगी।

(2) एक व्यापारी किसी वस्तु को उसकी लागत में 10% वृद्धि करके बेचता है इसके बाद वह इसके मूल्य में 10% कमी कर देता है उक्त व्यापार में व्यापारी को प्राप्त होता है।

$10-10-\frac{10\times10}{100}$

$0-\frac{100}{100}=-1\%$

= 1 % हानि

(3) एक दुकानदार दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेचता है एक वस्तु पर 3% लाभ तथा दूसरी पर 3% हानि होती है उसे कुल सौदे पर कितने % लाभ या हानि हुई ?

$\frac{3\times3}{100}$= 0.09% की हानि

Type- 5 जब कुछ वस्तुओं का क्रय मूल्य कुछ अन्य वस्तुओं के क्रय मूल्य के बराबर हो।

(1) एक दुकानदार ने जितने रुपये में 20 वस्तुएँ खरीदी, उतने ही रुपये में 15 कलमें बेची दुकानदार को कितने % लाभ/ हानि हुई ?

$\%\text{लाभ/हानि}=\frac{\text{क्रय वस्तुओं की संख्या}-\text{विक्रय वस्तुओं की संख्या}}{\text{विक्रय वस्तुओं की संख्या}}\times100$

$=\frac{20-15}{15}\times100$

$=\frac{5}{15}\times100=33\frac{1}{3}\%$

2 method

20 × Cp = 15 × SP

CP/SP = ¾

Cp	SP
3	4

P= SP-CP = 4-3 = 1

$P\%=\frac{P}{CP}\times100$

$P\%=1/3\times100=33\frac{1}{3}\%$

Note :- यदि प्रश्न में वस्तुओं की संख्या 1 मात्रा दी गयी हो तो लाभ / हानि प्रतिशत विक्रय मूल्य पर निकाला जायेगा!

(2) 72 वस्तुओं को बेचने पर एक आदमी को 9 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हानि होती है ! हानि % ज्ञात करो। वस्तु का विक्रय मूल्य = 1 Rs (माना)

हानि = 9 × SP

= 9 Rs

विक्रय मूल्य = 72Rs

क्रय मूल्य = 72+9

= 81

$L\%=\frac{L}{CP}\times100$

$=\frac{9}{81}\times100$

$=11\frac{1}{2}\%$

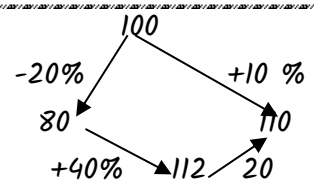
(3) यदि 15 वस्तुओं का क्रय मूल्य 12 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हो तो लाभ % ज्ञात कीजिए।

$\text{लाभ }\%=\frac{15-12}{12}\times100$

$=\frac{3}{12}\times100$

= ¼ × 100

= 25 %



112 – 110 = 20 (प्रश्न में दिया है)

2 = 20

1 = 10

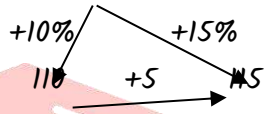
100 = 1000

CP = 1000 Rs

Type – 10 जब कोई वस्तु कम या अधिक में बेची जाये ।

(1) एक व्यक्ति अपना सामान 10 % लाभ पर बेचता है ! यदि वह 15 % लाभ पर बेचता तो उसे Rs 200 अधिक मिलते ! सामान का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिये !

CP =100 100

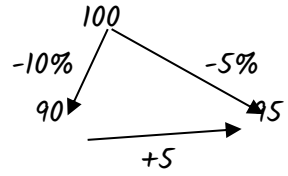


5 =200 Rs

1 = 40 Rs

100 = 4000 Rs

(2) महेश ने एक वस्तु 10 % हानि पर बेची यदि वह उसे 5% हानि पर बेचता तो उसे 60 Rs अधिक मिलते महेश ने वस्तु कितने Rs में खरीदी ?

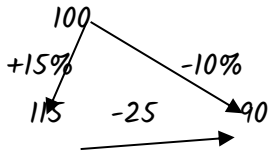


5 = 60

1 = 12

100 = 1200

(3) एक व्यक्ति ने अपना फर्नीचर 15% लाभ पर बेचा यदि वह 10% हानि पर बेचता है तो उसे 500 Rs कम मिलते है ! फर्नीचर का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए !



25 =500 Rs

1 =20 Rs

100 = 2000 Rs

Type – 11 अनुपात पर आधारित प्रश्न

(1) किसी वस्तु के विक्रय मूल्य तथा क्रय मूल्य में 5 : 4 का अनुपात है ! बताइए वस्तु को बेचने में कितने % लाभ हुआ !

CP SP

4 : 5

P = SP – CP

P = 5 - 4

= 1

P% = P /CP × 100

$= \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$

(2) किसी वस्तु का क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य का 5/4 है तो वस्तु को बेचने पर कितने % हानि हुई !

$CP = SP \times \frac{5}{4}$

$\frac{CP}{SP} = 5/4$

CP = क्रय मूल्य

SP = विक्रय मूल्य

L = हानि

CP : SP

5 : 4

-1

$L\% = \frac{1}{5} \times 100$

= 20%

(3) एक वस्तु के विक्रय मूल्य तथा लाभ का अनुपात 5 : 2 है वस्तु को बेचने पर कितने % लाभ होगा !

SP : P

5 : 2

CP = SP – P

= 5 – 2

CP =3

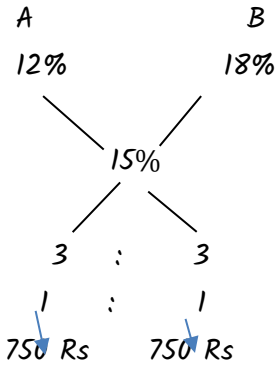
CP =3, P = 2

$p\% = \frac{2}{3} \times 100$

$= \frac{200}{3} = 66.66\ \%$

विविध प्रश्न

(1) एक व्यक्ति ने दो घड़िया 1500 Rs में खरीदकर एक को 12% के लाभ पर दूसरी को 18% के लाभ पर बेची जिससे उसे कुल पर 15% का लाभ हुआ ! घड़ियों का अलग -2 क्रय मूल्य बताओ ?



1 + 1 = 2

2 = 1500

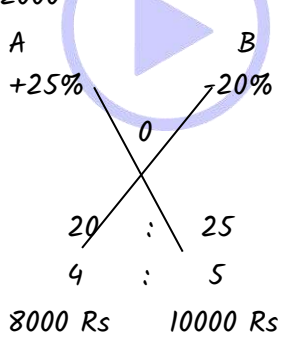
1 = 750

(2) मोहन ने 18000 Rs में दो पुराने स्कूटर खरीदकर एक को 25% के लाभ पर, दुसरे को 20% हानि पर बेचा इस प्रकार उसे न लाभ न हानि हुई तो स्कूटर का अलग – अलग क्रय मूल्य है ?

4 + 5 = 9

9= 18000

1= 2000



(3) एक व्यक्ति एक कलम 5% हानि पर और एक पुस्तक 15% लाभ पर बेचकर 7 Rs का लाभ कमाता है यदि वह कलम 5% के लाभ और पुस्तक 10% लाभ पर बेचे तो 13 Rs का लाभ कमाता है तो पुस्तक का वास्तविक क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए ?

कलम	पुस्तक	लाभ
-5%	+15%	7Rs
+5%	+10%	13Rs

25% = 20

1% = 20/25

100% = $\frac{20}{25} \times 100$

= 80 Rs

(4) एक बेईमान दुकानदार अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य पर बेचने का दावा करता है लेकिन वह 1 kg के बदले 960 gm वजन तोलता है ! उसका लाभ % ज्ञात कीजिए ?

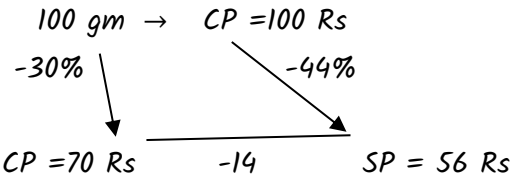
1000 gm → 1000 Rs

CP = 960 Rs →+40 SP = 1000 Rs

40/960 × 100 = 100 /24

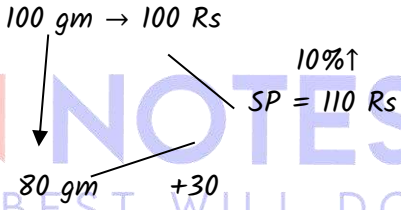
$= 4\frac{1}{6}$ % P

(5) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को 44% हानि पर बेचने का दावा करता है, लेकिन वह 30% कम वजन तोलता है ! उसका हानि % ज्ञात करें ?



14/70 × 100 =20%L

(6) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को 10% लाभ पर बेचने का दावा करता है, लेकिन वह 20%कम वजन तोलता है !उसका लाभ % ज्ञात करे !



30 /80 × 100 =3000/80= 37.5%

(7) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को x % लाभ पर बेचने का दावा करता है, लेकिन वह 20% कम वजन तोलता है तथा $37\frac{1}{2}$ % का लाभ प्राप्त करता है ! x का मान होगा?

100 gm → CP =100 Rs

-20%

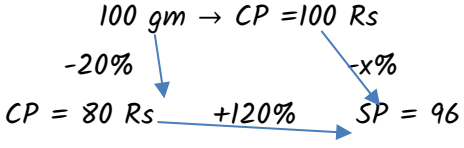
80 gm

80rs का $37\frac{1}{2}$% = 30Rs

विक्रय मूल्य(sp) = 80 + 30 = 110

p % = $\frac{110-100}{100} \times 100 = 10\%$

(8) एक दुकानदार अपनी वस्तुओं को x % हानि पर बेचने का दावा करता है लेकिन वह 20% कम वजन तोलता है इस प्रकार उसे 20% का लाभ होता है ! x का मान ज्ञात करें?



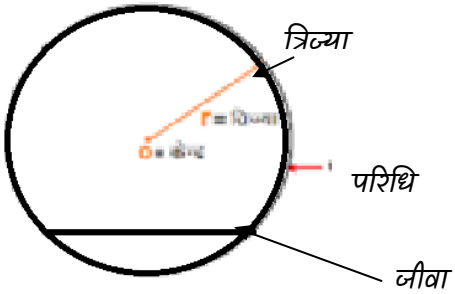
x = 4%

अध्याय – 5

ज्यामिति

वृत्त और उसकी जीवाएँ

वृत्त :- एक बिंदु O से सामान दुरी पर अनेक बिंदु अंकित कर दिया जाये और इन बिन्दुओ को आपस में मिला दिया जाये तो वृत्त का निर्माण होगा जहाँ O इसका केंद्र बिंदु और r त्रिज्या है।



- यदि कोई बिंदु वृत्त की परिधि के अंदर है । तो उसे आतंरिक बिंदु, बाहर है। तो उसे बाहरी बिंदु कहते है ।

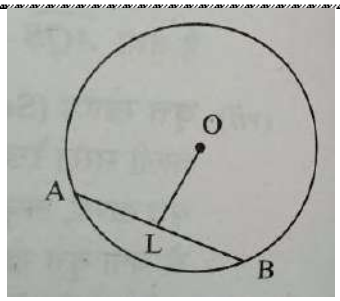
वृत्त की त्रिज्या :-इसकी परिधि और केंद्र को मिलाने वाली रेखा को त्रिज्या कहते है ।

- किसी वृत्त की त्रिज्याए सामान लम्बाई की होती है।
- त्रिज्याए एक दुसरे को कभी नहीं काटती है।
- त्रिज्याए वृत्त के केंद्र पर आकर मिलती है।
- त्रिज्याए व्यास या सबसे लम्बी जीवा की आधी होती है।

जीवा :- इसकी परिधि पर स्थित किन्ही दो बिन्दुओ को मिलाने वाली रेखाखंड को जीवा कहते है।

- जीवा वृत्त को दो भागो में बांटती है।
- जीवा की लम्बाई परिधि पर स्थित किन्ही दो बिन्दुओ से ना तो अधिक ना तो कम हो सकती है।
- जीवा की लम्बाई असमान हो सकती है।
- सबसे बड़ी जीवा को व्यास कहते है।
- इसकी सबसे बड़ी जीवा वृत्त के केंद्र से होकर जाती है।
- दो सामान जीवायें केंद्र पर सामान कोण बनाती है।
- यदि दो जीवायें केंद्र पर सामान कोण बनाती है। इसका अर्थ है। जीवायें सामान है।
- वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को दो बराबर भागों में बांटता है।

Ex1. एक वृत्त के केंद्र से 12 cm की दूरी पर 32 cm लम्बी जीवा खीची गई है इस वृत्त की त्रिज्या कितनी है

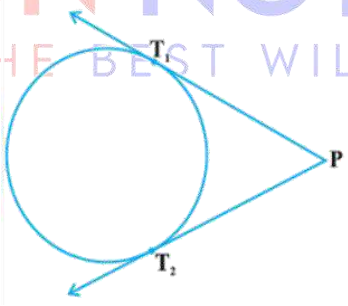


हल :- OL = 12 cm, AB = 32 cm [क्योकि दिया है] हमे ज्ञात करना है OA = OB = ?
बिंदु O को A से और B से मिलाने पर त्रिभुज OAB में हमे दो समकोण त्रिभुज OLB और OLA प्राप्त होती है
समकोण त्रिभुज OLB में,
$(OL)^2 + (LB)^2 = (OB)^2$
$(12)^2 + (16)^2 = (OB)^2$
$(OB)^2 = 400$
वृत्त की त्रिज्या = OB = 20 cm.

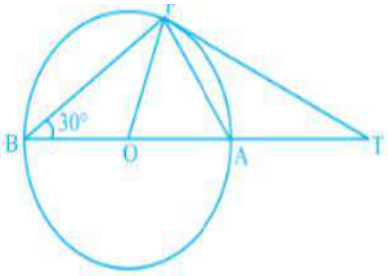
स्पर्श रेखा

वृत्त पर स्पर्श रेखा और उसके स्पर्श बिंदु का अर्थ है की स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लंब है।

- किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है।



- किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती है।
- चित्र में, BOA वृत्त का एक व्यास है तथा एक बिंदु P पर खींची गई स्पर्श रेखा बढ़ाई गई BA से T पर मिलती है। यदि ∠PBO = 30° है, तो ∠PTA भी 30° के बराबर होगा ।

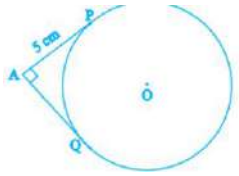


Q 1 : यदि वृत्त की दो त्रिज्याओं के बीच का कोण 130° हो, तो इन त्रिज्याओं के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण है:

(A) 90° (B) 50°
(C) 70° (D) 40°

उत्तर : (B)

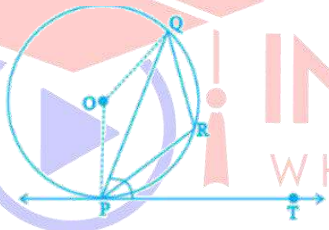
Q 2 : चित्र में, केंद्र O वाले वृत्त पर एक बाहरी बिंदु A से खींची गई स्पर्श रेखाएँ AP और AQ परस्पर लंब हैं तथा प्रत्येक स्पर्श रेखा की लंबाई 5 cm है। तब, वृत्त की त्रिज्या है।



(A) 10 cm (B) 7.5 cm
(C) 5 cm (D) 2.5 cm

उत्तर : (C)

Q.3 : आकृति 9.2 में, PQ वृत्त की एक जीवा है तथा PT बिंदु P पर एक स्पर्श रेखा इस प्रकार है कि ∠QPT = 60° है। तब, ∠PRQ बराबर है



(A) 135° (B) 150°
(C) 120° (D) 110°

उत्तर : (C)

[∵ ∠OPQ = ∠OQP = 30° अर्थात् ∠POQ = 120° है। साथ ही, ∠PRQ = 1/2 प्रतिवर्ती ∠POQ है।]

Exercise

Q. 1. उस कोण की माप क्या है जो अपने पूरक कोण का चार गुना है?

(A) 72° (B) 36°
(C) 108° (D) 90°

हल: माना कि कोण की माप = x°
तो इसका पूरक कोण = (90° – x°)
x° = 4 (90° – x°)
x° = 360° – 4x°
x° + 4x° = 360°
5x° = 360°
x° = 360°/5
x° = 72°
Ans. 72°

Q.2 उस कोण की माप क्या है जो अपने पूरक कोण की माप से 20° अधिक है।

(A) 50° (B) 55°
(C) 60° (D) 75°

हल: माना कि कोण की माप = x°
तो इसका पूरक कोण = (90° – x°)
x° = (90° – x°) + 20°
x° = 90° – x° + 20
x ° = 110° – x°
x° + x° = 110°
2x° = 110°
x° = 110°/2
x° = 55°
Ans. 55°

Q.3 उस कोण की माप क्या है जिसका सम्पूरक कोण, उसके पूरक कोण का छः गुणा है?

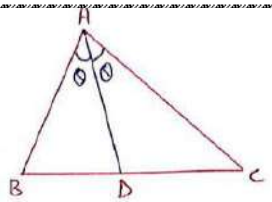
A. 57° B. 60°
C. 65° D. 72°

हल: माना कि कोण की माप = x°
तो इसका सम्पूरक कोण = (180° – x°)
तथा पूरक कोण = (90° – x°)
(180° – x°) = 6 (90° – x°)
180° – x° = 540 – 6 x°
x° + 6 x° = 540° – 180°
5x° = 360
x° = 360/5
x° = 72°
Ans. 72°

Q.4 उस कोण की माप क्या है जिसका पूरक कोण और सम्पूरक कोण का योग 120° है?

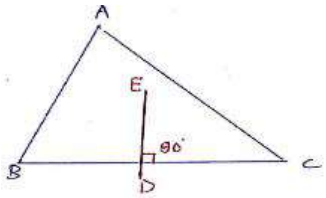
(A) 75° (B) 80°
(C) 85° (D) 90°

हल: माना कि कोण की माप = x°
तो इसका पूरक कोण = (90° – x°)
तो इसका सम्पूरक कोण = (180° – x°)
(90° – x°) + (180° – x°) = 120
90° + 180° – x° – x° = 120°
270° – 2x° = 120°
270° – 120° = 2x°
150° = 2x°
x° = 150/2
x° = 75°
Ans. 75°

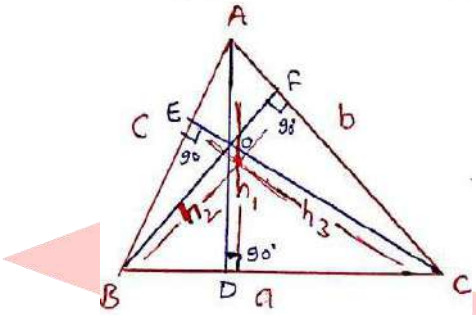


भुजा का लम्ब अर्द्धक / समद्विभाजक :-

- यदि ED रेखा, भुजा BC की लम्ब अर्द्धक है तो BD = DC व ED ⊥ BC होगी
- जब AB = AC हो तो ED, शीर्ष A से गुजरेगी अन्यथा नहीं !



- **शीर्षलम्ब / ऊँचाई :-**



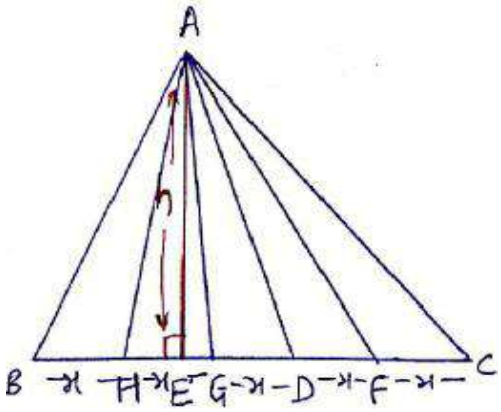
- त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा पर डाला गया लम्ब शीर्षलम्ब (ऊँचाई) कहलाता है !
- AD ⊥ BC, BF ⊥ AC व CE ⊥ AB
- ΔABC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}bh_2 = \frac{1}{2}ch_3$

$ah_1 = bh_2 = ch_3$

or

$a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$

- बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब = छोटा
- छोटी भुजा पर शीर्षलम्ब = बड़ा
- समान भुजाओं के शीर्षलम्ब = समान



एक ही शीर्ष तथा एक ही आधार रेखा पर बने सभी त्रिभुजों की ऊँचाईयां(h) बराबर होती है तथा इनका क्षेत्रफल आधार की लम्बाईयों के समानुपाती होगा !

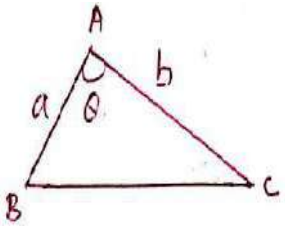
ΔABC का क्षे. : ΔAHD का क्षे. : ΔABF का क्षे.

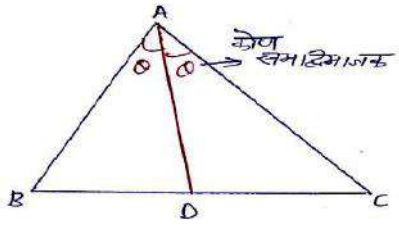
BC : HD : BF

5 : 2 : 4

- जब Δ की दो भुजाओं की लम्बाई व उनके मध्य के कोण का मान दिया हो तो

Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$.a.b.sin θ





$\frac{1}{2} \times AB \times AD.\sin\theta$

$\frac{1}{2} \times AC \times AD.\sin\theta$

$= \frac{BD}{DC}$

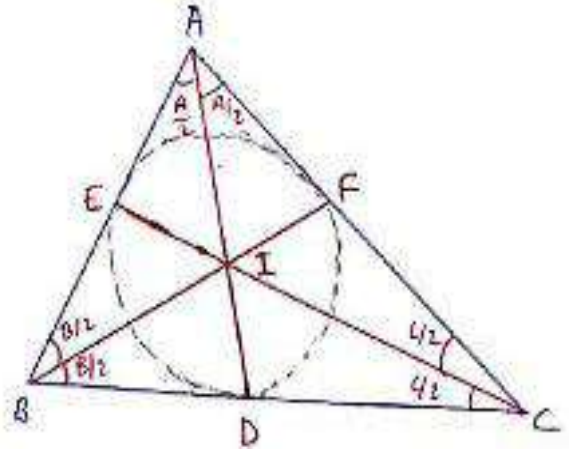
$\boxed{\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}}$

त्रिभुज के केंद्र :-

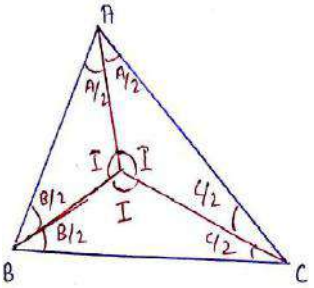
- 1. अन्त: केन्द्र
- 2.परिकेन्द्र
- 3. लम्ब केंद्र
- 4. केन्द्रक

1. अन्त : केन्द्र (In Center) :-

- Δ के तीनों कोणों के आंतरिक समद्विभाजकों का प्रतिछेदी बिंदु अन्त : केन्द्र (I) कहलाता है!
- तीनों भुजाओं से समदुरस्थ बिन्दू अर्थात् अन्त : केन्द्र से तीनों भुजाओं पर डाले गए लम्ब की लम्बाई समान होती है !
- तीनों भुजाओं से समदुरस्थ बिन्दू अर्थात् अन्त : केन्द्र से तीनों भुजाओं पर डाले गये लम्ब की लम्बाई समान होती है !
- यह अन्त : वृत्त का केन्द्र होता है !



- *यदि Δ के दो कोणों के समद्विभाजक किसी बिंदु पर प्रतिछेद करे तो तीसरे कोण का समद्विभाजक भी उसी बिन्दू से गुजरेगा !*



Δ ABC में

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

or $\angle\frac{A}{2} + \angle\frac{B}{2} + \angle\frac{C}{2} = 90^\circ$ ---- (1)

Now Δ BIC में –

$\angle\frac{B}{2} + \angle\frac{C}{2} + \angle I = 180^\circ$ --- (2)

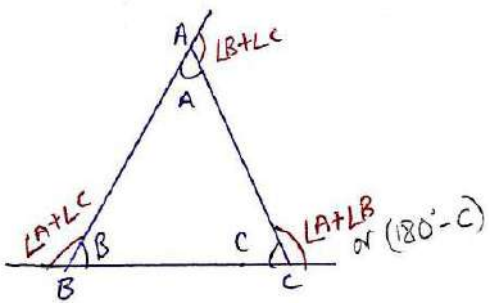
समी. (1) से $\angle\frac{B}{2} + \angle\frac{C}{2} = 90 - \angle\frac{A}{2}$ *समी. (2) में रखने पर*

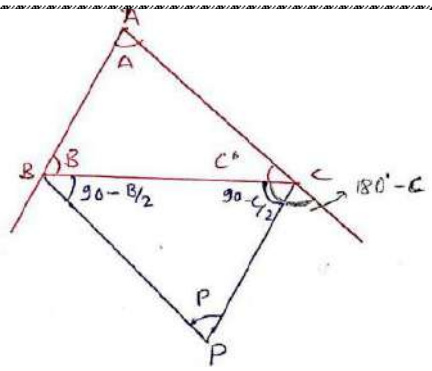
$90^\circ - \angle\frac{A}{2} + \angle I = 180^\circ$

$\boxed{\angle I = 90^\circ + \angle\frac{A}{2}}$

$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \angle\frac{A}{2}$, $\angle AIC = 90^\circ + \angle\frac{B}{2}$ *व* $\angle AIB = 90^\circ + \angle\frac{C}{2}$

- ***जब दो कोणों के बाह्य समद्विभाजक प्रतिछेद करें तो –***





Δ ABC में

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ---(1)

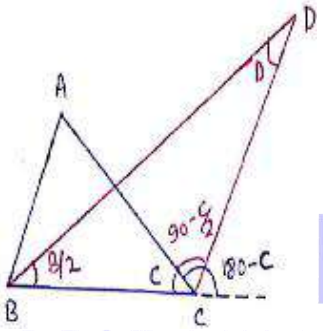
Δ BCP में –

$90 - \angle\frac{B}{2} + \angle\frac{C}{2}$ ----(2)

समी. (1) से मान रखने पर –

$\angle P = 90^\circ - \angle\frac{A}{2}$

- ***जब एक angle का आन्तरिक व दूसरे का बाह्य समद्विभाजक प्रतिछेद करे :-***



Δ ABC में,

$\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = 90$ ---(1)

Δ BCD में,

$\frac{\angle B}{2} + 90^\circ - \frac{\angle C}{2} + \angle C + \angle D = 180^\circ$

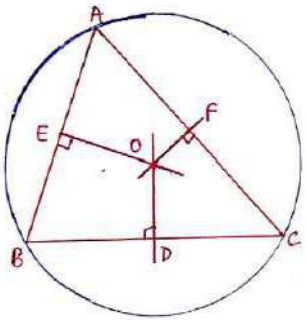
$\frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + 90^\circ + \angle D = 180^\circ$ ---(2)

समी. (1) से मान रखने पर

$90 - \frac{\angle A}{2} + 90^\circ + \angle D = 180^\circ$

$= \angle D = \frac{\angle A}{2}$

2. <u>परिकेन्द्र (Circumcenter)</u> :-



INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें - ⬇ (Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - https://shorturl.at/qBJ18 (74 प्रश्न , 150 में से)

RAS Pre 2023 - https://shorturl.at/tGHRT (96 प्रश्न , 150 में से)

UP Police Constable 2024 - http://surl.li/rbfyn (98 प्रश्न , 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - https://youtu.be/gPqDNlc6URO

Rajasthan CET 12th Level - https://youtu.be/oCa-CoTFu4A

RPSC EO / RO - https://youtu.be/b9PKjl4nSxE

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856W18&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - https://youtu.be/2gzzfJyt6vI

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
MPPSC Prelims 2023	17 दिसम्बर	63 प्रश्न (100 में से)
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये

whatsapp - https://wa.link/m048u8 1 web.- https://cutt.ly/g0O6SHh

FREE SAMPLE
INFUSION NOTES WHEN ONLY THE BEST WILL DO

RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 मेंसे)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)
UP Police Constable	17 February 2024 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

FREE SAMPLE
INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO