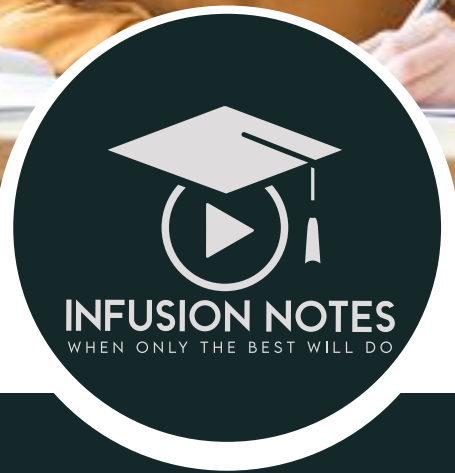




SSC EXAM



LATEST EDITION

SSC-MTS

STAFF SELECTION COMMISSION

MULTITASKING STAFF

HANDWRITTEN NOTES

भाग - 3 गणित + रीजनिंग



SSC-MTS

& HAWALDAR

STAFF SELECTION
COMMISSION

भाग - 3

गणित + रीजनिंग

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “SSC MTS (Multitasking) & Havaladar” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है। ये नोट्स पाठकों को **कर्मचारी चयन आयोग (SSC)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली “SSC MTS (Multitasking) & Havaladar” भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे।

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है। अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं।

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302017 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

Whatsapp करें - <https://wa.link/6ypqrr>

Online order करें - <https://bit.ly/3li2feg>

मूल्य :

संस्करण : नवीनतम

गणित

1. संख्या प्रणाली	1 - 21
2. लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	21 - 32
3. भिन्न एवं दशमलव	32 - 46
4. सरलीकरण	47 - 51
5. प्रतिशतता	52 - 66
6. अनुपात-समानुपात	67 - 75
7. कार्य और समय	76 - 87
8. औसत	88 - 98
9. साधारण ब्याज	99 - 111
10. लाभ और हानि	112 - 124
11. ज्यामिति	125 - 142
12. क्षेत्रमिति द्विविमीय (2D)	143 - 160
13. चाल, समय और दूरी	160 - 170
14. डाटा इन्टरप्रिटेशन	170 - 187
15. वर्ग तथा वर्गमूल	188 - 195

रीजनिंग

1. श्रृंखला	196 - 212
2. सादृश्यता	213 - 229
3. वर्गीकरण	229 - 232
4. संक्रियाएँ	233 - 243
5. लुप्त संख्या	243 - 248
6. कोडिंग - डिकोडिंग	248 - 256
7. दिशा परीक्षण	257 - 262
8. रक्त सम्बन्ध	263 - 272
9. क्रम व्यवस्था	273 - 280
10. घड़ी	280 - 287
11. कैलेंडर	288 - 299
12. वेन आरेख	300 - 303
13. आकृतियों की गणना	304 - 306
14. आकृति पूर्ति	307 - 312
15. न्याय नियमन	312 - 325
16. कोडेड असमानता	326 - 333
17. डाटा पर्याप्तता	333 - 341

रीजनिंग

अध्याय -1

संख्या प्रणाली

(Number system)

संख्या - एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। 0 से अंत तक की सभी धनात्मक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते हैं। जैसे- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9... शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ -1,2,3,4.....
2. पूर्ण संख्याएँ -0,1,2,3,4,5
3. पूर्णांक संख्याएँ $-\infty$ से $+\infty$ तक
4. धनात्मक संख्याएँ :- 1,2,3,4,5
5. ऋणात्मक संख्याएँ :- -1, -2, -3, -4, -5,.....

नोट: 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह उदासीन संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ :- वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। उदा. 1,2,3,4,5,6.....
 ∞

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है। जैसे:- $-3/4$, $-1/5$
- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

जब प्राकृतिक संख्याओं में शून्य (0) को भी सम्मिलित कर लिया जाता है, तब वे संख्याएँ **पूर्ण संख्याएँ** कहलाती हैं तथा उनके समुच्चय को 'W' से प्रदर्शित करते हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

शून्य (0) पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

- पूर्णांक संख्याएँ (Integer Numbers)
- प्राकृतिक संख्याओं में उनकी ऋणात्मक संख्याओं तथा शून्य को भी सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ

प्राप्त होती हैं, **पूर्णांक संख्याएँ** कहलाती हैं तथा इनके समुच्चय को 'I' से प्रदर्शित करते हैं।

$$I = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

पूर्णांक निम्न दो प्रकार के होते हैं।

- (1) **धन पूर्णांक** प्राकृतिक संख्याओं को धन पूर्णांक कहते हैं तथा इनके समुच्चय को I^+ से प्रदर्शित करते हैं।

$$I^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- (2) **ऋण पूर्णांक** प्राकृतिक संख्याओं की ऋणात्मक संख्याओं को ऋण पूर्णांक कहते हैं तथा इसके समुच्चय I^- से प्रदर्शित करते हैं।

$$I^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$$

- शून्य (0) न तो धन पूर्णांक है और न ही ऋण पूर्णांक
- ऋण पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से कम तथा धन पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से अधिक होता है।

सम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णांक) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

नोट: शून्य एक सम संख्या है।

2. **विषम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1,3,5,7,9,11. आदि। शून्य विषम संख्या नहीं है।

भाज्य संख्याएँ:-

01 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सके भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4,6,8,9,15,16 आदि।

नोट: दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभज्य संख्या है।

4. **अभाज्य संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2,3,5,7,11,13,आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

नोट: एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

- सहअभाज्य संख्याएँ (Coprime Numbers)
ऐसी दो या अधिक प्राकृतिक संख्याएँ, जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, सहअभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।
जैसे - (2, 3), (5, 9, 11), (16, 21, 65),... आदि।

- सहअभाज्य संख्याओं का अभाज्य होना आवश्यक नहीं है।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय हो या अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: $\sqrt{8}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्या :- वैसी वास्तविक संख्याएँ जो p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं। जैसे: $1/2$, $2/3$, $3/4$ आदि।

अपरिमेय संख्या:- वैसी वास्तविक संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में नहीं लिखा जा सके, उन्हें अपरिमेय संख्या कहते हैं। अर्थात्, वैसी संख्याएँ जिन्हें पूर्णांक के अनुपात के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। साथ ही अंश और हर के रूप में भी व्यक्त नहीं किया जा सकता है। वह अपरिमेय संख्या कहलाती हैं। जैसे: $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) / \sqrt{5}$

Questions

1. 1 से 10 तक कि सभी प्राकृत संख्याओं के घनों का योग क्या है?
A. 3020
B. 3025
C. 3250
D. 3590

हल:- प्रश्नानुसार,

$$[n(n+1)/2]^2$$

$$n = 10$$

$$[10(10+1)/2]^2$$

$$[(10 \times 11)/2]^2$$

$$(11 \times 5)^2$$

$$(55)^2$$

$$3025$$

Ans. 3025

2. $(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8)/5$ को सरल कीजिए?

- A. $13/3$
B. 1
C. $9/4$
D. $4/9$

हल:- प्रश्नानुसार,

$$(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8)/5$$

$$(4 + 4 + 1) / (20/5)$$

Ans. $9/4$

3. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है -

- (A) शून्य
(B) 1
(C) -1
(D) 2

उत्तर. - (B) 1

4. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

- (A) शून्य
(B) 1
(C) -1
(D) 2

उत्तर. - (A) शून्य

5. 3 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 90 है, तो सबसे बड़ी संख्या होगी?

- A. 24
B. 27
C. 33
D. 39

47. - 2 और 2 के बीच कितने पूर्णांक होते हैं ?

- (A) एक
(B) दो
(C) चार
(D) तीन

उत्तर. - (D) तीन

48. 2 से छोटी परिमेय संख्या हैं -

- (A) $\frac{8}{2}$
(B) $\frac{8}{3}$
(C) $\frac{8}{4}$
(D) $\frac{8}{8}$

उत्तर. - (D)

टिप्पणी

किसी संख्या का योगात्मक प्रतिलोम = - संख्या (चिह्न परिवर्तन)
 किसी संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम = $\frac{1}{\text{संख्या}}$
 संख्यागुणात्मक तत्समक का मान होता है। संख्या 1 न तो भाज्य संख्या है न अभाज्य संख्या

1 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-25

1 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-15

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या-9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-6

50 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-10

अंक 0 से 9 तक होते हैं अतः अंको की संख्या 10 होती है।

संख्या 1 से शुरू होती है। संख्या अनंत होती है।

एक अंकीय संख्या 9 होती है।

दो अंकीय संख्या 90 होती है।

तीन अंकीय संख्या 900 होती है।

चार अंकीय संख्या 9000 होती है।

इसी प्रकार ... 1 से 100 तक की संख्याओं में शून्य के अंक 11 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में एक के अंक 21 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से 9 तक प्रत्येक अंक 20 बार आते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंक 192 होते हैं।

विषम संख्याओं का वर्ग सदैव विषम और सम संख्याओं का वर्ग सदैव सम होता है।

परिमेय $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखी जाने वाली (पर q शून्य न हो) $\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{22}{7}$, आदि।
 अपरिमेय - जिन्हें P/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता। $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ इत्यादि।

(π का मान $\frac{22}{7}$ परिमेय है)

- सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।

- दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती हैं।

- प्राकृतिक - 1 से होकर अनंत तक होती हैं।
 $1, 2, 3, \dots, \infty$

- पूर्ण संख्याएँ - प्राकृतिक संख्याओं में 0 शून्य शामिल करने पर

$0, 1, 2, 3, \dots, \infty$

- सम संख्याएँ (Even No.) जो 2 से कट जाए

$2, 4, 6, 8, \dots, \infty$

- विषम (Odd No) जो 2 से न कटे

$1, 3, 5, \dots, \infty$

भाज्य (Composite) जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य से कट जाए।

6, 8, 9, 10, 12 ये सभी भाज्य हैं। (कम से कम 3 संख्याएँ से कटे)

अभाज्य (Prime) जो स्वयं तथा 1 के अलावा अन्य से न कटे।

2,3,5,7,11.....आदि ।

सबसे छोटी अभाज्य - 2 (1 न तो भाज्य है न अभाज्य)

विभाज्यता के नियम पर आधारित -

1. संख्या 15x1,3 से विभाजित हो तो x के स्थान पर कौन सी संख्या आयेगी ?

ANS:- x के स्थान पर 2 आयेगा

$$\therefore 1 + 5 + x + 1 = x + 7$$

x = 2 रखने पर संख्या के अंकों का योग 9 हो जायेगा जो 3 से विभाजित है ।

भाग विधि के आधार पर:-

1. किसी संख्या में 28 से भाग देने पर प्राप्त संख्या 16 तथा शेष 21 हो तो संख्या ज्ञात करें

$$28 \times 16 + 21 = 469$$

2. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 1560 में जोड़ने पर प्राप्त योगफल 14 से पूर्णतया विभाजित हो जाए ।

$$= \frac{1560}{14} \text{ तो भागफल } 111 \text{ और शेष } 6$$

$$\text{अब } 14 - 6 = 8 \text{ Ans.}$$

3. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 8953 में घटाने पर प्राप्त संख्या 21 पूर्णतया कट जाए

$$= \frac{8953}{21} \text{ शेष } 7 \text{ प्राप्त होता}$$

4. 5 अंकों की सबसे छोटी संख्या जो 335 से पूर्णतया कट जाए ?

$$\text{भाज्य} + (\text{भाजक} - \text{शेष})$$

$$10000 + (335 - 285) = 10050$$

5. 4 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या जो 88 से पूर्णतः कट जाए ।

$$\frac{9999}{88} = \text{भाज्य} - \text{शेष}$$

$$9999 - 55 = 9944$$

6. 2,3,4,5,6 में प्रत्येक से विभक्त होने वाली छोटी संख्या जो पूर्ण वर्ग है ?

$$2,3,4,5,6 \text{ का ल. स.} = 60$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \text{ इसे पूर्ण वर्ग बनाने के लिए } 3 \times 5 \text{ का पुनः गुणा करना होगा } 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 900$$

अंको के मानवास्तविक / जातीय / अंकित या शुद्ध मान (Actual Value) किसी संख्या का वास्तविक मान हमेशा स्थिर रहता ।

8748 में 8 के दोनों स्थानों का वास्तविक मान - 8 ही रहेगा

स्थानीय मान (Place Value)-

8768 में 8 का स्थानीय मान

$$\begin{array}{c} 8 \\ \downarrow \\ 8000 \end{array}$$

संख्याओं की विभाज्यता की जाँच :-

2 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंकों के अंत में 0,2,4,6,8 हो तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है

$$\text{जैसे :- } 4350, 4258, 567084$$

3 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंकों के योगफल में 3 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 3 से भाज्य होती है

$$\text{जैसे :- } 85761, 8+5+7+6+1 = 27, \text{ यहाँ } 27, 3 \text{ से विभाजित है तो यह संख्या भी भाज्य होगी।}$$

उदाहरण- 711

$$7+1+1=9$$

$$711 \text{ divided by } 3$$

$$111$$

$$1+1+1=3$$

$$111 \text{ divide by } 3$$

676xy, 3, 7 और 11 से विभाज्य है।

क्योंकि 676xy, 3, 7 और 11 से विभाज्य है, तो यह 3, 7 और 11 के लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) से भी विभाज्य होगा।

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

$$(3, 7, 11) \text{ LCM} = 231$$

5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या 67699 लेकर उसे 231 से भाग देने पर।

$$67699 = 231 \times 293 + 16$$

$$= 67699 = 67683 + 16 =$$

$$67699 - 16 = 67683 \text{ (231 से पूर्णतः विभाज्य)}$$

$$\therefore 67683 = 676xy \text{ (जहाँ } x = 8, y = 3)$$

$$(3x - 5y) = 3 \times 8 - 5 \times 3 = 24 - 15 = 9 \text{ Ans}$$

इकाई अंक कैसे निकाले

जिस संख्या का इकाई अंक 0, 1, 5, 6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा।

- 0, 1, 5, 6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

Ist घात में 1 कम करेंगे - 66

II - 1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III - 4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष + 1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

इकाई अंक कैसे निकाले :-

किसी संख्या का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए दी हुई संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं।

उदाहरण :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्रमशः 8, 7, 2, 4 हैं जिनका गुणा करने पर हमें 448 प्राप्त होता है जिसके इकाई का अंक 8 है। अतः $128 \times 287 \times 542 \times 54$ का गुणा करने पर गुणनफल में इकाई का अंक 8 होगा।

Note :- ऐसे प्रश्नों को सरल तरीके से करने के लिए पहले कोई दो संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं और प्राप्त गुणनफल में इकाई अंक को अगली संख्या के इकाई के अंक से गुणा करते हैं। और यही प्रक्रिया दोहराते हैं।

जैसे :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्या है ?

= $8 \times 7 \times 2 \times 4$ ($128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक लेने पर)

= $56 \times 2 \times 4$ (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= $6 \times 2 \times 4$ (56 में इकाई का अंक लेने पर)

= 12×4 (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= 2×4 (12 में इकाई का अंक लेने पर)

= 8 (यही $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई का अंक है)

घातांक वाली संख्याओं में इकाई अंक ज्ञात करना-

जिस संख्या का इकाई अंक 0, 1, 5, 6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा।

- 0, 1, 5, 6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

Ist घात में 1 कम करेंगे - 66

II - 1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III - 4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष + 1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

इकाई अंक

टाइप-1 no/ power 1 2 3 4

$(---0)^n = 0$ 33 9 7 1

$(----1)^n = 1$ 55 5 5 5

$(----5)^n = 5$ 77 9 3 1

$(----6)^n = 6$ 22 4 8 6

$666 \quad 6 \quad 6$

$88 \quad 4 \quad 2 \quad 6$

$44 \quad 6 \quad 4 \quad 6$

0,1,5,6 - No change

$x^{19} = x^3$

$x^{37} = x^1$

$x^{40} = x^4$

$x^{50} = x^2$

नीचे दिये गए expression में इकाई अंक 5 है तो x के संभव मान ज्ञात करें ?

$x^{73} - x^{37}$

$x^1 - x^1 = 0$

x के लिये कोई भी संभव मान नहीं है जिसके इकाई अंक 5 है !

टाइप-02

	odd	even
4	4	6
9	9	1

$4^{40} = 6$

$9^{8763} = 9$

$4^{41} = 4$

$9^{70} = 1$

टाइप-03

$3^{81} = 3$

$3^{82} = 3^2 = 9$

$3^{83} = 3^3 = 7$

$3^{84} = 3^4 = 1$

$7^{50} = 7^2 = 9$

$7^{51} = 7^3 = 3$

$7^{52} = 7^4 = 1$

$7^{53} = 7^1 = 7$

power	1	2	3	4
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6

$8^{31} = 8^3 = 2$

$2^{5718} = 2^2 = 4$

$8^{32} = 8^4 = 6$

$2^{5719} = 2^3 = 8$

$8^{33} = 8^1 = 8$

$2^{5720} = 2^4 = 6$

$8^{34} = 8^2 = 4$

$2^{5721} = 2^1 = 2$

$L_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$L_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$L_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

L_3 से बड़ा हर factorial हमेशा 4 से पूर्णतः भाग होगा !

(1) इसके गुणनफल में इकाई अंक है ?

(24) यदि x एक धनात्मक पूर्णांक संख्या है, तो $(24)^{2x+1} \times (33)^{x+3} \times (17)^{x+2} \times (9)^{2x}$ का इकाई अंक क्या होगी ?

- (a) 4
- (b) 6
- (c) 7
- (d) 8

$$(24)^{2x+1} \times (33)^{x+3} \times (17)^{x+2} \times (9)^{2x}$$

$$\begin{array}{ccccccc} (24)^3 \times (33)^{14} \times (17)^3 \times 9^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \times 9 \times 3 \times 1 = 8 \end{array}$$

(25) $3^{65} \times 6^{59} \times 7^{71}$ के गुणनफल का इकाई अंक बताइए !

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 4
- (d) 6

$$3^{65} \times 6^{59} \times 7^{71}$$

$$3 \times 6 \times 3 = 4$$

(26) संख्या 30^{2928} का सबसे दायों गैर शून्य अंक क्या है ?

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 9

$$30^{2928}$$

$$(3 \times 10)^{2928}$$

$$3^{2928} \times 10^{2928}$$

$$1 \text{-----} \times 2928$$



(27) $5^3 \times 2^3 \times 2^{998}$ मेंहजार के स्थिति पर अंक ज्ञात करे ?

- (a) 2
- (b) 4
- (c) 0
- (d) 8

Ans(b)

$$5^3 \times 2^3 \times 2^{998}$$

$$10^3 \times \text{-----} 4$$

$$\text{-----} 4000$$

(28) 225^{6633} का इकाई अंक ज्ञात करे ?

- (a) 0
- (b) 3
- (c) 4
- (d) None of these

Ans(d)

$$225^{6633}$$

$$5^{6633}$$



अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1. प्रथम 11 क्रमिक सम संख्याओं के वर्गों का औसत क्या है?

- A. 184
- B. 148
- C. 186
- D. 174

हल:

$$\frac{2^2 + 4^2 + \dots + 22^2}{11}$$

$$= \frac{2^2(1^2 + 2^2 + \dots + 11^2)}{11}$$

$$= \frac{4}{11} \times \frac{11(11+1)(2 \times 11+1)}{6} = \frac{4 \times 12 \times 23}{6} = 184$$

प्रश्न 2. दो अंकों की संख्या के अंकों का गुणनफल 24 है, यदि इसका इकाई का अंक दहाई के अंक के दुगुने से 2 अधिक है तो संख्या ज्ञात कीजिए।

- A. 46
- B. 64
- C. 38
- D. 21

हल:

$$\Rightarrow (7+x) - (12)$$

$$\Rightarrow x = 5$$

प्रश्न 26. $(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6})$ को $(\frac{2}{5} - \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{18})$ से भाग दिया जाये तो भागफल क्या होगा ?

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{18}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{30}}{-\frac{7}{45} + \frac{19}{90}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{17}{60}}{\frac{1}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{17 \times 18}{60} = \frac{17 \times 3}{10}$$

$$\Rightarrow 5\frac{1}{10}$$

प्रश्न 27. यदि $4^a = 5$, $5^b = 6$, $6^c = 7$ तथा $7^d = 8$ हो तो $(a \times b \times c \times d) = ?$

$$\Rightarrow 8 = 7^d = (6^c)^d = 6^{cd} = (5^b)^{cd}$$

$$= 5^{bcd} = (4^a)^{bcd} = 4^{abcd}$$

$$= 2^3 = 2^{2abcd}$$

$$= 2abcd = 3$$

$$= abcd = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ Ans.}$$

प्रश्न 28. प्राकृत संख्या n के लिए $(n^3 - n)$ सर्वदा किस बड़ी से बड़ी संख्या से विभक्त होगा ?

$$\Rightarrow (n^3 - n) = n(n^2 - 1) = n(n+1)(n-1)$$

$$\Rightarrow n=1 = (n^3 - n) = 0$$

$$n=2 = (n^3 - n) = 2 \times 1 \times 3 = 6$$

$$n=3 = (n^3 - n) = 3 \times 2 \times 4 = 6 \times 4$$

$$n=4 = (n^3 - n) = 4 \times 3 \times 5 = 6 \times 10$$

$\therefore (n^3 - n)$ सदैव 6 से विभक्त होगा !

प्रश्न 29. यदि n एक प्राकृत संख्या हो तथा $(10^n - 1)$ के अंकों का योग 4707 हो तो n का मान कितना होगा ?

माना $10^n = n$ एक अंक है !

तब $(10^n - 1)$ में n बार 9 आयेगा

$$\therefore 9n = 4707$$

$$= n = \frac{4707}{9} = 523$$

$$= (10^n - 1) = 523 \text{ Ans.}$$

अध्याय-2

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम

समापवर्तक

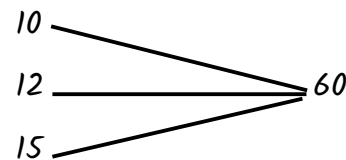
(L.C.M. & H.C.F.)

L.C.M. :- वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती है।

हम लोग गुणनखण्ड विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं। तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं।

जैसे - 10, 12, 15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जो 10, 12, 15 से कट जाए



60 वह छोटी से छोटी संख्या है जो 10, 12, 15 से कट जाएगी। अतः 60 ही हमारा L.C.M. है।

या

आप दी संख्याओं 10, 12, 15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखें और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया है वो ही L.C.M. है जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10, 12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दें तो गुणनफल 60 आएगा जो 10, 12 से कट जाएगा।

भाग विधि -

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

$$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

गुणनखण्ड विधि -

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$LCM = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Note: अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता है।

महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) (म.स.): - वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो। अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो म.स. कहलाता है।

उदाहरण- 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो ?

(i) भाग विधि -

5) 20 (4	5) 30 (6
20	30
x	x
5) 15 (3	
15	
x	

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

3	15	2	20	2	30
5	5	2	10	3	15
1		5	5	5	5
1		1		1	

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा।

(ii) उभयनिष्ठ (Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती है।

Note:- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजूद होता है जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती है। अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता है।

दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :-
दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं।

Example:-

1. 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

हल- $\frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$

$$36, 4800, 150 \text{ का LCM} = 14400$$

$$0.036, 4.8, 0.15 \text{ का LCM} = \frac{14400}{1000}$$

$$LCM = 14.4$$

2. 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

हल- $\frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$

$$200, 12000, 32 \text{ का HCF} = 8$$

$$\text{अतः } 0.20, 12 \text{ व } 0.032 \text{ का HCF} = \frac{8}{1000} = 0.008$$

भिन्नों का ल.स. एवं म.स.-

$$\text{भिन्नों का LCM} = \frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$$

$$\text{भिन्नों का HCF} = \frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$$

अक्षरों का LCM तथा HCF - अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ (Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है।

Example:-

A. $a^3b^5c^8, b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?

हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d हैं तथा इनपर बड़ी से बड़ी घात = a^3, b^{15}, c^8, d^4 हैं जो LCM होगा।

$$5(x-y)$$

$$5 \times 2 = 10$$

संख्याओं का योग 100

$$5x + 5y = 100$$

$$5(x+y) = 100$$

$$x+y=20$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - (4xy)$$

$$= (20)^2 - 4 \times 99$$

$$= 400 - 396$$

$$= 4$$

$$x-y=2$$

9. तीन अलग-अलग रास्तों के क्रॉसिंग पर ट्रेफिक की बत्ती क्रमशः 48, 72, 108, सेकंड में बदलती यदि वह 8:20 पर एक साथ बदलती है। तो फिर एक साथ कब बदलेगी।

48, 72, 108 का ल.स. = 432 से. या 7 मिनट 12 से.

Next time बत्ती बदलेगी - 8:20 + 7:12 = 8:27:12

10. दो संख्याओं का गुणनफल 1008 है। और उसका ल.स. 168 है तो म.स. ज्ञात करें।

$$\frac{1008}{168} = 6$$

Type - 2

1. तीन संख्याएँ 2:3:4 के अनुपात में हैं तथा उनका म.स. 12 है। उनका ल.स. क्या होगा?

अनुपात में 12 का गुणा करके संख्या निकालेंगे और उन संख्याओं का L.C.M. करेंगे।

वही Ans. होगा।

$$2 : 3 : 4$$

$$\times 12 \quad \times 12 \quad \times 12$$

24, 36, 48 का L.C.M. = 144

2. दो संख्याएँ 3:4 के अनुपात में हैं। उनके म.स. तथा ल.स का गुणनफल 2028 है तो संख्याओं का योगफल?

$$x^2 = \frac{2028}{3 \times 4} = 169$$

$$\text{योग} = 3x + 4x = 7x$$

$$x = \sqrt{169} = 13 \times 7 = 91$$

3. दो संख्याओं का ल.स. 48 है। वे संख्याएँ 2:3 के अनुपात में हैं तो योग

$$\frac{48}{6} = 8 \times 5 = 40$$

4. दो संख्याओं का योग 24 तथा उनके म.स. व ल.स. क्रमशः 8, 16 हैं उनके व्युत्क्रमों का योग होगा।

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 3/16$$

5. भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का ल.स. ज्ञात करो।

भिन्नो का ल.स.

$$\text{अंशों का ल.स. / हरो का म.स.} = \frac{12}{1}$$

HCF और LCM के महत्वपूर्ण सूत्र:-

$$\text{ल.स.} = (\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}) \div \text{HCF}$$

$$\text{ल.स.} \times \text{म.स.} = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{पहली संख्या} = (\text{LCM} \times \text{HCF}) \div \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{म.स.} = (\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}) \div \text{LCM}$$

$$\text{दूसरी संख्या} = (\text{LCM} \times \text{HCF}) \div \text{पहली संख्या}$$

LCM एवं HCF के याद रखने योग्य तथ्य :-

- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक उन संख्याओं से छोटा नहीं होता है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक संख्या से बड़ा नहीं होता है।
- सह-अभाज्य संख्या का महत्तम समापवर्तक = 1 होता है।
- दो या दो से अधिक अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 1 होता है।
- यदि एक संख्या, दूसरी संख्या का गुणज हो, तो उनका लघुत्तम समापवर्तक सबसे बड़ी संख्या तथा महत्तम समापवर्तक सबसे छोटी संख्या होती है।

अभ्यास प्रश्न

Q. वह सबसे बड़ी संख्या कौन सी है जिससे 2400 एवं 1810 से भाग देने पर क्रमशः 6 और 4 शेष बचते हैं।

हल:

$$2400 - 6 = 2394, 1810 - 4 = 1806$$

अतः अभीष्ट संख्या 2394 एवं 1806 का म.स. = 42

Q. 10,000 में से कौन सी बड़ी संख्या घटाई जाय कि शेष 32, 36, 48 तथा 54 से पूर्ण या विभाजित हो-

हल:

$$32, 36, 48 \text{ एवं } 54 \text{ का ल.स.} = 864$$

$$\text{अतः वह बड़ी से बड़ी संख्या} = 10000 - 864 = 9136$$

Q. वह सबसे बड़ी संख्या कौन सी है जिससे 38, 45 एवं 52 में भाग देने पर क्रमशः 2, 3 एवं 4 बचते हैं ?

हल:

$$\text{अभीष्ट अधिकतम संख्या} = (38 - 2), (45 - 3), (52 - 4) \text{ का म.स.}$$

$$= 36, 42, 48 \text{ का म. स.} = 6$$

Q. दो संख्याओं का गुणनफल 7168 है एवं उनका म. स. 16 है तो संख्याएँ क्या हैं।

हल : माना कि संख्याएँ $16a$ तथा $16b$ हैं तथा परस्पर अभाज्य भी हैं।

$$\text{अतः } 16a \times 16b = 7168$$

$$ab = 28$$

अब वे जोड़े देखते हैं जिनका गुणनफल 28 होता है।

वे हैं (28, 1) तथा (7, 4)

अतः संख्याएँ हो सकती हैं (448, 16)

तथा (112, 64)

Q. वह न्यूनतम संख्या कौन सी है जिसमें 18, 24, 30 एवं 42 से भाग देने पर हर हाल में 1 ही शेष बचता हो

हल:

$$\text{अभीष्ट संख्या} = (18, 24, 30, 42 \text{ का ल. स.}) + 1$$

$$= 2520 + 1 = 2521$$

Q. वह सबसे छोटी संख्या बतायें जिसमें 52, 78 एवं 117 से भाग देने पर क्रमशः 33, 59 एवं 98 शेष बचता हो

हल:

$$\text{चूँकि } (52 - 33) = 19, (78 - 59) = 19, (117 - 98) = 19$$

$$\text{इसलिए अभीष्ट संख्या} = (52, 78, 117 \text{ का ल. स.}) - 19$$

$$= 468 - 19 = 449$$

Q. दो संख्याएँ 5:6 के अनुपात में हैं यदि उनका ल. स. 120 हो, तो उनका म. स. होगा

हल: माना कि संख्याओं का म० स० a है, अतः संख्याएँ होंगी $5a$ तथा $6a$

$$\text{अतः } 5a \times 6a = 120 \times a$$

$$30a = 120$$

$$a = 4$$

Q. 2324 तथा 8148 का महत्तम समापवर्तक क्या होगा?

(A) 69

(B) 84

(C) 28

(D) 38

हल:

$$\begin{array}{r}
 2324 \overline{) 8148} \quad (3 \\
 \underline{6972} \\
 1176 \overline{) 2324} \quad (1 \\
 \underline{1176} \\
 1148 \overline{) 1176} \quad (1 \\
 \underline{1148} \\
 28 \overline{) 1148} \quad (41 \\
 \underline{112} \\
 28 \\
 \underline{28} \\
 0
 \end{array}$$

$$\text{अभीष्ट म. स.} = 28$$

1, 1, 1

$$\text{ल. स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

हरों का म. स. अर्थात् 5, 8, 9 का म. स. ज्ञात करना है।

$$5 = 5 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \times 1$$

$$9 = 3 \times 3 \times 1$$

म. स. = 1 (क्योंकि ये ही कॉमन फैक्टर है।)

$$\text{अतः दी गई भिन्न का ल. स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

$$= \frac{12}{1} = 12$$

Q. 100 तथा 200 के बीच आने वाले उन पूर्णाकों, जो 9 तथा 6 दोनों से विभाजित हों, की कुल संख्या होगी-

हल:- सामान्य समझ पर

$$9, 6 \text{ का ल.स.} = 18$$

अतः इस संख्या से विभाज्य संख्या, जो 100 से 200 के बीच है

108, 126, 144, 162, 180 तथा 198 होंगी।

$$\therefore \text{कुल संख्या} = 6$$

Q. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर, डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः समान माप की बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की आवश्यकता होगी?

हल:- परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

$$465)496 \text{ (1)}$$

$$465$$

$$31) 465 \text{ (15)}$$

$$465$$

$$31)403 \text{ (13)}$$

$$403$$

xxx

तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी जो कि 31 लीटर है।

$$\text{पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल } 403 \div 31 = 13$$

$$\text{डीजल के लिए आवश्यक बोतल } 465 \div 31 = 15$$

$$\text{मोबिल के लिए आवश्यक बोतल } 496 \div 31 = 16$$

$$\text{कुल बोतलों की संख्या} = 44$$

Q. $8^3 \times 4^4 \times 10^2$, $4^3 \times 8 \times 10^3$, $8^2 \times 12 \times 4^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा?

$$\text{हल: } 8^3 \times 4^4 \times 10^2, 4^3 \times 8 \times 10^3 \text{ एवं } 8^2 \times 12 \times 4^2 \text{ का}$$

$$(2^3)^3 \times (2^2)^4 \times 2^2 \times 5^2,$$

$$(2^2)^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3, (2^3)^2 \times 2^2 \times 3(2^2)^2$$

$$= 2^9 \times 2^8 \times 2^2 \times 5^2, 2^6 \times 2^3 \times 2^3 \times 5^3,$$

$$2^6 \times 2^2 \times 3 \times 2^4$$

$$= 2^{19} 5^2, 2^{12} 5^3, 2^{12} 3$$

तीनों में कॉमन 2 है तथा इसकी कॉमन घात 12 है।

$$\text{अतः } 2^{12} = 4096 \text{ HCF होगा।}$$

Q. पदों $8a^2b^2c$ एवं $16ab^2d$ का लघूत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें।

$$\text{हल: } 8a^2b^2c \text{ के गुणनखंड } 2^3a^2b^2c$$

$$16ab^2d \text{ के गुणनखंड } 2^4 \times ab^2d$$

LCM = दोनों में प्रत्येक गुणांक एवं व्यंजक की उच्चतम घातों का गुणा = $2^4 \times a^2 \times b^2 \times c \times d$

$$(LCM) = 16a^2b^2cd$$

Q. 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} का लघूत्तम समापवर्त्य होगा।

हल:- 4^{-6} , 4^{-2} , 4^{-9} , 4^{-1} में सभी पदों के आधार (4) समान है। अतः 4 की सबसे बड़ी घात 4^{-1} ही लघूत्तम समापवर्त्य (LCM) होगा।

Q. 2^3 , 3^2 , 4 तथा 15 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } 2^3, 3^2, 4, 15$$

$$\text{अर्थात् } 8, 9, 4, 15 \text{ का म. स.} = 1$$

अध्याय-10

लाभ और हानि

(Profit and Loss)

- (1) **क्रय मूल्य (cp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है।

$$\text{क्रय मूल्य} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{लाभ}$$

Note - $SP > CP = \text{लाभ}$

- (2) **विक्रय मूल्य (sp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं।

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} + \text{लाभ}$$

Note - $SP < CP = \text{हानि}$

$$SP = \text{विक्रय मूल्य} \quad P = \text{लाभ}$$

$$\text{Mark Price (m.p)} = \text{अंकित मूल्य}$$

$$CP = \text{क्रय मूल्य} \quad \text{Loss (L)} = \text{हानि}$$

$$\text{Discount (D)} = \text{बट्टा/छुट}$$

$$P = SP - CP, \quad P\% = \frac{P}{CP} \times 100$$

$$\text{Loss} = CP - SP, \quad L\% = \frac{L}{CP} \times 100$$

$$SP = CP \times \frac{100 \pm \text{लाभ/हानि}}{100}$$

$$CP = SP \times \frac{100}{100 \pm \text{लाभ/हानि}}$$

$$\text{Discount} = \text{अंकित मूल्य (MP)} - \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

$$D\% = \frac{D}{MP \times 100} \quad ISP = \frac{MP \times (100 - D)}{100}$$

$$MP = \frac{SP \times 100}{(100 - D)}$$

$$\frac{CP \times (100 + P)}{100} = \frac{MP \times (100 - P)}{100} = \frac{CP}{MP} = \frac{100 - P}{100 + P}$$

$$CP \quad \quad \quad MP$$

$$100 - D \quad \quad \quad 100 + D$$

Type-1 = साधारण प्रश्न :-

- (1) एक पुस्तक का क्रय मूल्य 110 Rs तथा विक्रय मूल्य 123.20 Rs है इसे बेचने पर पुस्तक विक्रेता को कितने % लाभ होगा ?

$$\begin{aligned} \text{लाभ (P)} &= SP - CP \\ &= 123.20 - 110 \\ &= 13.20 \\ &= \frac{13.20}{110} \times 100 = 12\% \text{ ans.} \end{aligned}$$

- (2) एक साईकिल को 1960 Rs में खरीदकर Rs 1862 में बेचे जाने पर कितने % हानि होगी ?

$$\begin{aligned} \text{हानि (Loss)} &= CP - SP \\ &= 1960 - 1862 = 98 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L\% &= \frac{L}{CP} \times 100 \\ &= \frac{98}{1960} \times 100 \\ &= 5\% \text{ ans.} \end{aligned}$$

- (3) एक कुर्सी को 873 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है। कुर्सी का क्रय - मूल्य है ?

$$10\% = \frac{1}{10}L \quad SP = CP - L$$

$$= 10 - 1$$

$$970 \text{ Rs} \quad \quad \quad 9 = 873, \quad 1 = 97$$

$$10 = 97 \times 10 \quad \quad \quad CP = 970 \text{ Rs}$$

Type - 2 - जब कोई वस्तु दो बार बेची जाये

- (1) एक घड़ी को 2880 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है वह इसे कितने में बेचे कि उसे 5% लाभ हो ?

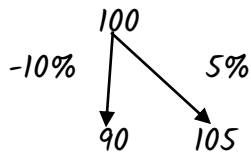
$$\text{दूसरी बार का विक्रय मूल्य} = \text{पहली बार का विक्रय मूल्य} \times \frac{(100 - \text{दूसरा}\%)}{(100 + \text{पहला}\%)}$$

$$\begin{aligned} &= 2880 \times \frac{(100 + 5)}{100 - 10} \\ &= 2880 \times \frac{105}{90} \\ &= 32 \times 105 \end{aligned}$$

$$\text{दूसरी बार का विक्रय मूल्य} = 3360 \text{ Rs}$$

2 Method

माना $CP = 100$

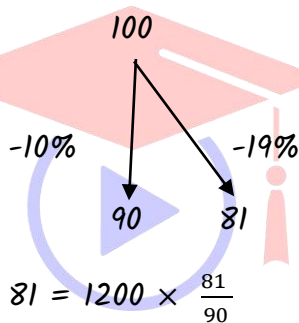


$$90 = 2880 \\ I = 32$$

$$105 = 32 \times 105 \\ = 3360 \text{ Rs (SP)}$$

- (2) एक दुकानदार ने एक साईकिल 10% हानि पर बेची. वह साईकिल को कितने RS में बेचता कि उसे 19% की हानि होती हो? यदि 10% हानि पर विक्रय मूल्य Rs 1200 हो.

माना $CP = 100$



$$90 = 1200$$

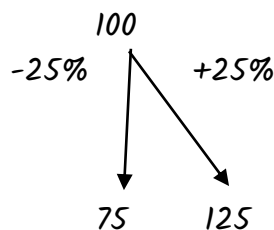
$$81 = 1200 \times \frac{81}{90} \\ = 1080 \text{ Rs.}$$

- (3) एक कुर्सी को Rs 720 में बेचने पर दुकानदार को 25% हानि होती है. वह कुर्सी को कितने Rs में बेचे कि उसे इस पर 25% लाभ हो?

$CP = 100$ (माना)

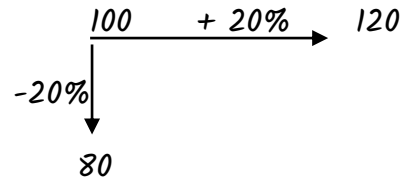
$$75 = 720 \text{ Rs}$$

$$125 = \frac{720}{75} \times 125 \\ = 1200 \text{ Rs}$$



- (4) 20 वस्तुओं को Rs 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि हो जाती है तदनुसार 20% लाभ कमाने के लिये उस व्यक्ति को 240 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए

Let $CP = 100$



$$80 = 160$$

$$I = 2$$

$$120 = 120 \times 2$$

20 वस्तुओं का $SP = 240 \text{ Rs}$

240Rs में 20 वस्तुएँ बेची जाये.

Type - 3 जब एक वस्तु कई बार खरीदी या बेची जाये -

- (1) राम ने एक साईकिल Rs 1000 में खरीदी और 20% का लाभ लेकर उसे श्याम को बेच दिया. श्याम ने 10% का घाटे में उसे मोहन को बेच दिया. बताइए मोहन ने साईकिल कितने Rs में खरीदी?

$$20\% = \pm \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$10\% = \frac{-1}{10} = \frac{9}{10}$$

माना मोहन ने $x \text{ Rs}$ में खरीदी

$$1000 \times \frac{6}{5} \times \frac{9}{10} = x$$

$$x = 1080 \text{ Rs}$$

2 Method

$$20\% = \frac{1}{5}$$

10%

प्रारम्भिक मूल्य अंकित मूल्य

5	6
10	9
50	54
↙ ×20	↘ ×20
1000	1080

मोहन ने 1080 में खरीदी !

$$\begin{aligned}
 CP &= 10 \times \sqrt{25 + 24} - 50 \\
 &= 10 \times \sqrt{49} - 50 \\
 &= 10 \times 7 - 50 \\
 &= 70 - 50 \\
 &= 20 \text{ Rs.}
 \end{aligned}$$

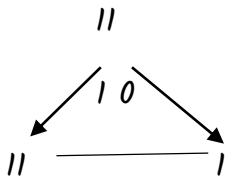
Note - ऐसे प्रश्नों में विक्रय के ऐसे दो गुणनखंड का पता लगाना है जिनका योग/अंतर 10 हो ! उसके गुणनखंड में 10 से गुना करे ! सबसे छोटा गुणनखंड वस्तु का क्रय मूल्य होगा !

(2) किसी वस्तु को 11 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का संख्यात्मक मान वस्तु के क्रय मूल्य के बराबर है वस्तु का क्रय मूल्य है ?

$$\begin{aligned}
 CP &= 10 \times \sqrt{25 + \text{विक्रय मूल्य} - 50} \\
 &= 10 \times \sqrt{25 + 11} - 50 \\
 &= 10 \times 6 - 50 \\
 &= 60 - 50
 \end{aligned}$$

$$CP = 10 \text{ Rs}$$

2 Method

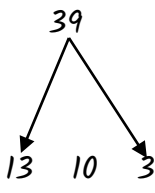


$$11 \times 10 = 110$$

$$10 \times 1 = 10$$

$$CP = 10 \text{ Rs}$$

(3) किसी वस्तु को 39 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का संख्यात्मक मान क्रय मूल्य के बराबर है ! तो वस्तु का क्रय मूल्य बताओ !

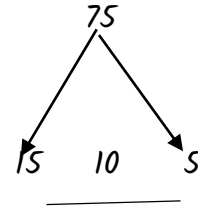


$$13 \times 10 = 130$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$CP = 30$$

(4) किसी वस्तु को 75 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का मान क्रय मूल्य के बराबर है तो वस्तु का क्रय मूल्य क्या होगा ?



$$15 \times 10 = 150$$

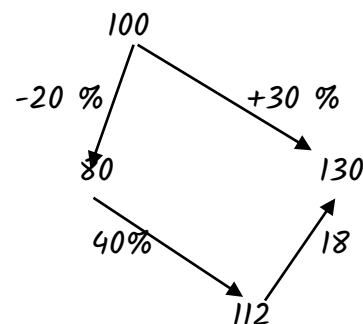
$$5 \times 10 = 50$$

$$CP = 50 \text{ Rs}$$

Type - 9 जब क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य दोनों ही बढ़ाये या घटाये जाये -

(1) एक व्यापारी अपना सामान 30 % लाभ पर बेचता है ! यदि वह 20 % कम पर सामान खरीदता और उसे 40 % लाभ पर बेचता तो उसे 144 Rs कम मिलते ! सामान का क्रय मूल्य बताओ !

$$\text{माना } CP = 100$$



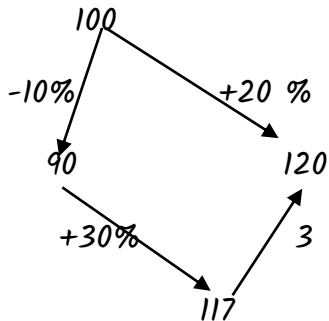
$$130 - 112 = 144 \text{ (प्रश्न में दिया है)}$$

$$18 = 144$$

$$1 = 8$$

$$100 = 800$$

- (2) एक दुकानदार अपना सामान 20 % लाभ पर बेचता है ! यदि उसने 10 % कम मूल्य पर खरीदा होता तथा Rs 18 कम में बेचा होता, तो 30 % का लाभ होता, क्रय मूल्य ज्ञात करें ?



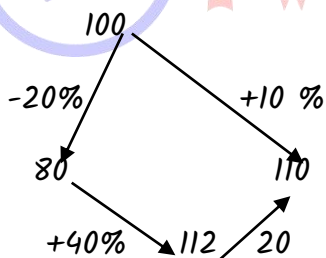
$$120 - 117 = 18 \text{ (प्रश्न में दिया है)}$$

$$3 = 18$$

$$1 = 6$$

$$100 = 600, \text{ CP} = 600 \text{ Rs ans.}$$

- (3) एक व्यक्ति अपने सामान को 10 % लाभ पर बेचता है ! यदि उसने उसे 20 % कम पर खरीदा तथा Rs 20 में बेचा होता तो उसे 40 % का लाभ होता ! क्रय मूल्य बताओ !



$$112 - 110 = 20 \text{ (प्रश्न में दिया है)}$$

$$2 = 20$$

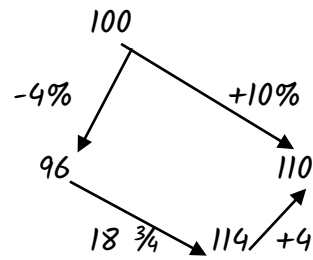
$$1 = 10$$

$$100 = 1000$$

$$\text{CP} = 1000 \text{ Rs}$$

- (4) एक दुकानदार किसी वस्तु को 10 % लाभ पर बेचता है यदि वह उसे 4 % सस्ता खरीदे तथा $18 \frac{3}{4}\%$ लाभ पर बेचे तो वह पहले से 10 Rs अधिक पा लेता है ! वस्तु का क्रय मूल्य बताओ !

$$18 \frac{3}{4} = 3/16$$



$$96 \times 3/16 = 18$$

$$4 = 10 \text{ (प्रश्न में दिया है)}$$

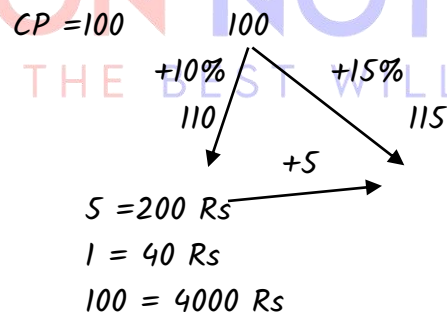
$$1 = 2.5$$

$$100 = 250$$

$$\text{CP} = 250 \text{ Rs}$$

Type - 10 जब कोई वस्तु कम या अधिक में बेची जाये

- (1) एक व्यक्ति अपना सामान 10 % लाभ पर बेचता है ! यदि वह 15 % लाभ पर बेचता तो उसे Rs 200 अधिक मिलते ! सामान का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिये !

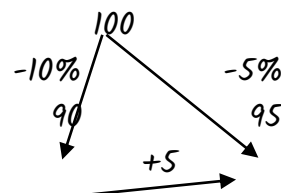


$$5 = 200 \text{ Rs}$$

$$1 = 40 \text{ Rs}$$

$$100 = 4000 \text{ Rs}$$

- (2) महेश ने एक वस्तु 10 % हानि पर बेची यदि वह उसे 5% हानि पर बेचता तो उसे 60 Rs अधिक मिलते महेश ने वस्तु कितने Rs में खरीदी ?



$$5 = 60$$

$$1 = 12$$

$$100 = 1200$$

अध्याय-11

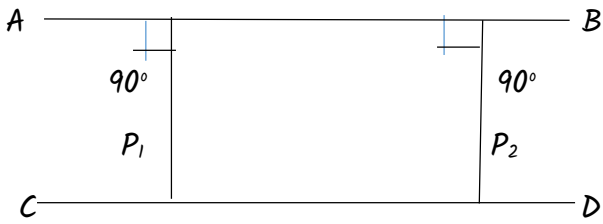
न्यामिति

• सरल रेखा :-

A. _____ . B

रेखा संकेत = AB

• समान्तर रेखाये :-



- यहाँ AB व CD एक दूसरे की समान्तर रेखाएँ हैं, इन्हें 0° रेखा या अप्रतिच्छेदी रेखा भी कहते हैं!

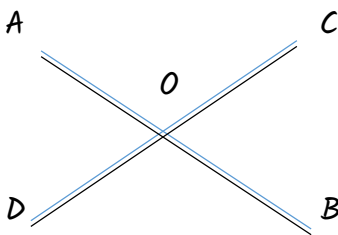
○ संकेत = $AB \parallel CD$

- समान्तर रेखाओं के बीच की लम्बवत दूरियाँ हमेशा बराबर होती हैं

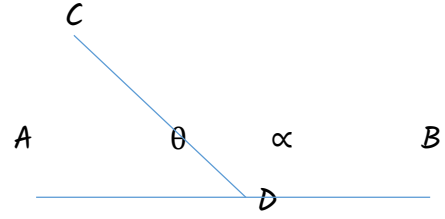
$$P_1 = P_2$$

- AB व CD की लम्बाईयाँ बराबर हो तो संकेत $AB = CD$

• असमानतर रेखाये :-

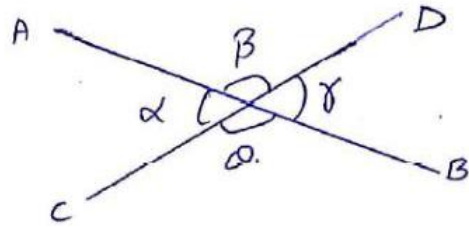
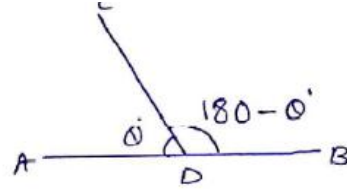


- AB तथा CD असमानतर रेखाये हैं इन्हें प्रतिच्छेदी रेखा भी कहते हैं।
- यदि दो रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं तो उनके शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं! यहाँ $\angle AOD = \angle COB$ व $\angle AOC = \angle DOB$ होंगे!
- यदि $\theta + \alpha = 180^\circ$ हो तो कोण θ व α सम्पूरक कोण (Supplementary Angle) होंगे।



- यदि $\theta + \alpha = 90^\circ$ हो तो θ व α पूरक / Complementary कोण होंगे!

• रेखिक कोण युग्म :-



रेखिक कोण युग्म :-

α व β

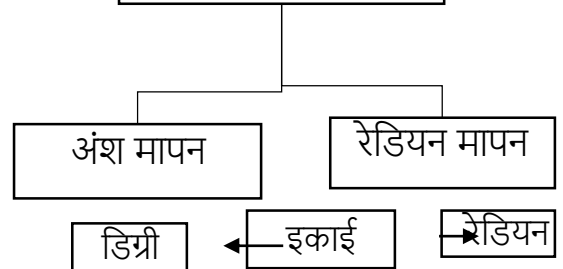
β व γ

γ व θ

θ व α

$\alpha + \theta = 180^\circ$, $\beta + \gamma = 180^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

कोण का मापन



$$\pi \text{ रेडियन} = 180^\circ \text{ डिग्री}$$

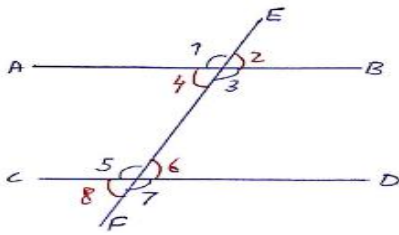
$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180^\circ}{\pi} \text{ or } 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$

$$x \text{ रेडियन} = \frac{180^\circ}{\pi} \times x \text{ डिग्री}$$

or $x^\circ = \frac{\pi}{180} \times x$ रेडियन

कोणों के प्रकार :-

1. जब $0^\circ < \theta < 90^\circ$ हो - न्यून कोण
 2. जब $\theta = 90^\circ$ हो - समकोण
 3. जब $90^\circ < \theta < 180^\circ$ हो- अधिक कोण
 4. जब $\theta = 180^\circ$ हो- रज्जु / सरल कोण
 5. जब $180^\circ < \theta < 360^\circ$ हो - वृहत् कोण
- जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटे तो -



(1) शीर्षाभिमुख कोण बराबर होंगे ! जैसे :-

$\angle 1 = \angle 3$	$\angle 2 = \angle 4$
$\angle 5 = \angle 7$	$\angle 6 = \angle 8$

(2) संगत कोण बराबर / समान होंगे-

$\angle 2 = \angle 6$	$\angle 1 = \angle 5$
$\angle 3 = \angle 7$	$\angle 4 = \angle 8$

(3) एकांतर कोण बराबर होंगे -

$\angle 3 = \angle 5$	$\angle 1 = \angle 7$
-----------------------	-----------------------

(आंतरिक एकांतर कोण) (बाह्य एकांतर कोण)

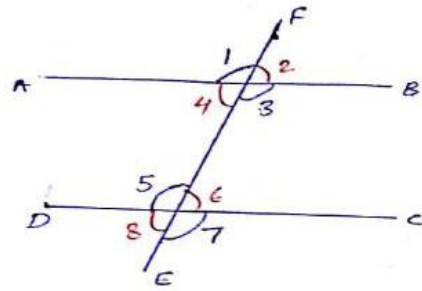
$\angle 4 = \angle 6$	$\angle 2 = \angle 8$
-----------------------	-----------------------

(4) एक ही तरफ के अंत : कोणों व बाह्य कोण / बहिष्कोण का योग 180° होगा -

$\angle 3 + \angle 6 = \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ (अंत :कोण)

$\angle 1 + \angle 8 = \angle 2 + \angle 7 = 180^\circ$ (बहिष्कोण)

Hints :-



- यदि तिर्यक रेखा व रेखा के बीच एक कोण 90° का हो तो सारे angles 90° के होंगे !
- यदि एक भी कोण 90° का न हो तो

Less than 90° सारे बराबर

Greater than 90° सारे बराबर

ex. :- $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8$

and $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7$

बहुभुज

उत्तल बहुभुज

(Convex)

$\theta < 180^\circ$

त्रिभुज

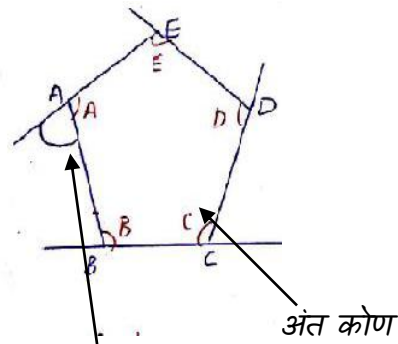
अवतल बहुभुज

(Concave)

$\theta > 180^\circ$

चतुर्भुज

सबसे कम भुजा वाला बहुभुज - त्रिभुज



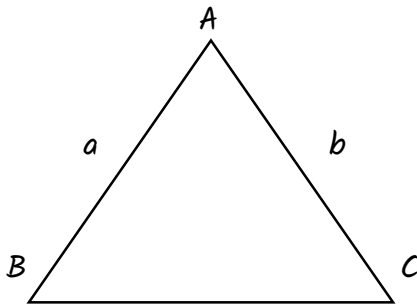
बहिष्कोण

बहुभुज के किसी एक ही बिंदु पर अंत :

कोण + बहिष्कोण = 180°

सभी बहिष्कोणों का योग = 360°

Triangle (त्रिभुज) :- तीन भुजाओं से घिरी बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।



Conditions :-

- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है !
- किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है !

$$a - b < c \text{ or } b - c < a \text{ or } c - a < b$$

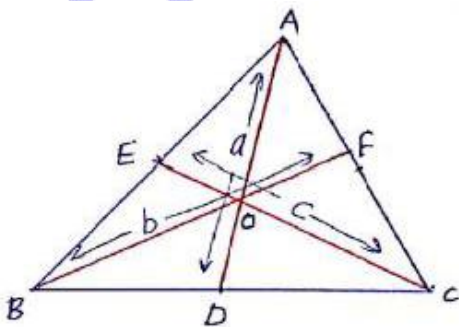
$$\# \text{ परिमाप } P = a + b + c,$$

$$\text{अर्द्धपरिमाप } S = \frac{a+b+c}{2}$$

(हीरेन सूत्र)

$$\text{क्षेत्रफल } A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

माधिका :



किसी त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा के मध्य बिंदु को मिलाने वाली सीधी रेखा Δ की माधिका कहलाती है !

यहाँ a, b, c , ΔABC की 3 माधिकाये हैं !

अतः $BD = DC$, $AF = FC$, व $AE = EB$

$$S = \frac{a+b+c}{2} \text{ (} a, b, c \rightarrow \Delta \text{ की माधिकाये हैं)}$$

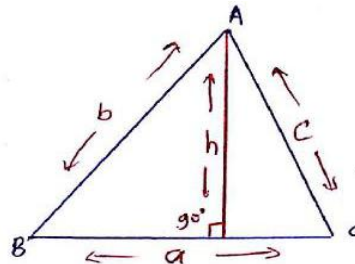
$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

(a, b, c) माधिका वाले Δ का क्षेत्र. = $\frac{4}{3} \times (a, b, c)$ भुजा वाले Δ का क्षेत्रफल

जब Δ की एक भुजा (आधार) व उसकी ऊँचाई (h) दी गई हो तो

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times h$$



Ex:- एक त्रिभुज की भुजाएँ 3cm, 4cm और 5cm हैं। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(SSC-CHSL-2021)

$$\text{Ans. } S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{3+4+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = 6 \text{ Ans.}$$

त्रिभुज के प्रकार :-

- कोण के आधार पर:-

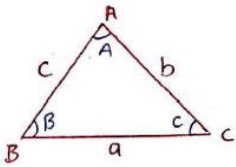
न्यूनकोण Δ	समकोण Δ	अधिक कोण Δ
तीनों कोण न्यूनकोण ($< 90^\circ$)	एक कोण समकोण (90°)	एक कोण अधिक कोण ($> 90^\circ$)
$c^2 < (a^2 + b^2)$	$c^2 = a^2 + b^2$	$c^2 > a^2 + b^2$

$(c - \text{सबसे बड़ी भुजा})$

- भुजाओं के आधार पर

विषमबाहू त्रिभुज	समद्विबाहू Δ	समबाहू Δ
------------------	---------------------	-----------------

तीनों कोण तथा तीनों भुजा असमान	दो भुजा और दो कोण बराबर	तीनों भुजाएँ तीनों कोण बराबर प्रत्येक θ $= 60^\circ$
---	-------------------------------	---



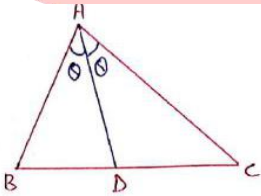
$\Rightarrow$ यदि $c < b < a$ हो तो $\angle C < \angle B < \angle A$

$\Rightarrow$ बड़ी भुजा के सामने $\rightarrow$ बड़ा कोण
छोटी भुजा के सामने $\rightarrow$ छोटा कोण

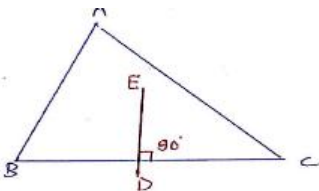
• कोण का समद्विभाजन :-

यदि रेखा AD, कोण A को समद्विभाजित करती है तो

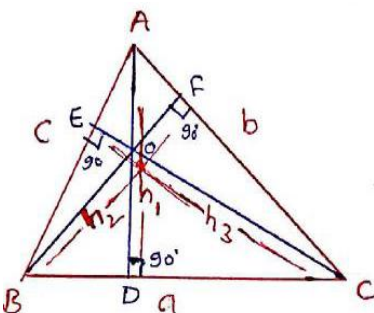
$$BD : DC = AB : AC$$



- भुजा का लम्ब अर्धक / समद्विभाजक :-
- यदि ED रेखा, भुजा BC की लम्ब अर्धक है तो $BD = DC$ व $ED \perp BC$ होगी
- जब $AB = AC$ हो तो ED, शीर्ष A से गुजरेगी अन्यथा नहीं!



• शीर्षलम्ब / ऊँचाई :-



- त्रिभुज के एक शीर्ष से सामने वाली भुजा पर डाला गया लम्ब शीर्षलम्ब (ऊँचाई) कहलाता है !

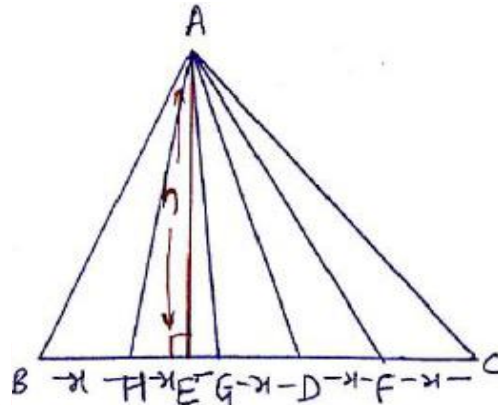
- $AD \perp BC, BF \perp AC$ व $CE \perp AB$
- ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}bh_2 = \frac{1}{2}ch_3$

$$ah_1 = bh_2 = ch_3$$

or

$$a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$$

- बड़ी भुजा पर शीर्षलम्ब = छोटा
- छोटी भुजा पर शीर्षलम्ब = बड़ा
- समान भुजाओं के शीर्षलम्ब = समान



एक ही शीर्ष तथा एक ही आधार रेखा पर बने सभी त्रिभुजों की ऊँचाईयाँ (h) बराबर होती हैं तथा इनका क्षेत्रफल आधार की लम्बाईयों के समानुपाती होगा !

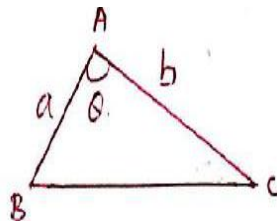
ΔABC का क्षेत्रफल : ΔAHD का क्षेत्रफल : ΔABF का क्षेत्रफल

$$BC : HD : BF$$

$$5 : 2 : 4$$

- जब Δ की दो भुजाओं की लम्बाई व उनके मध्य के कोण का मान दिया हो तो

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल } = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \theta$$



अध्याय-15

वर्ग तथा वर्गमूल

वर्गमूल

- (1) किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए 2 -2 अंकों के जोड़े बनाये जाते हैं ! जोड़े हमेशा दाईं ओर से बनते हैं !

$$\text{जैसे} = \sqrt{3\ 62\ 54\ 46}$$

- (2) दशमलव के बाद वाली संख्या के जोड़े बाईं ओर से बनते हैं ! जैसे - $\sqrt{54.62\ 45\ 20}$
- (3) दशमलव संख्याओं का वर्गमूल संख्या से बड़ा होता है !
जैसे -

$$\sqrt{0.1} = 0.3162 \quad \sqrt{0.2} = 0.4472$$

$$\sqrt{0.3} = 0.5477 \quad \sqrt{0.4} = 0.6324$$

$$\sqrt{0.5} = 0.7071 \quad \sqrt{0.6} = 0.7745$$

$$\sqrt{0.7} = 0.8366 \quad \sqrt{0.8} = 0.8944$$

$$\sqrt{0.9} = 0.9486$$

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करने का तरीका :-

	0.632
6	0.400000
6	36
123	400
3	369
1262	3100
2	2524
1264	576

- (4) किसी संख्या का वर्गमूल हमेशा घनात्मक व ऋणात्मक दोनों होता है ! जैसे - $\sqrt{4} = \pm 2$, $\sqrt{25} = \pm 5$
- (5) किसी संख्या में इकाई के स्थान पर 2,3,7,8 हो तो वह संख्या कभी भी पूर्ण वर्ग संख्या नहीं होती है !

- (6) 1 से 9 तक संख्याओं के वर्गमूल -

$\sqrt{1} = 1.00$	$\sqrt{2} = 1.4142$
$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{4} = 2.00$
$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{6} = 2.449$
$\sqrt{7} = 2.654$	$\sqrt{8} = 2.828$
$\sqrt{9} = 3.00$	

- (7) वर्गमूल ज्ञात करने की संक्षिप्त विधि-

Table :-

1 = 1,9
4 = 2,8
5 = 5
6 = 4,6
9 = 3,7

किसी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए संख्या का इकाई का अंक देखते हैं ! इकाई के अंक का मान सारणी के अनुसार रख देते हैं ! फिर इकाई व दहाई दो अंकों को छोड़ देते हैं शेष बचे अंकों से पहले की पूर्ण वर्ग संख्या देखते हैं ! उसका मान लिख देते हैं ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प बनते हैं फिर बचे हुए अंकों व उससे पहले तथा बाद की पूर्ण वर्ग संख्या की तुलना करते हैं ! यदि पहले वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास है तो छोटी संख्या तथा बाद वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास है तो बड़ी संख्या उत्तर होगा !

उदाहरण -

$$\sqrt{3364}$$

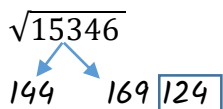
$\swarrow \searrow$
 25 36 52

58

दी गई संख्या 3364 का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए इकाई का अंक 4 मिलता है ! सारणी से 4 का मान 2 व 8 लिख देते हैं ! फिर दो अंक छोड़ने के बाद शेष बचा 33 अतः 33 से पहले पूर्ण वर्ग संख्या है ! 25 , इसलिए 25 का वर्गमूल अर्थात् 5 होता है ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प हुए 52 व 58 , फिर देखते हैं कि 33 से पहले पूर्ण वर्ग 25 व बाद में 36 है ! संख्या 33 , बड़ी पूर्व वर्ग संख्या 36 के नजदीक है ! अतः हमारा उत्तर बड़े वाली संख्या अर्थात् 58 होगा !

उदाहरण -

$$\sqrt{15346}$$



126

∴ 15376 का वर्गमूल = 124

(8) वर्गमूल में लगभग मान ज्ञात करने के लिए-

$$\sqrt{x \pm y} = \sqrt{x} \pm \frac{y}{2\sqrt{x}}$$

उदाहरण 1- $\sqrt{15} = \sqrt{16-1} = 4 - \frac{1}{2 \times 4}$

$$= 4 - \frac{1}{8} = 3.87$$

उदाहरण 2- $\sqrt{18} = \sqrt{16+2} = 4 + \frac{2}{2 \times 4}$

$$= 4.25$$

Note - संख्या को दो भागों में तोड़ते हैं ! पहला भाग पूर्ण वर्ग संख्या होता है ! संख्या जिस पूर्ण वर्ग संख्या के पास है वो मान लेते हैं !

Ex-1. $\frac{64}{0.04}$ का वर्गमूल ज्ञात करें ?

हल - $\sqrt{\frac{64}{0.04}} = \frac{8}{0.2} = \frac{80}{2} = 40$

Ex-2. $\sqrt{\frac{289}{x}} = \frac{1}{5}$ हो तो x का मान क्या होगा ?

हल - $\sqrt{\frac{289}{x}} = \frac{1}{5} = \frac{17}{\sqrt{x}} = \frac{1}{5} = \sqrt{x} = 85$

$$= x = 85^2$$

$$\therefore x = 7225$$

Ex-3. $\sqrt{\frac{0.081 \times 0.484}{0.0064 \times 6.25}} = ?$

हल - चूकी दी गई संख्या में अंश व हर दोनों के 6-6 अंकों पर दशमलव हैं ! अतः दशमलव हट जायेगी व हल इस प्रकार होगा !

$$\sqrt{\frac{81 \times 484}{64 \times 625}} = \frac{9 \times 22}{8 \times 25} = \frac{99}{100} = 0.99$$

Ex-4. $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$ हो तो x का मान क्या होगा ?

हल- $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$

दोनों तरफ वर्ग करने पर ,

$$= 5 + x^{\frac{1}{3}} = 9$$

$$\sqrt[3]{x} = 9-5$$

$$x^{\frac{1}{3}} = 4$$

$$x = 4^3$$

$$x = 64$$

Ex-5. $\sqrt{0.000441}$ का मान ज्ञात करें ?

हल - $\sqrt{0.000441} = \sqrt{\frac{441}{1000000}} = \frac{21}{1000} = 0.021$ Ans

Ex-6. दो प्राकृत संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा उनका गुणनफल 2160 है ! उनमें छोटी संख्या होगी ?

हल - दो प्राकृत संख्याएँ = $3x, 5x$

$$3x \times 5x = 2160$$

$$15x^2 = 2160$$

$$x^2 = \frac{2160}{15} = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12$$

$$\text{संख्याएँ} = (3 \times 12), (5 \times 12) = (36, 60)$$

17. यदि $\times$ का अर्थ भाग देना, $-$ का अर्थ गुणा करना, $\div$ का अर्थ जोड़ना और $+$ का अर्थ घटाना तो $(3-15 \div 11) \times 8 + 6 = ?$

(a) 0 (b) 1 (c) 4 (d) 8

ans. (b)

18. $4 \times 6 \times 2 = 351$, $3 \times 9 \times 8 = 287$

,
 $9 \times 5 \times 6 = ?$

(a) 270 (b) 845 (c) 596 (d)

659

ans (b)

19. $4 * 6 = 72$, $81 * 5 = 225$, $9 * ? = 147$

(a) 7 (b) 8 (c) 29 (d)

43

Ans. (a) जिस प्रकार, $4 * 6 = 2^2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

और $81 * 5 = 9^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

उसी प्रकार, $9 * ? = 147$

$$3^2 \times ?^2 = 147$$

$$3 \times ?^2 = 147$$

$$?^2 = 147 \div 3 = 49$$

$$? = 7$$

20. यदि $-$ जोड़ने, $+$ घटाने, $\times$ भाग करने और $\div$ का गुणा करने के लिए प्रयोग किया जाता है तो

$$7-10 \times 5 \div 6 + 4 = ?$$

(a) 3 (b) 12 (c) 15 (d) 9

Ans (c) $7-10 \times 5 \div 6 + 4 = ?$

प्रश्नानुसार चिन्ह बदलने पर,

$$7 + 10 \div 5 \times 6 - 4 = ?$$

$$7 + 2 \times 6 - 4 = 7 + 12 - 4 = 19 - 4 = 15$$

अध्याय - 5

लुप्त संख्या

MISSING NUMBER

इस प्रकार के प्रश्नों में एक आकृति दी हुई होती है जिसमें कुछ अंक दिए हुए होते हैं। इन अंकों में एक अंक की जगह प्रश्न चिन्ह दिया हुआ होता है तथा ये अंक एक विशेष क्रम में होते हैं। हमें इसी क्रम को पहचान कर छुपे हुए अंक को खोजना होता है।

Q.1 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

8	15	22
29	?	43
50	57	64

(A) 36

(B) 34

(C) 50

(D) 32

Ans : A

HINT :- $8 + 7 = 15$, $15 + 7 = 22$

इसी प्रकार,

$$29 + 7 = 36, 36 + 7 = 43$$

Q.2 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

	18			11			6		12		
9	38	6	19	32	9	26	44	3	9	?	20
	17			11			15			8	

(A) 7

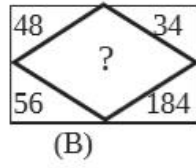
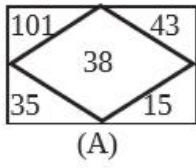
(B) 40

(C) 36

(D) 9

Ans : D

Q.3 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A) 127

(B) 142

(C) 158

(D) 198

Ans : B

Q.4 निम्नलिखित प्रश्न में दिये गए विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

49, 46, 43, 40, ?, 34

(A) 38

(B) 37

(C) 36

(D) 39

Ans : B

Q.5 उस वर्ण युग्म का चयन कीजिए, जिसे निम्नलिखित श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

BA, DC, FE, HG, ?, LK

(A) IJ

(B) JI

(C) LM

(D) ML

Ans : B

Q.6 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

72	44	68
91	?	86
43	66	37

(A) 33

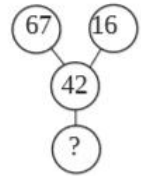
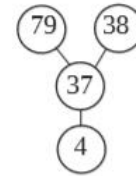
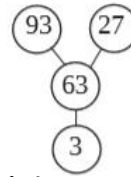
(B) 22

(C) 11

(D) 55

Ans : B

Q.7 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A) 5

(B) 6

(C) 8

(D) 9

Ans : D

Q.8 एक अनुक्रम दिया गया है, जिसमें से एक पद लुप्त है। दिये गए विकल्पों में से वह सही विकल्प चुनिए, जो अनुक्रम को पूरा करे।

COT, DQU, ESV, FUW, ?

(A) GWY

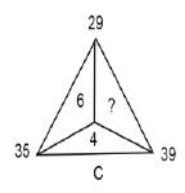
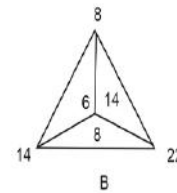
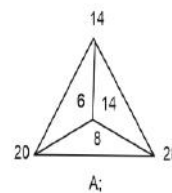
(B) GVX

(C) GWX

(D) GVV

Ans : C

Q.9 दिए गए चित्र में लुप्त संख्या का पता लगाए।



(A) 14

(B) 22

दिए हुए संख्या को भी आपस में गुणा करके जोड़ देते हैं।

यही प्रक्रिया सभी पदों में दोहराते हैं सभी सही तरीके से लागू होता है, अतः हमारा यह लॉजिक सही होगा।

Q.20 दिए गये संख्या में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

1	4	?
4	2	5
2	2	3
49	64	169

- (A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

ans: (C) 5

(I) कॉलम - $1 + 4 + 2 = 7 \rightarrow 7^2 = 49$

(II) कॉलम - $4 + 2 + 2 = 8 \rightarrow 8^2 = 64$

इसी प्रकार,

(III) कॉलम - $5 + 5 + 3 = 13 \rightarrow 13^2 = 169$

(i) सबसे पहले इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए 1 row तथा 1 कॉलम में देखते हैं कि बड़ी संख्या row में है या column में। यदि कॉलम में है तब कॉलम के अनुसार तथा row में है तब row vice हल करते हैं।

(ii) दिया हुआ है। कॉलम में 49 जो कि ऊपर के तीनों संख्या के योग का वर्ग है, इसी प्रकार बाकि कॉलम के संख्याओं का भी हल होगा।

Q.21 दिए गये संख्या में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

28	60	8
7	12	3
2	3	1
38	?	11

(A) 51

(B) 81

(C) 84

(D) 74

ans: (B) 81

row = column I - column III = प्राप्त संख्याये $\times 3 =$ II column

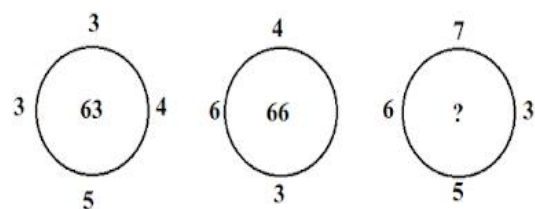
$$I \text{ row} = 28 - 8 = 20 \times 3 = 60$$

$$II \text{ row} = 7 - 3 = 4 \times 3 = 12$$

$$III \text{ row} = 2 - 1 = 1 \times 3 = 3$$

$$IV \text{ row} = 38 - 11 = 27 \times 3 = 81$$

Q.22 दिए गये संख्या में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।



- (A) 57 (B) 53
(C) 105 (D) 111

ans: (D) 111

प्रश्नानुसार,

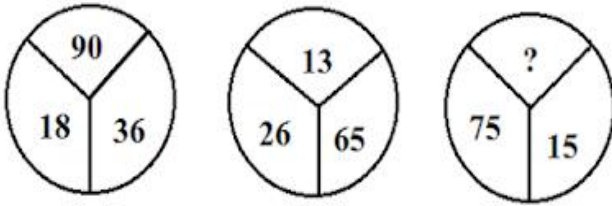
$$I \rightarrow 5 \times 4 \times 3 + 3 = 63$$

$$II \rightarrow 3 \times 5 \times 4 + 6 = 66$$

इसी प्रकार,

$$III \rightarrow 5 \times 3 \times 7 + 6 = 111$$

Q.23 दिए गये संख्या में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।



- (A) 30
(B) 75
(C) 45
(D) 60

ans: (a) 30

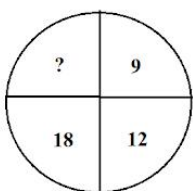
दिए हुए संख्या को क्रमवार लिखते हैं।

- I - 18, 36, 90 / 18 = 1, 2, 5
 II - 13, 26, 65 / 13 = 1, 2, 5
 III - 15, ?, 75 / 15 = 1, 2, 5

इसी प्रकार III को भी हल करेंगे।

III - 15, (30), 75 / 15 = 1, 2, 5 होगा

Q.24 दिए गये संख्या में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।



- (A) 11
(B) 25
(C) 10
(D) 27

ans: (D) 27

$$9 + 3 = 12, \quad 12 + 6 = 18$$

$$18 + 9 = 27$$

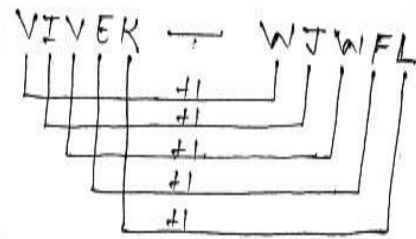
इनके बीच का अंतर ज्ञात करके हल किया गया है

अध्याय-6

कोडिंग - डिकोडिंग (Coding - Decoding)

Coding: यदि किसी अर्थपूर्ण शब्द को किसी विशेष नियम के अनुसार अर्थविहीन शब्द में बदल दिया जाये तो यह क्रिया coding कहलाती है।

Exp.



Decoding:- जब किसी अर्थ विहीन शब्द को किसी विशेष नियम के अनुसार अर्थ पूर्ण शब्द में बदल दिया जाता है तो यह क्रिया decoding कहलाती है।

जैसे :-

M Z N I G Z
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ Opposite
 N A M R T A

कोडिंग और डिकोडिंग मौखिक बुद्धि तर्क से सबसे सरल है।

प्रकार

1. अक्षर आधारित
2. अंक आधारित
3. वर्णमाला के स्थान पर आधारित
4. शर्त आधारित

जैसे:- ALPHABETE SERIES में

1. वर्णमाला में अक्षरों की स्थिति संख्या

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
W	X	Y	Z							
23	24	25	26							

इसी क्रम को याद रखने के लिए आप याद रख सकते हैं

1. EJOTY

E J O T Y

5 10 15 20 25

2.I = I KNOW आई नो 9 I=9

3.I = Last महिना होता है। 12 L=12

4.KUNJI LAL MEENA K L M

5.JAWAHAR LAL NEHRU PANDIT:-

J L N P

10 12 14 16

6.JK CEMENT= J K

10 11

2. उल्टे क्रम में वर्णमाला के अक्षरों की स्थिति

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
X	Y	Z								
24	25	26								

विपरीत क्रम को याद करने की कुछ ट्रिक्स :-

1. BY बाई
2. DW दिलवाले
3. GT जीटी रोड
4. HS हनी सिंह
5. Fu फ्यू
6. IR इंडियन रेलवे
7. MN मन
8. JQ जयपुर क्वीन
9. LOVE लव
10. PK पी के
11. KP कुमारी प्रिया
12. SHRI श्री
13. A-2 A TO Z

वर्णमाला के विपरीत क्रम को ज्ञात करने का सूत्र:-

किसी भी ALPHABET विपरीत को यदि 27 से घटा दे तो, उसका क्रमांक ज्ञात हो जाता है।

Ex:- M = 13

1. M का विपरीत क्रम = 27-13

= 14 m का उल्टे क्रम में क्रम

2. P का विपरीत क्रम = 27-16

= 11 (P का उल्टे क्रम में क्रमांक

प्रश्नों के प्रकार :-

TYPE = I

1. कूट भाषा में अगर सी- 3 है और फियर का कूट 30 है, तो हेयर का कूट क्या होगा ज्ञात कीजिए

(A) 35 (B) 30

(C) 36 (D) 33

SOL:- C=3

FEAR = ?(30)

= 6+5+1+18

= 30

HAIR = ?

= 8+1+9+18

= 36 (B)

नियम:- इसे अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की स्थिति संख्या द्वारा ज्ञात किया गया है।

Type:-2

2. यदि GLARE को कूट भाषा में 67810 और MONSOON को 2395339 लिखा जाये तो RANSOM को किस संख्या में लिखेंगे?

(A) 183952 (B) 198532

(C) 189352 (D) 189532

SOL:

GLARE 67810

MONSOON 2395339

RANSOM ?

G L A R E M O N S O O N

6 7 8 1 0 2 3 9 5 3 3 9

RANSOM

1895 32- D

अतः विकल्प D सही होगा।

TYPE -3

1. किसी भाषा में

(A) PIC VIC NIC का अर्थ है, शीतकाल ठंडा है।

(B) TO NIC RE का अर्थ है, ग्रीष्मकाल गरम है।

(C) RE THO PA का अर्थ है, रातें गरम हैं। तो ग्रीष्मकाल के लिए कूट शब्द कौनसा होगा?

(A) TO (B) NIC

(C) PIC (D) VIC

SOL:-

PIC VIC NIC - शीतकाल ठंडा है।

TO NIC RE - ग्रीष्मकाल गरम है।

RE THO PA - रातें गरम हैं।

NIC = है, RE = गरम

अतः ग्रीष्मकाल के लिए TO कूट शब्द सही होगा।

TYPE -4

1. किसी कूट भाषा में यदि एक चूहे को कुत्ता कहा जाये, कुत्ते को नेवला, नेवले को सांप और सांप को शेर कहा जाये तो पालतू पशु, के रूप में किसे पाला जायेगा ?

- (A) नेवला (B) चूहा
(C) शेर (D) कुत्ता

SOL:- चूहा- कुत्ता
कुत्ते-नेवला
नेवला - सांप

सांप- शेर

पालतू पशु के रूप में कुत्ते को पाला जाता है और कूट भाषा में कुत्ते को नेवला माना गया है। अतः विकल्प A नेवला उत्तर होगा।

TYPE-5

1. यदि 1986 को कूटलिपि में $\wedge 0 \nabla >$ लिखा जाता है और 2345 को $+x*\square$ लिखा जाता है, तो $+>\square x+\square$ किसका कूट है?

- (A) 265325 (B) 896542
(C) 864325 (D) 869243

SOL. 1986 2345
 $\wedge 0 \nabla >$ $+x*\square$
265325

$+>\square x+\square$ अतः विकल्प C सही होगा।

TYPE-6

1. GOLD को IQNF के रूप में लिखा जाता है उसी कूट भाषा में WIND को कैसे लिखा जायेगा।

- (A) YKPF (B) XJOE
(C). YHMC (D). DNIW

SOL.

G	O	L	D	-	I	Q	N	F
		+2						
+2								
		+2						
			+2					

इसी प्रकार
WIND = YKPF

अतः (A) सही होगा।

TYPE=7

किसी कोड़े OVER को $\$ \# \% *$ के रूप में लिखा जाता है और VISIT को $\# + X -$ के रूप में लिखा जाता है। उसी कोड भाषा में SORE को कैसा लिखा जायेगा।

- (A) $X \$ \% *$ (B) $\% X \square \$$
(C) $x \square \# \$$ (D) $\% X \square \$$

Sol. OVER VISIT
 $\$ \# \% *$ $\# + X -$
SORE
 $X \$ \% *$
अतः विकल्प (A) सही होगा।

TYPE-8

Q. G का विपरीत अक्षर कौनसा है?

SOL. G = 9

1. विपरीत अक्षर ज्ञात करने के लिए दोनों अक्षरों का योग 27 होना चाहिए तभी वे आपस में विपरीत होंगे।

$$G(9) = T(18)$$

$$9 + 18 = 27$$

अतः G का विपरीत T होगा।

2. विपरीत अक्षर ज्ञात करने के लिए ट्रिपल महत्वपूर्ण होते हैं

$$GT = GT \text{ ROAD}$$

TYPE -9

Q. यदि COBRA को 3152181 के रूप में लिखा जाता है, तो GORILLA को कैसे लिखा जायेगा?

- (A) 71516912121 (B) 7158912121
(C) 7151891212 (D) 7158712121

SOL. A=1, B=2, C=3 Y=25, Z=26

COBRA

C/O/B/R/A:- 3 15 2 18 1

3 15 2 18 1

GORILLA:- G/O/R/I/L/L/A

7, 15, 18, 9, 12, 12, 1

अतः विकल्प C सही होगा।

Type = 10

Q. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के प्रत्येक अक्षर को A=1, B=3..... और इसी तरह सभी वर्णमाला अक्षर को मान लिया जाये, तो High के अक्षरों का कुल योग कितना होगा?

SOL:-

वर्णमाला

A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

L.....

विषम अनुपात

1	3	5	7	9
11	13	15	17	19
21				

H I G H :-

15 17 13 15

15+ 17+ 13+ 15 =60

EXERCISE

1. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के प्रत्येक अक्षर को A = 1, B = 3 और इसी तरह आगे भी इससे शुरू होने वाला एक विषम संख्यात्मक मान सौंपा जाता है, तो RADICAL शब्द के अक्षरों का कुल मूल्य क्या होगा?

A. 88

B. 99

C. 89

D. 90

Sol: पैटर्न है:

R = 35

A = 1

D = 7

I = 17

C = 5

A = 1

L = 23

R + A + D + I + C + A + L

35 + 1 + 7 + 17 + 5 + 1 + 23 = 89

इसलिए, विकल्प C सही उत्तर है।

2. एक कूट भाषा में, VIBRANT को CJWSUOB के रूप में कूट बढ़ किया गया है। तो उसी कूट भाषा में ELASTIC को कैसे कूट-बढ़ किया जाएगा?

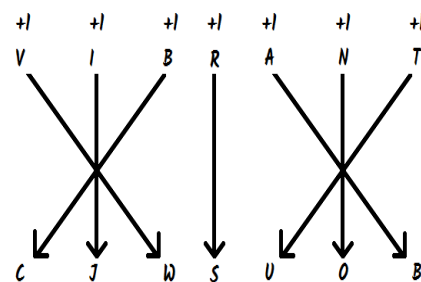
A. BMFTDJU

B. BMFLPJU

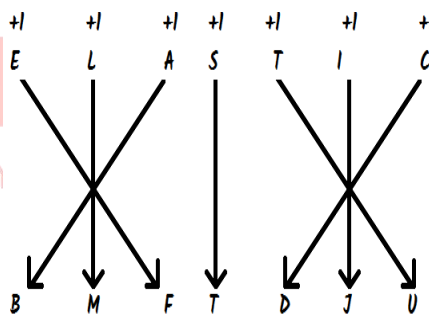
C. OKFTDJU

D. BMFTHYT

Sol: As



Similarly,



इसलिए, विकल्प A सही उत्तर है।

3. एक निश्चित कूट भाषा में, 'dee due tic' को 'roses are red' के रूप में, 'bil doe' को 'yellow carnations' के रूप में तथा 'tic dur doe' को 'carnations are pink' के रूप में लिखा जाता है। तो उसी कूट भाषा में 'pink' के लिए क्या कूट होगा?

A. doe

B. tic

C. dur

D. dee

Sol: 'dee due tic' = 'roses are red' _____(1)

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=1253s

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gz2fJyt6vI>

Rajasthan CET Gradu. Level - <https://youtu.be/gPgDNlc6UR0>

Rajasthan CET 12th Level - <https://youtu.be/oCa-CoTFu4A>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)

RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1 st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें



Whatsapp - <https://wa.link/6ypqrr>

Online order - <https://bit.ly/3li2feg>

Call करें - 9887809083

whatsa pp- <https://wa.link/6ypqrr> 2 web.- <https://bit.ly/3li2feg>