

LATEST EDITION



INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO



**HANDWRITTEN
NOTES**

IB-ACIO

(INTELLIGENCE BUREAU)

(MINISTRY OF HOME AFFAIRS)

GRADE-II / EXECUTIVE

भाग-2

तर्कशक्ति + संख्यात्मक योग्यता



INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

IB-ACIO

GRADE-II & EXECUTIVE

(INTELLIGENCE BUREAU)

MINISTRY OF HOME AFFAIRS

भाग – 2

तर्कशक्ति + संख्यात्मक योग्यता

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “IB ACIO Grade-II & Executive” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **Ministry of Home Affairs (MHA)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “IB (Intelligence Bureau) ACIO Grade-II & Executive” भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे।

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं।

प्रकाशक:

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

WhatsApp करें - <https://wa.link/kl9vg2>

Online Order करें - <https://shorturl.at/cghsy>

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम

क्रमांक	अध्याय	पृष्ठ संख्या
	<u>गणित</u>	
1.	संख्या प्राणली	1
2.	सरलीकरण	11
3.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	18
4.	भिन्न एवं दशमलव	28
5.	प्रतिशतता	35
6.	अनुपात - समानुपात	49
7.	औसत	56
8.	लाभ - हानि	62
9.	साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	71
10.	चाल, समय और दूरी, नाव एवं धारा	86
11.	कार्य और समय	94
12.	क्षेत्रमिति	103
13.	व्यामिति	126
14.	डाटा इन्टरप्रिटेशन (D.I)	142
	<u>तर्क शक्ति</u>	
1.	सादृश्यता	152
2.	गणितीय संक्रियाएं	165
3.	वर्णमाला क्रम	172
4.	संख्या श्रृंखला	181

5.	वर्गीकरण	186
6.	घन एवं पासा	188
7.	लुप्त संख्या	203
8.	कोडिंग - डिकोडिंग	206
9.	दिशा परीक्षण	212
10.	रक्त संबंध	217
11.	क्रम व्यवस्था	225
12.	घड़ी	230
13.	कैलेंडर	236
14.	वेन आरेख	243
15.	आकृतियों की गणना	247
16.	आकृति पूर्ति	250
17.	न्याय नियमन	255
18.	दर्पण एवं जल प्रतिबिम्ब	262
19.	कागज मोड़ना एवं काटना	271
20.	कथन एवं तर्क	274
21.	कथन एवं निष्कर्ष	276

अध्याय -1

संख्या प्रणाली

संख्या - एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। 0 से अंत तक की सभी धनात्मक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते हैं। जैसे- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9... शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ -1,2,3,4,.....
2. पूर्ण संख्याएँ -0,1,2,3,4,5,.....
3. पूर्णांक संख्याएँ - ∞ से $+\infty$ तक
4. धनात्मक संख्याएँ :- 1,2,3,4,5,.....
5. ऋणात्मक संख्याएँ :- -1, -2, -3, -4, -5,.....

नोट: 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह उदासीन संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ :- वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। उदा. 1,2,3,4,5,6,..... ∞

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है। जैसे:- $3/4$, $-1/5$
- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)
जब प्राकृतिक संख्याओं में शून्य (0) को भी सम्मिलित कर लिया जाता है, तब वे संख्याएँ **पूर्ण संख्याएँ** कहलाती हैं तथा उनके समुच्चय को 'W' से प्रदर्शित करते हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

शून्य (0) पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

- पूर्णांक संख्याएँ (Integer Numbers)
प्राकृतिक संख्याओं में उनकी ऋणात्मक संख्याओं तथा शून्य को भी सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, **पूर्णांक संख्याएँ** कहलाती हैं तथा इनके समुच्चय को 'I' से प्रदर्शित करते हैं।

$$I = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

पूर्णांक निम्न दो प्रकार के होते हैं।

- (1) **धन पूर्णांक** प्राकृतिक संख्याओं को धन पूर्णांक कहते हैं तथा इनके समुच्चय को I^+ से प्रदर्शित करते हैं।
 $I^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- (2) **ऋण पूर्णांक** प्राकृतिक संख्याओं की ऋणात्मक संख्याओं को ऋण पूर्णांक कहते हैं तथा इसके समुच्चय I^- से प्रदर्शित करते हैं।

$$I^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$$

- शून्य (0) न तो धन पूर्णांक है और न ही ऋण पूर्णांक
- ऋण पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से कम तथा धन पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से अधिक होता है।

सम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णांक) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

नोट: शून्य एक सम संख्या है।

2. **विषम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1,3,5,7,9,11. आदि। शून्य विषम संख्या नहीं है।

भाज्य संख्याएँ :-

01 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सके भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4,6,8,9,15,16 आदि।

नोट: दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभज्य संख्या है।

4. **अभाज्य संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2,3,5,7,11,13, आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

नोट: एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

- **सहअभाज्य संख्याएँ (Coprime Numbers)**
ऐसी दो या अधिक प्राकृतिक संख्याएँ, जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणखण्ड न हो, **सहअभाज्य संख्याएँ** कहलाती हैं।

जैसे - (2, 3), (5, 9, 11), (16, 21, 65),... आदि।

- सहअभाज्य संख्याओं का अभाज्य होना आवश्यक नहीं है।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय हो या अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धन पूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: $\sqrt{8}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्या :- वैसी वास्तविक संख्याएँ जो p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं। जैसे; $1/2$, $2/3$, $3/4$ आदि।

अपरिमेय संख्या :- वैसी वास्तविक संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में लिखा जा सके, उन्हें अपरिमेय संख्या कहते हैं। अर्थात्, वैसी संख्याएँ जिन्हें पूर्णांक के अनुपात के

रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। साथ ही अंश और हर के रूप में भी व्यक्त नहीं किया जा सकता है। वह अपरिमेय संख्या कहलाती है। जैसे; $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) / \sqrt{5}$

अभ्यास प्रश्न

1. 1 से 10 तक कि सभी प्राकृत संख्याओं के घनों का योग क्या है?

(A) 3020 (B) 3025
(C) 3250 (D) 3590

हल:- प्रश्नानुसार,
 $[n(n+1)/2]^2$
 $n = 10$
 $[10(10+1)/2]^2$
 $[(10 \times 11)/2]^2$
 $(11 \times 5)^2$
 $(55)^2$
 3025

Ans. 3025

2. $(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8)/5$ को सरल कीजिए?

(A) 13/3 (B) 1
(C) 9/4 (D) 4/9

हल:- प्रश्नानुसार,
 $(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8)/5$
 $(4 + 4 + 1) / (20/5)$
 Ans. 9/4

3. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है -

(A) शून्य (B) 1
(C) -1 (D) 2

उत्तर. - (B) 1

4. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

(A) शून्य (B) 1
(C) -1 (D) 2

उत्तर. - (A) शून्य

5. 3 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 90 है, तो सबसे बड़ी संख्या होगी?

(A) 24 (B) 27
(C) 33 (D) 39

हल:- प्रश्नानुसार,
 माना, 3 के तीन क्रमागत गुणज क्रमशः
 $3x, 3(x+1)$ एवं $3(x+2)$ हैं।
 $3x + 3(x+1) + 3(x+2) = 90$
 $3x + 3x + 3 + 3x + 6 = 90$
 $9x + 9 = 90$
 $9x = 90 - 9$
 $9x = 81$
 $x = 9$
 सबसे बड़ी संख्या = $3 \times (9 + 2)$
 $3 \times 11 = 33$
 Ans. 33

6. तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 है। तो सबसे छोटी विषम संख्या का घन क्या होगा?

(A) 3,375 (B) 3,568
(C) 3,890 (D) 4,280

हल:- प्रश्नानुसार,
 तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 है।
 $= 51/3$
 $= 17$
 तीन क्रमागत विषम संख्याएँ - 15, 17, 19
 सबसे छोटी विषम संख्या का घन = $(15)^3$
 $= 3,375$
 Ans. 3,375

7. पूर्णांक किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होते हैं ?

(A) योग के (B) व्यवकलन के
(C) गुणन के (D) भाग के

उत्तर. - (D) भाग के

8. ऐसी संख्या क्या कहलाती है जिसमें $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है ?

(A) परिमेय संख्या (B) पूर्ण संख्या
(C) अपरिमेय संख्या (D) प्राकृत संख्या

उत्तर. - (A) परिमेय संख्या

4 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई व दहाई के अंकों में 4 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 4 से भाज्य होगी।

जैसे:- 15396, यहाँ 96, 4 से पूरी तरह भाज्य है तो यह संख्या भी 4 से पूरी तरह भाज्य होगी।

5 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंत में 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।

जैसे:- 85790, 12625

6 से भाजकता का नियम- जो संख्या 2 व 3 से पूरी तरह विभाजित हो तो वह संख्या 6 से भी विभाजित होगी।

जैसे:- 5730, 85944

7 से भाजकता का नियम- दी गयी संख्या के इकाई अंक को दोगुना करके शेष संख्या में से घटाते हैं यदि शेष संख्या 7 से कट जाये तो वह 7 से भाज्य हो जाएगी। अन्यथा नहीं

जैसे:- 16807, में से 7 को दोगुना 14 घटाने पर $1680-7 \times 2 = 1666$, $166-6 \times 2 = 154$, $15-4 \times 2 = 7$ अतः यह संख्या 7 से पूर्णतः भाज्य है।

यदि कोई संख्या समान अंको की पुनरावृत्ति से 6 अंको तक हो तो वह संख्या 7 से विभाजित होगी। **जैसे:-** 444444

8 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई, दहाई व सैकड़ा के अंकों में 8 का पूरा-पूरा भाग चला जाए तो वह संख्या 8 से विभाजित होगी।

जैसे:- 73584 में 584, 8 से विभाजित है तो यह संख्या भी 8 से विभाजित होगी।

9 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंको के योग में 9 से पूरा-पूरा भाग चला जाए तो वह संख्या 9 से भाज्य होगी।

जैसे:- 47691, $4+7+6+9+1=27$

27, 9 से भाज्य है तो यह संख्या भी 9 से भाज्य होगी।

Ex:- अगर संख्या $653xy$, 90 से विभाजित है तो $x+y$ का मान निकाले ?

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 6

Ans.(c) 4

क्योंकि $90 = 9 \times 10$

अतः $653xy$, 10 से भी विभाजित होगा इसलिए $y = 0$

9 की विभाज्यता जाँचने के लिए -

$6+5+3+x+0 = (14+x)$ विभाजित होगा 9 से यदि $x=4$ होगा तब

अतः $x+y = 4+0 = 4$ Ans.

11 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के सम स्थानों के अंको और विषम स्थानों के अंको का अंतर 0 या 11 से विभाज्य हो तो वह संख्या 11 से विभाजित होगी।

जैसे:- 95744 $(9+7+4)-(5+4)=20-9=11$

इनका अंतर 11 से भाज्य है तो यह संख्या भी 11 से भाज्य होगी।

Note:- यदि कोई संख्या 6 बार एक ही अंक की पुनरावृत्ति से बनी हो तो वह संख्या 3, 7, 11, 13 व 37 से पूर्णतः विभाजित होती है।

प्रश्न - यदि एक 5 अंकीय संख्या $676xy$, 3, 7 और 11 से विभाज्य तो $(3x - 5y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(A) 9

(B) 11

(C) 10

(D) 7

Ans.(I) 9

$676xy$, 3, 7 और 11 से विभाज्य है।

क्योंकि $676xy$, 3, 7 और 11 से विभाज्य है, तो यह 3, 7 और 11 के लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) से भी विभाज्य होगा।

भाज्य = भाजक $\times$ भागफल + शेषफल

$(3, 7, 11)$ LCM = 231

5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या 67699 लेकर उसे 231 से भाग देने पर।

$$67699 = 231 \times 293 + 16$$

$$= 67699 = 67683 + 16 =$$

$$67699 - 16 = 67683 \text{ (231 से पूर्णतः विभाज्य)}$$

$$\therefore 67683 = 676xy \text{ (जहाँ } x = 8, y = 3)$$

$$(3x - 5y) = 3 \times 8 - 5 \times 3 = 24 - 15 = 9 \text{ Ans}$$

इकाई अंक कैसे निकाले

जिस संख्या का इकाई अंक 0, 1, 5, 6 हो उसका इकाई अंक समान यही रहेगा।

- 0, 1, 5, 6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

1st घात में 1 कम करेंगे - 66

II - 1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III - 4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष +1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

अन्य विधि :-

- किसी संख्या का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए दी हुई संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं।
- उदाहरण :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्रमशः 8, 7, 2, 4 हैं जिनका गुणा करने पर हमें 448 प्राप्त होता है जिसके इकाई का अंक 8 है। अतः $128 \times 287 \times 542 \times 54$ का गुणा करने पर गुणनफल में इकाई का अंक 8 होगा।
- Note :- ऐसे प्रश्नों को सरल तरीके से करने के लिए पहले कोई दो संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं और प्राप्त गुणनफल में इकाई अंक को अगली संख्या के इकाई के अंक से गुणा करते हैं। और यही प्रक्रिया दोहराते हैं।

जैसे :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्या है ?

= $8 \times 7 \times 2 \times 4$ ($128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक लेने पर)

= $56 \times 2 \times 4$ (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= $6 \times 2 \times 4$ (56 में इकाई का अंक लेने पर)

= 12×4 (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= 2×4 (12 में इकाई का अंक लेने पर)

= 8 (यही $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई का अंक है)

घातांक वाली संख्याओं में इकाई अंक ज्ञात करना-

जिस संख्या का इकाई अंक 0,1,5,6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा।

- 0,1,5,6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

Ist घात में 1 कम करेंगे - 66

II-1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III -4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष +1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

इकाई अंक

no/ power	1	2	3	4
$(---0)^n = 0$	33	9	7	1
$(---1)^n = 1$	55	5	5	5
$(---5)^n = 5$	77	9	3	1
$(---6)^n = 6$	22	4	8	6

666 6 6

88 4 2 6

44 6 4 6

0,1,5,6 - No change

$$x^{19} = x^3$$

$$x^{37} = x^1$$

$$x^{40} = x^4$$

$$x^{50} = x^2$$

नीचे दिये गए expression में इकाई अंक 5 है तो x के संभव मान ज्ञात करें ?

$$x^{73} - x^{37}$$

$$x^1 - x^1 = 0$$

x के लिये कोई भी संभव मान नहीं है जिसके इकाई अंक 5 है !

टाइप-02

	odd	even
4	4	6
9	9	1
$4^{40} = 6$		$9^{8/763} = 9$
$4^{41} = 4$		$9^{70} = 1$

टाइप-03

$$3^{81} = 3$$

$$3^{82} = 3^2 = 9$$

$$3^{83} = 3^3 = 7$$

$$3^{84} = 3^4 = 1$$

$$7^{50} = 7^2 = 9$$

$$7^{51} = 7^3 = 3$$

$$7^{52} = 7^4 = 1$$

$$7^{53} = 7^1 = 7$$

power	1	2	3	4
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6

प्रश्न 13. $\frac{8}{25}, \frac{7}{23}, \frac{11}{23}, \frac{14}{53}$ निम्न में से सबसे छोटी भिन्न कौन सी है।

(a) $\frac{8}{25}$

(b) $\frac{7}{23}$

(c) $\frac{11}{23}$

(d) $\frac{14}{53}$

हल:

$\frac{8}{25}, \frac{7}{23}, \frac{11}{23}, \frac{14}{53}$

(184), (175)

$\frac{8}{25} \times \frac{23}{23} = \frac{184}{575}$
 $\frac{7}{23} \times \frac{25}{25} = \frac{175}{575}$

$\frac{11}{23} \times \frac{25}{25} = \frac{275}{575}$
 $\frac{14}{53} \times \frac{25}{25} = \frac{350}{1325}$

So $\frac{14}{53}$ is smallest.

प्रश्न 14. $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{11}{15}$ एवं $\frac{7}{8}$ में सबसे बड़ी भिन्न संख्या है?

(a) $\frac{7}{8}$

(b) $\frac{11}{15}$

(c) $\frac{5}{6}$

(d) $\frac{2}{3}$

हल:

$\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{11}{15}, \frac{7}{8}$

$\frac{7}{8}$ is largest among $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ & $\frac{7}{8}$ ($\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ & $\frac{7}{8}$ में $\frac{7}{8}$ बड़ी भिन्न है)

Now compare (तुलना करने पर)

(105) (88)

$\frac{7}{8} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{88}$

So $\frac{7}{8}$ is largest.

प्रश्न 15. एक संख्या को 555 तथा 445 के योग से विभाजित करने पर भागफल उसके अन्तर के दोगुने के बराबर आता है ! और शेषफल 30 आता है तदनुसार संख्या बताएं ?

$555 + 445 = 1000$

$555 - 445 = 110 \times 2 = 220$

$= \text{भाज्य} = (\text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल})$

$x = 1000 \times 220 + 30$

$x = 220030$

प्रश्न 16. 1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, -2 अनुक्रम का 507 वाँ पद होगा ?

4 पदों के बाद repeat हो रही है

505वाँ पद = -2

506वाँ पद = (-1)

507वाँ पद = 2

प्रश्न 17. यदि किसी समान्तर श्रेणी का चौथा पद 14 हो और 12 वा पद 70 हो तो पहला पद क्या होगा ?

$-7, 0, 7, 14, \dots, 70$

56

सार्वअंतर = $\frac{56}{8} = 7$

पहला पद = -7

प्रश्न 18. 1, 3, 5, 7 ---- 99 और 128 को परस्पर गुणा किया गया तब प्राप्त गुणनफल के अन्त में शून्यों की संख्या बताइए ?

$1 \times 3 \times 5 \dots 99 \times 128$

1 से 99 तक 5 को गुणज है = 12

$5^{12} \times 2^7 =$ शून्यों की संख्या = 7

प्रश्न 19. यदि $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 19^2$ का मान

$= \frac{19 \times 20 \times 39}{6} = 2470$

प्रश्न 20. $47.2506 = 4A + \frac{7}{B} + 2C + \frac{5}{D} + 6E$ तो $5A + 3B + 6C + D + 3E$ का मान है !

$= 40 + 7 + 2 + 0.05 + 0.0006$

$= 4A = 40, \frac{7}{B} = 7, 2C = 2$

$A = 10, B = 1, C = 1$

$\frac{5}{D} = 0.05$

$6E = 0.0006$

$E = 0.0001$

$D = \frac{5}{0.05} = 100$

then $5A + 3B + 6C + D + 3E$

$= 5 \times 10 + 3 \times 1 + 6 \times 1 + 100 + 3 \times 0.0001$

$= 153.6003$

Q.23 $\frac{5.47 \times 5.47 - 4.53 \times 4.53}{0.94}$ सरलीकृत मान है :

- (A) 55 (B) 40
(C) 20 (D) 10

हल :- $\frac{5.47 \times 5.47 - 4.53 \times 4.53}{0.94}$
 $= \frac{(5.47)^2 - (4.53)^2}{0.94}$
 $= \frac{(5.47 - 4.53)(5.47 + 4.53)}{0.94}$
 $= \frac{0.94 \times 10}{0.94} = 10 \text{ Ans.}$

Exercise

नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न में प्रश्नवाचक चिन्ह (?) का मान ज्ञात कीजिए-

1. $32\% \text{ of } 175 + 20\% \text{ of } x^3 = 12^2 - 7 \times 9$

- (A) 45 (B) 35
(C) 25 (D) 15
(E) 5

Ans(e)

$32\% \text{ of } 175 + 20\% \text{ of } x^3 = 12^2 - 7 \times 9$
 $\frac{32}{100} \times 175 + \frac{20}{100} \times x^3 = 144 - 63$
 $56 + \frac{1}{5} \times x^3 = 81$
 $x = 5$

Q2. $2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}\% \text{ of } 80 = ? + \frac{85}{34} \times \frac{3}{4}$

- (a) 147/40
(b) 122/39
(c) 157/40
(d) 132/39
(e) 121/12

Ans(a)

$2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}\% \text{ of } 80 = ? + \frac{85}{34} \times \frac{3}{4}$

$\frac{11}{4} + \frac{7}{200} \times 80 = ? + \frac{15}{8}$

$? = \frac{11}{4} + \frac{14}{5} - \frac{15}{8}$

$? = \frac{147}{40}$

Q3. $28\% \text{ of } 175 + \frac{1}{9} \text{ of } 180 = ? \times 5 - 1$

- (a) 28
(b) 10
(c) 14
(d) 24
(e) 18

Ans(c)

$28\% \text{ of } 175 + \frac{1}{9} \text{ of } 180 = ? \times 5 - 1$

$\frac{28}{100} \times 175 + \frac{1}{9} \times 180 + 1 = ? \times 5$

$? = \frac{49+20+1}{5}$

$? = 14$

4. $12^3 - ? \% \text{ of } 125 = 19 \times 21 + 18^2$

- (A) 908 (B) 886
(C) 856 (D) 804

(E) 924

Ans(d)

$12^3 - ? \% \text{ of } 125 = 19 \times 21 + 18^2$

$1728 - ? \times \frac{125}{100} = 399 + 324$

$? \times \frac{125}{100} = 1728 - 723$

$? = 804$

Q5. $\sqrt{2209} \times 10 - \sqrt{6724} \times 5 = \sqrt{?} \times 2.5$

- (a) 676
(b) 576
(c) 196
(d) 256
(e) 1296

Ans(a)

अध्याय - 7

औसत

औसत :- औसत एक ऐसी गणितीय मान या संख्या है जो दी गयी संख्याओं के योगफल तथा दी गयी संख्याओं की संख्या के अनुपात से बनता है।

$$\text{औसत} = \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$$

औसत निकालने का तरीका:- दिए गए संख्याओं या मानों का औसत ज्ञात करना बहुत आसान है। इसके लिए हम सभी संख्याओं को जोड़ना है। उसके बाद दिए गए मानों की संख्या से जोड़े हुए परिणाम से भाग देना है।

जैसे :-

Ex:- 1, 2, 3, 4, 5 का औसत ज्ञात कीजिए।

$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3 \text{ Ans.}$$

⇒ 5 का भाग देने का तरीका :-

किसी संख्या में 5 का भाग देने के लिए इकाई के अंक के बाद (.) दशमलव लगा कर दुगुना करना चाहिए !

भाजकता के नियम के आधार पर :-

- **अभाज्य संख्या-** 2, 3, 5, 7, 11, 13, --
- **भाज्य संख्या-** 4, 6, 8, 9, 10, 12, --
- **मूल संख्या-** 1 इसका भाग सभी पूर्ण संख्या में चला जाता है !

Q.1 प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का औसत कितना होता है !

$$\frac{2+3+5+7+11}{5} = \frac{28}{5} = 5.6$$

Note:- 1 से 100 तक अभाज्य संख्या = 25

सबसे छोटी सम अभाज्य संख्या = 2

⇒ औसत ज्ञात करने के लिए दिए गए आँकड़ों को दो वर्गों में बाँट सकते हैं !

- I. **अव्यवस्थित संख्याओं का औसत :-** जैसे क्रमागत अभाज्य संख्या का औसत ज्ञात करने के लिए राशियों को जोड़कर, राशियों की संख्या का भाग देना पड़ेगा !
- II. **व्यवस्थित संख्याओं के लिए औसत :-** यदि औसत के लिए दिए गए संख्याओं में अन्तर समान हो तो अर्थात् समान्तर श्रेणी की संख्याएँ हो तो उनका औसत ज्ञात करने के दो अन्य तरीके -
 - a) दी गई संख्याओं के लिए औसत उनके संख्या विस्तार के बीच में पाया जायेगा अर्थात् मध्य वाली संख्या

औसत होगी ! क्योंकि औसत का एक दूसरा नाम मध्यमान होता है ! - माध्य, समान्तर माध्य

जैसे :- Ex:- 1, 2, 3, 4, 5 का औसत ज्ञात कीजिए।

बीच वाली संख्या औसत होगी = 3 Ans.

- b) यदि दी गई संख्याओं की श्रेणी लम्बी हो तो उसमें से बीच वाली संख्या मालूम करना कठिन होगा इसलिए औसत = $\frac{\text{प्रथम} + \text{अन्तिम संख्या}}{2}$ से भी ज्ञात कर सकते हैं !

औसत के सूत्र :-

- प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का औसत = $(n + 1)/2$
 - n तक की प्राकृत संख्याओं का औसत = $(n + 1)/2$
 - लगातार n तक की पूर्ण संख्याओं का औसत = $n/2$
 - n तक की सम संख्याओं का औसत = $(n + 2)/2$
 - लगातार n तक की प्राकृत विषम संख्याओं का औसत = $(n + 1)/2$
 - n तक विषम संख्याओं का औसत = n
 - लगातार n तक सम संख्याओं का औसत = $n + 1$
 - प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत = $(n + 1)(2n + 1)/6$
 - प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत = $n(n + 1)^2/4$
 - औसत से सम्बंधित महत्वपूर्ण प्रश्नों को हल करने के लिए नीचे कुछ और सूत्र दिए गए हैं जिसकी मदद से प्रतियोगी एग्जाम में आए प्रश्नों को आसानी से हल कर सकते हैं।
1. यदि n क्रमागत सम या विषम संख्याओं का औसत x हो तो
 - सबसे छोटी सम या विषम संख्या = $x - (n - 1)$
 - तथा सबसे बड़ी सम या विषम संख्या = $x + (n - 1)$
 2. किसी संख्या x के लगातार n गुणजों का औसत = $x(n + 1)/2$
 3. n_1 तथा n_2 राशियों का औसत क्रमशः x_1 तथा x_2 हो, तो
 - $(n_1 + n_2)$ राशियों का औसत = $(n_1 x_1 + n_2 x_2)/(n_1 + n_2)$
 4. n मात्राओं का औसत x के बराबर है, जब एक मात्रा हटा या जोड़ दी जाती है, तो औसत y हो जाता है।
 - घटाई गयी मात्रा का मान = $n(x - y) + y$
 - जोड़ी गयी मात्रा का मान = $n(y - x) + y$

Q.2 50 और 100 के बीच आने वाली सभी 7 से भाजित संख्या का औसत

56 63 70 77 84 91 98

$$\text{औसत} = 77 \quad \frac{56+98}{2} = \frac{154}{2} = 77$$

Q.3 3 9 15 21 27

$$\text{औसत} = 15 \quad \frac{3+27}{2} = 15$$

Q.4 7 के प्रथम चार गुणांकों का औसत ज्ञात कीजिए।

7 के प्रथम चार गुणांक = 7, 14, 21, 28

$$\frac{70}{4} = 17.5 \text{ या } \frac{35}{2} = 17.5$$

Note :- 1 से n तक वर्ग संख्याओं का योग सूत्र

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Note :- 1 से n तक संख्या का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

Q.5 1 से 50 तक अभाज्य संख्या = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 = 15 होती है !

यदि अलग - अलग समूहों की औसत दी गई हो तो उसका एक साथ औसत ज्ञात करने का तरीका-

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{एकीकृत योग}}{\text{कुल राशियाँ}}$$

Q.6 यदि 55, 60 और 45 विद्यार्थियों के तीन समूहों के औसत अंक क्रमशः 50, 55 और 60 हैं, तो सभी विद्यार्थियों को मिलाकर औसत अंक लगभग हैं -

- (a) 54.68
(b) 55
(c) 53.33
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

$$\text{Ans} \frac{60 \times 55 + 55 \times 50 + 45 \times 60}{160} = 54.68$$

Q.7 x संख्याओं का औसत y है और y संख्याओं का औसत x है तदनुसार सभी संख्याओं का कुल औसत कितना होगा ?

$$\text{Ans} \frac{xy + xy}{x+y} = \frac{2xy}{x+y}$$

Q.8 कृषि श्रमिक और नरेगा श्रमिक का अनुपात S : 8 है ! यदि इनकी मजदूरी का औसत क्रमशः K और R है तो सब का एक साथ योग ज्ञात करो !

$$\frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}} = \frac{5K + 8R}{13}$$

Q.9 कृषि श्रमिकों की औसत वार्षिक आय (रु. में) S है तथा अन्य श्रमिकों की वार्षिक आय T है ! कृषि श्रमिकों की संख्या अन्य श्रमिकों की संख्या का 11 गुणा है, तब सभी श्रमिकों की औसत मासिक आय (रु में) होगी !

$$\text{Ans.} \frac{11S + 1 \times T}{11+1} = \frac{11S+T}{12}$$

Q.10 50 संख्याओं का औसत 38 है ! यदि दो संख्याएँ अर्थात् 45 तथा 55 हटा दी जाए तो शेष संख्याओं का औसत कितना रह जाएगा !

$$\text{Ans.} 50 \text{ का योग} = 1900 \\ -100 \quad (45, 55)$$

$$48 \text{ का योग} = 1800$$

$$\text{औसत} = 1800 \div 48 = 37.5$$

Note :- किसी बड़े समूह के दो अलग - अलग हिस्सों का औसत →

यदि किसी समूह का विवरण बताते समय एक व्यक्ति को छोड़ दिया जाये या डबल जोड़ दिया जाये तो छोटे दो समूह को जोड़कर एक समूह बनाओ और इसके अलावा सम्पूर्ण ग्रुप का एक साथ जोड़ करो :-

फिर दो बार जुड़ने या जुड़ने से वंचित रहे व्यक्ति की Value :-

$$\text{Imp} = \text{बड़ा योग} - \text{छोटा योग}$$

Q.11 11 संख्याओं का औसत 10.8 है, यदि पहली 6 संख्याओं का औसत 10.4 और आखिरी 6 संख्याओं का औसत 11.5 हो, तो बीच की छठवीं संख्या है -

- (a) 10.3 (c) 13.5
(b) 12.6 (d) 15.5

$$\text{Ans.} 11 \text{ संख्याओं का योग} = 118.8$$

$$\text{पहली 6 संख्याओं का योग} = 62.4$$

$$\text{आखिरी 6 संख्याओं का योग} = 69.0 \\ 131.4$$

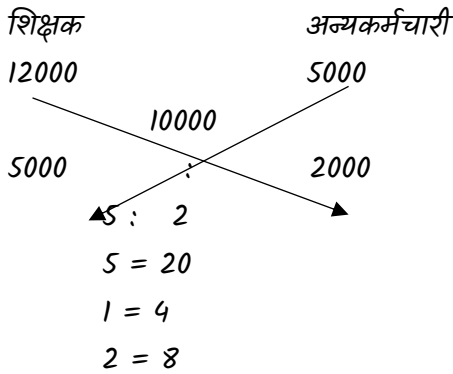
$$\text{Now :- बड़ा योग} - \text{छोटा योग}$$

$$= 131.4 - 118.8$$

$$= 12.6 \text{ Ans}$$

Q.28 एक विद्यालय में सभी कर्मचारियों का औसत वेतन रु. 10000 है उनमें 20 शिक्षकों का औसत वेतन रु. 12000 है और शिक्षकों से अन्य कर्मचारियों का औसत वेतन 5000 है ! तदनुसार शिक्षकों से अन्य कर्मचारियों की संख्या कितनी है !

Solution :-



20 शिक्षक : 8 कर्मचारी

1 unit = 4

यदि किसी बड़े समूह का एक साथ औसत देकर उसके दो अलग - अलग टुकड़ों का और अलग - अलग औसत दिया जाये तो बीच का औसत बीच में रखकर अन्तर सिफ्टिंग यानि मिश्रण का नियम लगाने पर टुकड़ों का अनुपात प्राप्त हो जाता है !

तीन कक्षाओं में अनुपात :

I II III

2 : 3 : 5

20 : 30 : 50

$$\frac{2}{10} \times 100 = 20,$$

$$\frac{3}{10} \times 100 = 30$$

$$\frac{5}{10} \times 100 = 50$$

किसी अनुपात में से एक राशि का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए उसका अनुपात ऊपर लिखें और नीचे अनुपात जोड़ लिखकर 100% से गुणा करने पर उस राशि का प्रतिशत प्राप्त हो जायेगा !

Q.29 A और B की औसत मासिक आय 14000 रु. है B और C की औसत मासिक आय 15,600 रु. तथा C और A की औसत मासिक आय 14,400 रु. है ! C की मासिक आय है -

Solution :-

$$A + B = 28000$$

$$B + C = 31200$$

$$C + A = 28800$$

$$2A + 2B + 2C = 88000$$

$$A + B + C = 44000$$

$$A + B + C - (A + B) = 44000 - 28000$$

$$= 16000 \text{ Ans}$$

Note :- संख्या के दो अंकों की संख्या को अंक बदलकर लिखने पर परिणाम में प्राप्त होने वाला अन्तर

किसी दो अंकों की संख्या को अंक बदलकर घटाने पर आने वाला अन्तर हमेशा 9 से भाजित के रूप में प्राप्त होता है !

$$\text{अन्तर} = \text{अकान्तर} \times 9$$

$$\frac{73}{37} = 7 \times 9 - 3 \times 9 = 36$$

➤ यदि दो संख्या के अंकों के अन्तर को 9 से गुणा करेंगे तो अंकों का अन्तर उतना ही होगा !

Q.30 किन्ही तीन संख्याओं का औसत ज्ञात करते समय एक संख्या की अंक बदल कर जोड़े जाने के कारण 18 का अन्तर प्राप्त हो गया ! ज्ञात करें की राशियों के योग में कुल कितने का अन्तर हुआ होगा !

$$\text{योग अन्तर} = 3 \times 18 = 54$$

$$\text{अंकों का अन्तर} = \text{अकान्तर} \times 9$$

$$54 = x \times 9 = x = 6$$

Note :- किन्ही दो अंकों की संख्या के अंक बदलकर जोड़ने पर प्राप्त होने वाला अन्तर दिया गया हो तो अंकों का अन्तर या अकान्तर ज्ञात करने के लिए अन्तर में 9 का भाग देना पड़ेगा!

Q.31 दस दी हुई संख्याओं का औसत ज्ञात करते समय एक विद्यार्थी ने गलती से एक संख्या 46 के स्थान पर 64 लिख लिया तथा अपना सही औसत 50 निकाल दिया ! दी हुई संख्याओं का सही औसत है :

$$(a) \quad 48.2$$

$$(c) \quad 49.1$$

$$(b) \quad 48.3$$

$$(d) \quad 49.3$$

Solution :-

$$\text{सही औसत} = \text{गलत औसत} \pm \frac{\text{सही संख्या} - \text{गलत संख्या}}{\text{राशियाँ}}$$

$$\begin{aligned} \text{सही औसत} &= 50 \pm \frac{(46 - 64)}{10} \\ &= 50 - \frac{18}{10} \\ &= 48.2 \text{ Ans} \end{aligned}$$

Q.32 100 चीजों का औसत 46 है ! बाद में यह पता चला की उसमें 16 की जगह से 61 पढ़ लिया था और 43 को 34 पढ़ लिया था यह भी पता चला कि चीजों की संख्या 100 नहीं बल्कि मात्र 90 थी ! तदनुसार सही औसत

Solution :-

सही	गलत
16	61
43	34
59	95

प्रश्न के अनुसार राशियों का जोड़ 4600 रहा होगा लेकिन इसमें $16 + 43 = 59$ की जगह $61 + 34 = 95$ जुड़ गया अर्थात 36 ज्यादा जुड़ा हुआ है ! जिसे वापस कम करने पर राशियों का योग 4564 प्राप्त होगा !

$$100 \times 46 = 4600 - 36 = 4564$$

$$\therefore \text{संख्या भी 90 हो तो औसत } \frac{4564}{90} = 50.7$$

Q.33 एक क्रिकेट के खिलाड़ी का 64 इनिंग का औसत 62 रन है ! उसका अधिकतम स्कोर , उसके न्यूनतम स्कोर से 180 रन ज्यादा है ! उक्त दो इनिंग छोड़कर उसकी शेष इनिंग का औसत 60 रन आता है ! तदनुसार उस खिलाड़ी का अधिकतम स्कोर कितना है ?

- (1) 180 (3) 212
(2) 209 (4) 214

Solution :-

64 पारियों के जोड़ में से 62 पारियों का जोड़ घटा देने पर दो पारियों का जोड़ यानि $x+y$ बच जायेगा और दोनों पारियों का अन्तर अलग से

$$64 \text{ का योग} = 64 \times 62 = 3968$$

$$62 \text{ का योग} = 62 \times 60 = 3720$$

$$\text{दोनों पारी का योग } (x + y) = 248$$

$$\text{दो पारी का अन्तर } (x - y) = 180$$

$$2x = 428$$

$$x = 214$$

$$y = 34$$

$$\text{अधिकतम पारी} = 214$$

$$\text{न्यूनतम पारी} = 34$$

Q.34 एक बल्लेबाज ने 12 मैचों की 18 पारियों में 720 रन बनाये और 6 बार आउट हुआ ! बल्लेबाजी औसत क्या होगा !

$$\text{बल्लेबाजी औसत} = \frac{\text{कुल रन}}{\text{कुल आउट}} = \frac{720}{6} = 120 \text{ रन}$$

Note :- बल्लेबाजी औसत ज्ञात करने के लिए बनाये गये कुल रनों में बल्लेबाज जितनी बार आउट हुआ उसका भाग देना पड़ता है !

Q.35 एक गेंदबाज 24 मैचों की 36 पारियों में 120 over फेंकते हुए 900 रन दिए और 30 विकेट लिए !

$$\text{गेंदबाजी औसत} = \frac{\text{रन}}{\text{विकेट}} = \frac{900}{30} = 30$$

Note :- किसी गेंदबाज द्वारा दिए गए रनों की संख्या में लिए गए विकेटों की संख्या का भाग देने पर गेंदबाजी औसत प्राप्त होता है !

Q.36 एक गेंदबाज का गेंदबाजी औसत 12 रन / विकेट है ! और उसके द्वारा कुल 40 विकेट लिए गए तो उसके द्वारा दिए गए रनों की संख्या क्या है!

$$\text{Ans } 12 \times 40 = 480 \text{ रन}$$

गेंदबाजी औसत को विकेटों से गुणा करने पर रनों की संख्या का योग प्राप्त होगा !

Q.37 एक क्रिकेट खिलाड़ी ने जिसका गेंद फेंकने का औसत 24.85 रन प्रति विकेट था , एक मैच में 52 रन देकर 5 विकेट गवाए , उसके बाद उसका औसत 0.85 रन कम हो गया तब अन्तिम मैच खेलने तक उसके द्वारा गिराए गए विकेटों की संख्या क्या थी ?

Solution :-

$$\text{माना गिराये गए विकेट} = x$$

$$x \times 24.85 + 52 = (x + 5) \times 24$$

$$24.85x + 52 = 24x + 120$$

$$0.85x = 68$$

$$x = \frac{6800}{85} = 80$$

$$\text{खेलने से पहले } x = 80$$

$$\text{खेलने के बाद } x + 5 = 85$$

Tricks-2

- यदि A तथा B किसी काम को m दिन में करते हैं और A उसी काम को n दिन में करता है तो B अकेले उस काम को $= \frac{m \times n}{m-n}$ दिन में करेगा।

उदाहरण: A तथा B किसी काम को 16 दिन में करते हैं। A अकेले उसी काम को 24 दिन में करता है, तो B अकेले उस काम को कितने दिनों में करेगा ?

हल:

$$\text{अभीष्ट समय} = \frac{24 \times 16}{24-16} = \frac{24 \times 16}{8} = 48 \text{ दिन}$$

Tricks-3

- A, B तथा C किसी काम को क्रमशः x दिन, y दिन तथा z दिन में करते हैं। यदि तीनों साथ-साथ काम करना आरम्भ करे लेकिन A काम समाप्त होने से t_1 दिन पहले तथा B काम समाप्त होने के t_2 दिन पहले काम करना छोड़ दे, तो काम पूरा होने में लगा समय $= \frac{xyz}{xy+yz+zx} (1 + \frac{t_1}{x} + \frac{t_2}{y})$ दिन

उदाहरण: A, B तथा C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 20 दिन तथा 30 दिन में समाप्त करते हैं। यदि तीनों काम करना शुरू करें, लेकिन A काम पूरा होने के एक दिन पहले तथा B काम पूरा होने के तीन दिन पहले काम छोड़ दे, तो काम समाप्त होने में कुल कितना समय लगेगा ?

हल:

$\therefore$ C पूरे समय तक काम करता है।

$$\therefore \frac{x-1}{10} + \frac{x-3}{20} + \frac{x}{30} = 1$$

$$\therefore x = \frac{75}{11} = 6 \frac{9}{11} \text{ दिन}$$

वैकल्पिक विधि:

$$\begin{aligned} \text{काम पूरा करने में लगा समय} &= \frac{10 \times 20 \times 30}{10 \times 20 + 20 \times 30 + 10 \times 30} \left(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}\right) \\ &= \frac{10 \times 20 \times 30}{200 + 600 + 300} \times \frac{25}{20} \\ &= \frac{75}{11} = 6 \frac{9}{11} \text{ दिन} \end{aligned}$$

Tricks-4

- A और B एक काम को क्रमशः x दिन, तथा y दिन में पूरा कर सकते हैं। उन्होंने साथ-साथ काम आरम्भ किया, परन्तु A ने किसी कारणवश t दिन बाद काम छोड़ दिया। शेष काम को B द्वारा पूरा करने में लगा समय $= (y-t) - \frac{y \times t}{x}$ दिन

नोट- यदि B किसी कारणवश d दिन बाद काम छोड़ दे, तो शेष काम को A द्वारा पूरा करने में लगा समय $= (x-d) - \frac{x \times d}{y}$ दिन

उदाहरण: A तथा B एक काम को क्रमशः 12 और 15 दिन में पूरा कर सकते हैं। उन्होंने साथ-साथ काम करना आरम्भ किया, परन्तु A ने बीमारी के कारण 4 दिन बाद काम करना छोड़ दिया। B कितने दिनों में समाप्त करेगा?

हल:

$$\text{अभीष्ट समय} = 15 - 4 - \frac{15 \times 4}{12} = 6 \text{ दिन}$$

$$\therefore x = \frac{75}{11} = 6 \frac{9}{11} \text{ दिन}$$

Tricks-5

- A, B तथा C किसी काम को क्रमशः x दिन, y दिन तथा z दिन में समाप्त करते हैं। यदि तीनों एक साथ काम करना आरंभ करें लेकिन

(a) A काम शुरू होने के t_1 दिन बाद तथा B काम समाप्त होने के t_2 दिन पहले काम छोड़ दे, तो काम समाप्त होने में लगा कुल समय $= \frac{yz}{y+z} (1 - \frac{t_1}{x} + \frac{t_2}{y})$ दिन

(b) B काम शुरू होने के t_1 दिन बाद तथा C काम समाप्त होने के t_2 दिन पहले काम छोड़ दे, तो काम समाप्त होने में लगा कुल समय $= \frac{xz}{x+z} (1 - \frac{t_1}{y} + \frac{t_2}{z})$ दिन

उदाहरण: A, B तथा C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 15 दिन तथा 12 दिन में समाप्त करते हैं। यदि तीनों काम आरंभ करें लेकिन A कार्य शुरू होनी के 2 दिन बाद B काम समाप्त होने के 1 दिन पहले काम करना छोड़ दे, तो काम समाप्त होने में कुल कितना समय लगेगा?

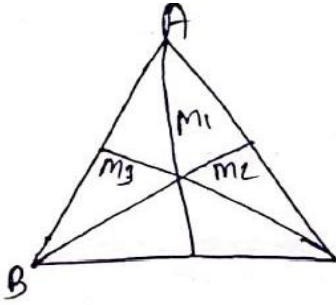
हल:

$$\therefore \frac{2}{10} + \frac{x-1}{15} + \frac{x}{12} = 1$$

$$\therefore x = \frac{52}{9} = 5 \frac{7}{9} \text{ दिन}$$

त्रिभुज (Triangle) :-

ABC एक त्रिभुज है तथा M_1 , M_2 तथा M_3 त्रिभुज के मध्यस्थ हैं !



त्रिभुज का क्षेत्रफल.

$$= \sqrt{S(S - M_1)(S - M_2)(S - M_3)}$$

$$S = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{2}$$

त्रिभुज की अंतः त्रिज्या (Inradius of Triangle) :-

$$r = \frac{\Delta}{S} \quad S = \frac{(a+b+c)}{2}$$

Δ = त्रिभुज का क्षेत्र.

त्रिभुज की परित्रिज्या (Circumradius of triangle)

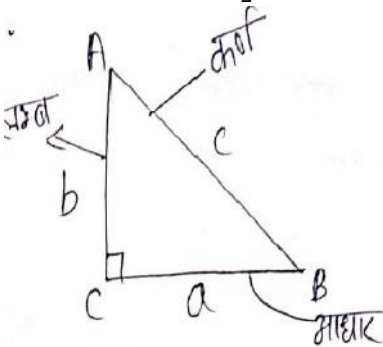
:-

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

समकोण त्रिभुज (right angle triangle) :-

$$\text{अंतः त्रिज्या (r)} = \frac{a+b-c}{2}$$

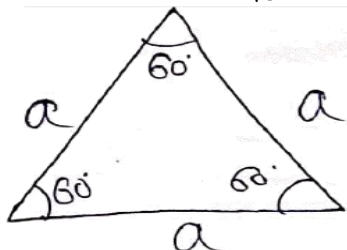
$$\text{परित्रिज्या (R)} = \frac{c}{2}$$



समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle) :-

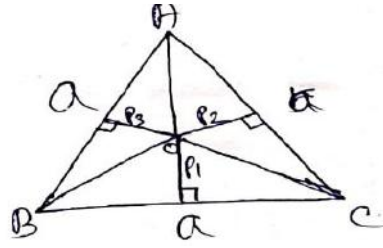
$$\text{अंतः त्रिज्या (r)} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{परित्रिज्या (R)} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3)$$

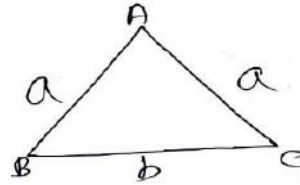
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = P_1 + P_2 + P_3$$



समबाहु Δ की ऊँचाई, त्रिभुज के लम्बवत पक्ष के जोड़ के बराबर है !

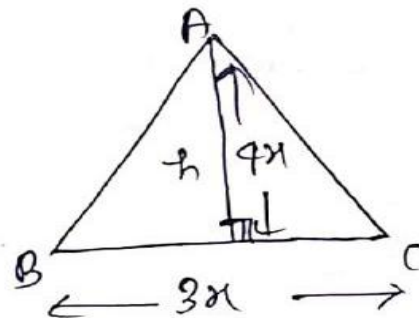
समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles triangle) :-

$$\Delta = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$



त्रिभुज पर आधारित प्रश्न :-

- (1) किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी.² तथा आधार एवं शीर्ष लम्ब का अनुपात 3 : 4 है शीर्षलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए ?



$$\text{माना आधार} = 3x$$

$$\text{शीर्ष लम्ब} = 4x$$

$$\text{क्षे.} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 1176$$

$$x^2 = 196$$

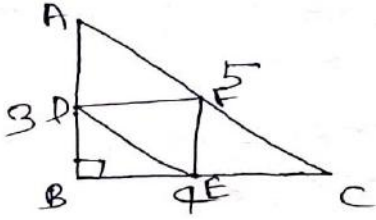
$$x = 14$$

$$\text{अतः शीर्षलम्ब} = 4x$$

$$= 4 \times 14$$

$$= 56 \text{ cm}$$

- (2) एक त्रिभुज की भुजाएँ 3 cm, 4 cm तथा 5 cm हैं ! इस त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा !



ΔABC का क्षेत्रफल =

$$\Delta = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 6 \text{ सेमी}^2$$

ΔDEF का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4} \times \Delta ABC$

$$= \frac{1}{4} \times 6$$

$$= \frac{3}{2} \text{ सेमी}^2$$

- (3) किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या 8 सेमी. हो, तो त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें ?

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = 8 \quad r = \frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$= 4 \text{ cm}$$

- (4) यदि 12 cm आधार वाले एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 cm भुजा वाले एक वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर हो तो त्रिभुज का शीर्षलम्ब क्या है ?

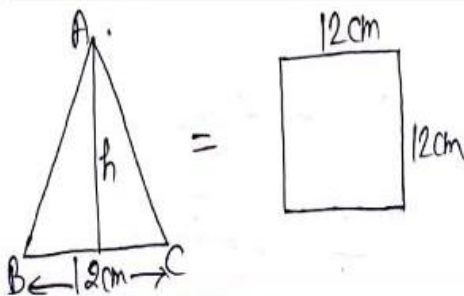
Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा²

$$\frac{1}{2} \times 12 \times h = (12)^2$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times h = 144$$

$$h = 24 \text{ cm}$$



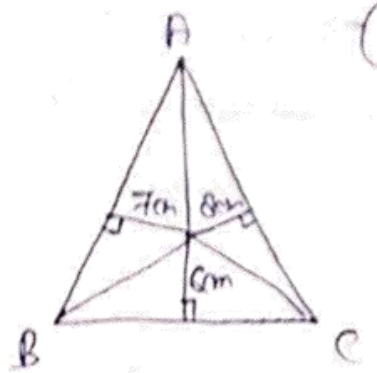
- (5) समबाहु त्रिभुज के भीतर किसी बिंदु से तीनों भुजाओं पर डाले गए लंबों की लम्बाई 6 cm, 7 cm तथा 8 cm हैं त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात करें !

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (6 + 7 + 8)$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 21 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$a = 14\sqrt{3} \text{ cm}$$



- (6) किसी समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 यूनिट² है! यदि असमान भुजा की लम्बाई 2 यूनिट हो, तब बराबर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें ?

$$\Delta = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{2}{4} \sqrt{4a^2 - 4} = 4$$

$$\sqrt{4a^2 - 4} = 8$$

वर्ग करने पर

$$4a^2 - 4 = 64$$

$$4a^2 = 64 + 4 = 68$$

$$a^2 = 17$$

$$a = \sqrt{17} \text{ यूनिट}$$



- (7) किसी समकोण त्रिभुज का आधार 12 सेमी तथा शीर्षलम्ब 5 सेमी हैं ! उसके विकर्ण की विपरीत शीर्ष से लम्ब दूरी ज्ञात करें ?

$$BD = \frac{AB \times BC}{AC}$$

$$BD = \frac{5 \times 12}{13}$$

$$BD = 4 \frac{8}{13} \text{ cm}$$

- (7) किसी बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल तथा वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात 5 : 1 है तो बेलन की त्रिज्या व ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिये !

$$2\pi r(h+r) : 2\pi r h$$

$$h+r : h$$

$$5 : 1$$

$$h : r$$

$$4 : 1$$

खोखला बेलन

R = बाहरी त्रिज्या

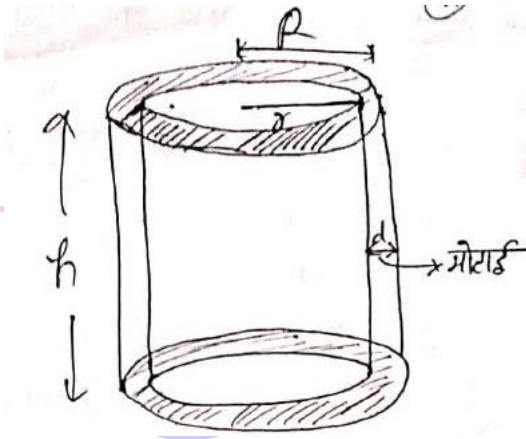
r = अंदर की त्रिज्या

$$\text{आयतन}(V) = \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$= \pi(R^2 - r^2)h$$

यदि मोटाई d हो तो आयतन

$$= \pi d(R+r)h$$



$$\text{वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल} = 2\pi R h + 2\pi r h$$

$$= 2\pi(R+r)h$$

$$\text{सम्पूर्णपृष्ठ क्षेत्रफल} = 2\pi(R+r)(h+d)$$

$$= 2\pi(R+r)(R-r+h)$$

खोखले बेलन पर आधारित प्रश्न -

- (1) एक खोखली बेलनाकार नली जो लोहे की बनी है तथा इसके बाहरी और आंतरिक व्यास क्रमशः 8 cm तथा 6 cm हैं ! इस नली की ऊँचाई 20 cm है इसे बनाने में उपयोग हुए लोहे का आयतन क्या है ?

$$\text{आयतन}(V) = \pi(R^2 - r^2)h \quad R = 4, r = 3$$

$$= \frac{22}{7}(R+r)(R-r) \times h$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 1 \times 20$$

$$= 440 \text{ cm}^3$$

- (2) एक खोखला लोहे का पाईप 21 cm लम्बा तथा उसका बाहरी व्यास 8 cm है ! यदि पाईप की मोटाई 1 cm हो तथा लोहे का भार 8 ग्राम / सेमी³ हो तब पाईप का भार ज्ञात करें ?

$$h = 21 \text{ cm}$$

$$d = 1 \text{ cm}$$

$$R = 4 \text{ cm}$$

$$R - r = d$$

$$4 - r = 1$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$V = \pi d(R+r)h$$

$$= \frac{22}{7} \times 1 \times 7 \times 21$$

$$= 462 \times 8 \text{ gm}$$

$$= 3696 \text{ g}$$

- (3) एक खोखला बेलन जिसका बाह्य व्यास 12 cm है और इसकी मोटाई 1 cm है ! यदि इसकी लम्बाई 21 cm है और भार 1 cm³ का 3.5 gm है तो खोखले बेलन का भार ज्ञात करें ?

$$R = 6 \text{ cm}$$

$$h = 21 \text{ cm}$$

$$d = 1 \text{ cm}$$

$$R - r = d$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{22}{7} \times 1 \times 11 \times 21 \times \frac{7}{2}$$

$$= 121 \times 21$$

$$= 2541 \text{ kg}$$

- (4) एक पाईप 125 cm लम्बा है ! जिसकी आंतरिक और बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः 3 cm तथा 4 cm हैं ! उसका वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए !

$$\text{वक्रपृष्ठ} = 2\pi(r_1 + r_2) \times h$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} (3+4) \times 125$$

$$= 5500 \text{ cm}^2$$

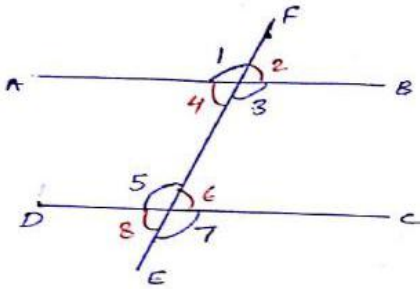
लम्ब वृत्तीय शंकु (Right Circular Cone) :-

h = कोण की ऊँचाई

l = तिर्यक ऊँचाई

r = कोण के आधार की त्रिज्या

Hints :-



- यदि तिर्यक रेखा व रेखा के बीच एक कोण 90° का हो तो सारे angles 90° के होंगे !
- यदि एक भी कोण 90° का न हो तो
Less than 90° सारे बराबर
Greater than 90° सारे बराबर

ex. :- $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8$

and $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7$

बहुभुज

उत्तल बहुभुज

(Convex)

$\theta < 180^\circ$

त्रिभुज

अवतल बहुभुज

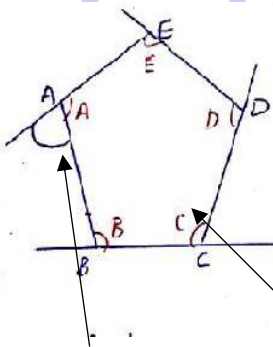
(Concave)

$\theta > 180^\circ$

चतुर्भुज

angle
(ex)

सबसे कम भुजा वाला बहुभुज - त्रिभुज



बहिष्कोण

बहुभुज के किसी एक ही बिंदु पर अंत :

कोण + बहिष्कोण = 180°

सभी बहिष्कोणों का योग = 360°

बहुभुज	भुजा	कोण
समबहुभुज	सही	सही
विषम बहुभुज	गलत	गलत

समबहुभुज :-

बहिष्कोण = $\frac{360^\circ}{n}$ अंत : कोण = $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
(यहाँ n = no. of lines)

भुजाओं की संख्या n	बहिष्कोण	अंत : कोण
3	120°	60°
4	90°	90°
5	72°	108°
6	60°	120°
7	$51\frac{3}{7}^\circ$	$128\frac{4}{7}^\circ$
8	45°	135°
9	40°	140°
10	36°	144°
भुजाओं की संख्या बढ़ने पर	बहिष्कोण का मान कम / घट रहा है !	अंत : कोण का मान ज्यादा / बढ़ रहा है !

- जब बहिष्कोण $>$ अंत : कोण हो तो वह समबहुभुज - समबाहू त्रिभुज होगा!
- जब बहिष्कोण = अंत : कोण हो तो वह - वर्ग होगा!
- समबाहू त्रिभुज व समषट्भुज के अंत : कोण बहिष्कोण होते हैं !

• प्रत्येक अंत : कोण = $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$

• (सम बहुभुज) = $180^\circ \left(\frac{n-2}{n}\right)$
= $\left(\frac{2n-4}{n}\right) \times 90^\circ$

• अंत : कोणों का योग = $(2n - 4) \times 90^\circ$ (सम / विषम बहुभुज)

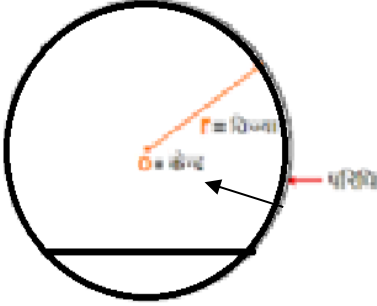
• विकर्ण की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$

Ex :- त्रिभुज के विकर्ण की संख्या = $\frac{3(3-3)}{2} = 0$

विकर्ण चतुर्भुज के विकर्ण की संख्या = $\frac{4(4-3)}{2} = 2$ विकर्ण

वृत्त और उसकी जीवाएँ

वृत्त :- एक बिंदु O से सामान दूरी पर अनेक बिंदु अंकित कर दिया जाये और इन बिन्दुओं को आपस में मिला दिया जाये तो वृत्त का निर्माण होगा जहाँ O इसका केंद्र बिंदु और r त्रिज्या है।



जीवा

- यदि कोई बिंदु वृत्त की परिधि के अंदर है। तो उसे आंतरिक बिंदु, बाहर है। तो उसे बाहरी बिंदु कहते हैं।

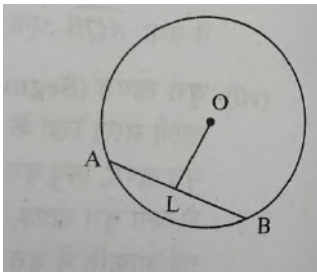
वृत्त की त्रिज्या :- इसकी परिधि और केंद्र को मिलाने वाली रेखा को त्रिज्या कहते हैं।

- किसी वृत्त की त्रिज्याएँ सामान लम्बाई की होती हैं।
- त्रिज्याएँ एक दुसरे को कभी नहीं काटती हैं।
- त्रिज्याएँ वृत्त के केंद्र पर आकर मिलती हैं।
- त्रिज्याएँ व्यास या सबसे लम्बी जीवा की आधी होती हैं।

जीवा :- इसकी परिधि पर स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखंड को जीवा कहते हैं।

- जीवा वृत्त को दो भागों में बांटती है।
- जीवा की लम्बाई परिधि पर स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं से ना तो अधिक ना तो कम हो सकती है।
- जीवा की लम्बाई असमान हो सकती है।
- सबसे बड़ी जीवा को व्यास कहते हैं।
- इसकी सबसे बड़ी जीवा वृत्त के केंद्र से होकर जाती है।
- दो सामान जीवायें केंद्र पर सामान कोण बनाती हैं।
- यदि दो जीवायें केंद्र पर सामान कोण बनाती हैं। इसका अर्थ है। जीवायें सामान हैं।
- वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को दो बराबर भागों में बंटता है।

Ex1. एक वृत्त के केंद्र से 12 cm की दूरी पर 32 cm लम्बी जीवा खींची गई है इस वृत्त की त्रिज्या कितनी है



हल :- $OL = 12 \text{ cm}$, $AB = 32 \text{ cm}$ [क्योंकि दिया है]

हमें ज्ञात करना है $OA = OB = ?$

बिंदु O को A से और B से मिलाने पर त्रिभुज OAB में हमें दो समकोण त्रिभुज OLB और OLA प्राप्त होती हैं

समकोण त्रिभुज OLB में,

$$(OL)^2 + (LB)^2 = (OB)^2$$

$$(12)^2 + (16)^2 = (OB)^2$$

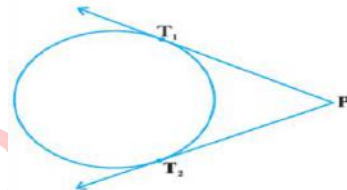
$$(OB)^2 = 400$$

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = OB = 20 \text{ cm}$$

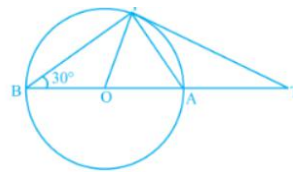
स्पर्श रेखा

वृत्त पर स्पर्श रेखा और उसके स्पर्श बिंदु का अर्थ है की स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लंब है।

- किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।



- किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाईयाँ बराबर होती हैं।
- चित्र में, BOA वृत्त का एक व्यास है तथा एक बिंदु P पर खींची गई स्पर्श रेखा बढ़ाई गई BA से T पर मिलती है। यदि $\angle PBO = 30^\circ$ है, तो $\angle PTA$ भी 30° के बराबर होगा।



Q 1 : यदि वृत्त की दो त्रिज्याओं के बीच का कोण 130° हो, तो इन त्रिज्याओं के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण है:

- (A) 90° (B) 50°
(C) 70° (D) 40°

उत्तर : (B)

अध्याय - 2

गणितीय संक्रियाएँ

संक्रियाओं को दो प्रकारों में वर्गीकृत किया जा सकता है:

1. न्यूमेरिकल ऑपरेशन
2. सिंबॉलिक ऑपरेशन

न्यूमेरिकल ऑपरेशन :- इस प्रकार के प्रश्नों में एक सरल मैथमेटिकल समीकरण दिया जाता है और उम्मीदवारों को BODMAS नियम के दिए गए निर्देश की सहायता से इन समीकरणों को हल करना होता है। सामान्यतः संख्याओं पर चार संक्रियाएँ होती हैं।

1. योग (+)
2. अन्तर (-)
3. गुणा (x)
4. भाग (÷)

हर प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए एक नियम है - BODMAS इसका मतलब है कोष्ठक (Bracket), का (OF), भाग (division), गुणा (multiplication), जोड़ (addition), घटाव (subtraction)

B	O	D	M	A	S
Brackets कोष्ठक []	Orders का x	Division भाग ÷	Multiplication गुणा X	Addition जोड़ +	Subtraction घटाव -

Ex1- यदि 'x' का अर्थ '-', ÷ का अर्थ '+', + का अर्थ 'x' हो तो $(16 \times 5) \div 5 + 5 = ?$

- (a) 16
- (b) 26
- (c) 36
- (d) 46

Ans: $(16 \times 5) \div 5 + 5$

सबसे पहले प्रश्न के अनुसार चिन्ह बदलेंगे

$$(16 - 5) + 5 \times 5$$

अब BODMAS का प्रयोग करेंगे

$$11 + 5 \times 5 = 11 + 25 = 36 \text{ Ans.}$$

Example :- यदि + का अर्थ x है, तथा x का अर्थ ÷ है, तथा - का अर्थ + है और ÷ का अर्थ - है तो निम्नलिखित समीकरण का मान क्या होगा ?

$$20 - 8 \times 4 \div 3 + 2 = ?$$

$$\text{given} = + \rightarrow x$$

$$x \rightarrow \div$$

$$- \rightarrow +$$

$$\div \rightarrow -$$

हल उपरोक्त प्रश्न में चिन्ह परिवर्तित करके लिखने पर $20 + 8 \div 4 - 3 \times 2$

By Bodmas Rule

$$\Rightarrow 20 + 2 - 3 \times 2$$

$$\Rightarrow 20 + 2 - 6$$

$$\Rightarrow 22 - 6$$

$$\Rightarrow 18 \text{ Ans}$$

Example :- यदि '+' तथा ÷, x तथा - को समीकरण $17 \div 7 - 27 + 9 \times 3$ में बदल दिया जाये तब इसका मान होगा ?

$$\text{हल :- } 17 \div 7 - 27 + 9 \times 3$$

चिन्ह परिवर्तित करने पर

$$= 17 + 7 \times 27 \div 9 - 3$$

$$= 17 + 7 \times 3 - 3$$

$$= 17 + 21 - 3$$

$$= 38 - 3 = 35 \text{ Ans}$$

Example. यदि + का अर्थ 'भाग' है, x का अर्थ 'जोड़' है, - का अर्थ 'गुणा' है और ÷ का अर्थ घटा है, तो निम्नलिखित में से कौन सा समीकरण सही है?

$$(a) 36 \times 6 + 7 \div 2 - 6 = 20$$

$$(b) 36 + 6 - 3 \times 5 \div 3 = 24.$$

$$(c) 36 \div 6 + 3 \times 5 - 3 = 45.$$

$$(d) 36 - 6 + 3 \times 5 \div 3 = 74.$$

Ans. (d)

Solution

$$36 - 6 + 3 \times 5 \div 3$$

$$\rightarrow 36 \times 6 \div 3 + 5 - 3.$$

$$\rightarrow 36 \times 2 + 5 - 3 = 74.$$

$$\rightarrow 72 + 5 - 3 = 74.$$

संतुलित समीकरण ज्ञात करना :- इस प्रकार के प्रश्न में विकल्पों में दिए गए गणितीय चिन्हों +, -, x, ÷ प्रयोग करके दिए गए समीकरण में सही विकल्प के अनुसार चिन्हों के स्थान की पूर्ति करनी होती है, जिससे समीकरण सन्तुलित हो जाए !

समीकरण में,

$$10 \times 2 + 7 = 35$$

$$10 \div 2 \times 7 = 35$$

$$5 \times 7 = 35$$

$35 = 35$ इस समीकरण में लागू है !

$$80 \times 40 + 3 = 6$$

$$80 \div 40 \times 3 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

$6 = 6$ इस समीकरण में भी यही Method लागू है!

$$\text{अतः } 12 \times 4 + 3$$

$$= 12 \div 4 \times 3$$

$$3 \times 3 = 9$$

option (b) is right option.

Q. यदि गणितीय चिन्ह + का अर्थ $\div$, - का अर्थ $\times$, $\times$ का अर्थ $-$, तथा $\div$ का अर्थ $+$ है तब $11 \times 7 + 21 \times 2 \div 2 \div 3 - 4$ का मान है !

(a) $\frac{68}{3}$

(b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{-4}{3}$

(d) $\frac{-8}{3}$

given :-
 $+$ = $\div$
 $-$ = $\times$
 $\times$ = $-$
 $\div$ = $+$

Now $11 \times 7 + 21 \times 2 \div 2 \div 3 - 4$

चिन्ह बदलने पर

$$= 11 - 7 \div 21 - 2 + 2 + 3 \times 4$$

according BODMAS

$$= 11 - \frac{7}{21} - 2 + 2 + 3 \times 4$$

$$= 11 - \frac{7}{21} - 2 + 2 + 12$$

$$= 11 - \frac{7}{21} - 2 + 14$$

$$= 11 - \frac{1}{3} - 2 + 14$$

$$= 11 - \frac{1}{3} + 12$$

$$= \frac{69-1}{3} = \frac{68}{3} \text{ Ans option (a) is right.}$$

Q. यदि $44 \times 75 = 7454$; $34 \times 65 = 6453$; $24 \times 53 = 5452$, $14 \times 45 = ?$

(a) 4432

(b) 4462

(a) 4342

(d) 4451

उपरोक्त प्रश्न में दिए गये समीकरण को देखने पर पता चलता है कि 44×75 इस equation में बाईं तरफ की संख्या के अंक बदलकर उसमें 10 जोड़कर दाईं तरफ की संख्या के दाईं तरफ लिखा जाता है ! तथा बाईं तरफ की संख्या के दाईं तरफ की अंकों में से 1 घटाकर दाईं तरफ की संख्या के बाईं ओर लिखा जाता है !

अतः option में से क्रमशः जाँच करने पर

$$14 \times 45 = 4451 \quad \left\{ \begin{array}{l} 14 \Rightarrow 41 \Rightarrow 41 + 10 = 51 \\ 45 \Rightarrow 45 - 1 = 44 \end{array} \right.$$

4451 जो कि option d है ! अतः option d is right answer.

Q. यदि $526 = 9$ और $834 = 9$ हो तो $716 = ?$

(a) 20

(b) 15

(c) 12

(d) 60

$$526 = 9 \Rightarrow 5 + 6 - 2 = 9$$

$$8 + 4 - 3 = 9$$

उपरोक्त समीकरण में दी गई संख्या में प्रथम तथा अन्तिम अंक को जोड़कर बीच वाला अंक घटा दिया जाता है !

अतः 716 में

$$7 + 6 - 1 = 12 \text{ Ans.}$$

$$8$$

Q. $44 \times 75 = 7545$; $34 \times 65 = 6453$; $24 \times 55 = 5452$ तो $14 \times 45 = ?$

(a) 4432

(b) 4462

(c) 4342

(d) 4451

उपरोक्त प्रश्न की equation.

$$44 \times 75 = 7454$$

$$\downarrow \text{ यदि } 75 - 1 = 74$$

$$44 + 10 = 54$$

$$\text{तो } 14 \times 45 = ?$$

$$45 - 1 = 44$$

$$41 + 10 = 51$$

$$= 4451 \text{ Ans.}$$

अध्याय - 10

रक्त सम्बन्ध

इस अध्याय के अंतर्गत परीक्षार्थी को दो या दो से अधिक व्यक्तियों के सम्बन्ध में विवरण दिया जाता है। हमें उस विवरण के आधार पर उन व्यक्तियों के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करके पूछे गए व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है।

रक्त सम्बन्ध

रक्त सम्बन्धी प्रश्नों में निपुणता के लिये व्यक्तियों का आपस में जो सम्बन्ध है उसे किस नाम से जाना जाता है। इस तथ्य का ज्ञान होना आवश्यक है। अग्रांकित सारणी में इसका विवरण दिया गया है।

हिन्दू संस्कृति के अनुसार रिश्ते

माता या पिता का पुत्र	भाई
माँ या पिता की पुत्री	बहिन
माँ का भाई	मामा
पिता का छोटा भाई	चाचा
पिता का बड़ा भाई	ताऊ
माँ की बहिन	मौसी
पिता की बहिन	बुआ
बुआ का पति	फूफा
माँ का पिता	नाना
पिता का पिता	दादा
पुत्र की पत्नी	पुत्रवधू
पुत्री का पति	दामाद
पत्नी की बहिन	साली
पति की बहिन	ननद
पत्नी का भाई	साला
पति का बड़ा भाई	जेठ
पति का छोटा भाई	देवर
भाई का पुत्र	भतीजा
भाई की पुत्री	भतीजी
पत्नी/पति का पिता	ससुर
पत्नी/पति की माता	सास
बहन का पति	बहनोई
पुत्र का पुत्र	पोता या नाती
पोते की पत्नी	पतोहु
पुत्री का पुत्र	नवासा
पोते का पुत्र	पड़पोता

1. जिस व्यक्ति के साथ का/ की/ के/ से शब्द आते हैं उस व्यक्ति को सबसे पहले लिखना चाहिए।
2. पुरुषों के लिए (+) का चिन्ह तथा महिला के लिए (-) का चिन्ह प्रयोग करना चाहिए।

3. रिश्ते के प्रश्नों में अधिकांश प्रथम व अंतिम व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना चाहिए।

(अ) यदि पूछे गए प्रश्न में दोनों व्यक्तियों के साथ का तथा से शब्द आते हैं तो हमेशा उस व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है जिसके साथ का शब्द आया हो।

उदा.-राम का श्याम से क्या सम्बन्ध है?

हल:- इस वाक्य का अर्थ है कि राम, श्याम का क्या लगता है।

(ब) यदि पूछे गए प्रश्न में दोनों व्यक्तियों में से किसी एक व्यक्ति के साथ का अथवा से शब्द आता है तो हमेशा उस व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है जिसके साथ ये दोनों ही शब्द नहीं आये हो।

उदाहरण:- श्याम, राम से किस प्रकार सम्बन्धित है?

अथवा

उदाहरण:- श्याम, राम का क्या लगता है?

हल:- दोनों वाक्यों का एक ही अर्थ है कि श्याम राम का क्या लगता है अर्थात् श्याम का सम्बन्ध राम से बताना है।

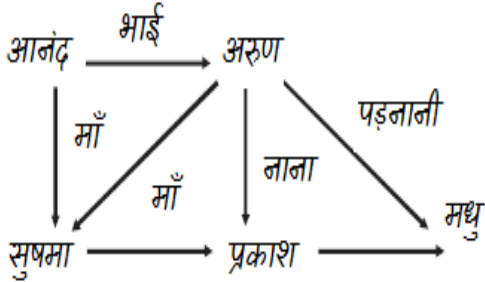
वंश के बारे में महत्वपूर्ण तथ्य

पीढ़ी	पुरुष	महिला
स्वय से 2 पीढ़ी ऊपर	दादा, नाना दादा/नाना ससुर	दादी, नानी दादी/नानी सास
स्वय से। पीढ़ी ऊपर	पिता, चाचा, फूफा, मामा, मौसा, ससुर	माँ, चाची, बुआ मामी, मौसी, सास मामी, मौसी, सास
स्वय की पीढ़ी	भाई, चचेरा, फुफेरा/ ममेरा/मौसेरा भाई, बहनोई/साली का पति, साला/ देवर, जेठ, नंदोई,	बहन, चचेरी/ फुफेरी/ ममेरी/मौसेरी बहन, भाभी/साला की पत्नी, पत्नी नन्द/जेठानी/ देवरानी
स्वय से। पीढ़ी नीचे	पुत्र, भतीजा/भगिना, दामाद	पुत्री, भतीजी/भगिनी, पुत्रवधू
स्वय से 2 पीढ़ी नीचे	पोती या नातिन की पति, पोता	.पोता या नातिन का पत्नी, पोती

2. अरुण, आनन्द का भाई है, सुषमा, आनन्द की माँ है, प्रकाश, सुषमा का पिताजी है। मधु, प्रकाश की माँ है तो अरुण, मधु से किस प्रकार से संबंधित है?

- (a) पुत्र (b) पौत्र
(c) पड़नवासा (d) none

व्याख्या

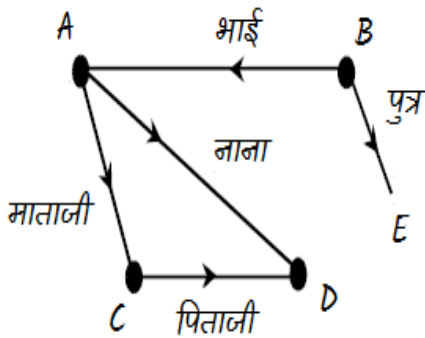


आरेखनुसार अरुण मधु का पड़नवासा होगा

3. A, B का भाई है, C, A की माँ है, D, C का पिता है, E, B का पुत्र है, तो यह बताइए, कि A से D का क्या संबंध है?

- (a) पुत्र (b) पौत्र
(c) नाना (d) पितामह

व्याख्या

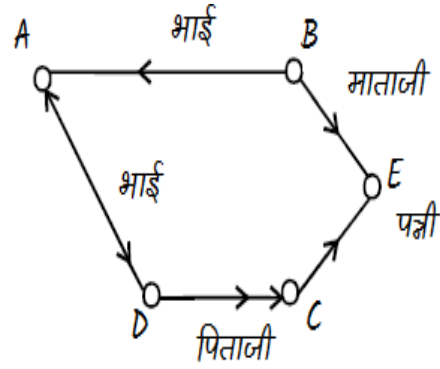


तब D, A का नाना है।

4. A, B का भाई है C, D का पिता है। E, B की माता है। A और D भाई हैं तो E, C से किस प्रकार सम्बंधित है?

- (a) बहिन (b) साली
(c) भतीजी (d) पत्नी

व्याख्या

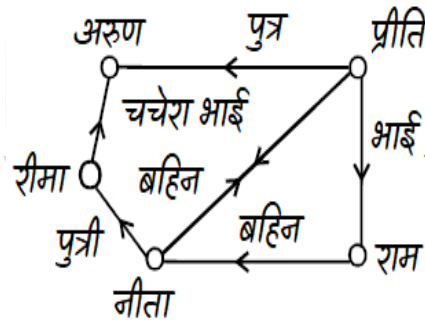


A, B और D भाई-बहिन हैं और E उनकी माता और C उनका पिता है। अतः E, C की पत्नी है।

5. प्रीति का अरुण नामक पुत्र है, राम, प्रीति का भाई है। नीता की भी रीमा पुत्री है। नीता, राम की बहन है। अरुण का रीमा के साथ क्या संबंध है?

- (a) भाई (b) भतीजा
(c) चचेरा भाई (d) मामा

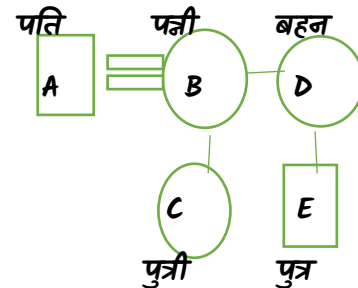
व्याख्या

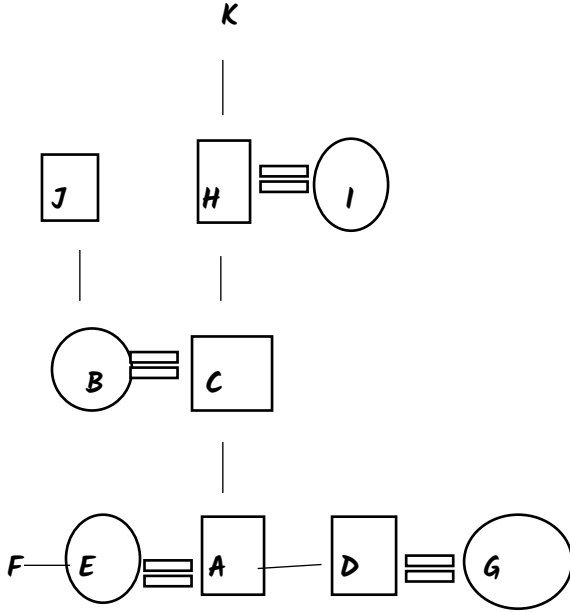


6. A, B का पति है। C, B की पुत्री है। D, B की बहिन है। E, D का पुत्र है तो C, E से किस प्रकार संबंधित है?

- (a) चाची (b) भतीजी
(c) मौसेरी बहिन (d) साली

Ans:(c)





20. ans(c) E, D की भाभी हैं।

21. ans(b) यदि K पुरुष सदस्य है तो K, A का परदादा है।

22. ans(d) परिवार में चार विवाहित जोड़े हैं

Q.23 A + B का अर्थ है, 'A, B का पुत्र है',
 A - B का अर्थ है, 'A, B की पत्नी है',
 A × B का अर्थ है 'A, B की माँ है'
 A ÷ B का अर्थ है, 'A, B की बहन है।

तो C + D - E का अर्थ क्या है?

- (A) E, C का भाई है
- (B) E, C का पिता है
- (C) E, C का पुत्र है
- (D) E, C की बहन है

ans(b) E, C का पिता है

24. यदि A + B = A, B का भाई है,

A - B = A, B की बहन है,

A × B = A, B के पिता है,

तो निम्न में से किसका अर्थ C, M का पुत्र होगा ?

- (A) M - N × C + F
- (B) F - C + N × M
- (C) N + M - F × C
- (D) M × N - C + F

ans(d) M × N - C + F

25. A + B का मतलब है 'A माता है B की',

A - B का मतलब है 'A पत्नी है B की',

A × B का मतलब है A भाई है B का,

A ÷ B का मतलब है A पति है B का,

यदि T ÷ V + Q - J × M + U है, तो T का J से क्या सम्बन्ध है ?

- (A) ससुर
- (B) पिता
- (C) दामाद
- (D) भाई

ans(a) ससुर

26. A × B का अर्थ है A, B की पत्नी है।

A ÷ B का अर्थ है A, B का पिता है।

निम्नलिखित में से किस व्यंजक का अर्थ है 'R, S के दादा हैं'?

- (A) S × U × R ÷ J
- (B) J × S ÷ R × U
- (C) R ÷ J ÷ S × U
- (D) S ÷ U × J ÷ R

ans(c) R ÷ J ÷ S × U

अध्याय - 21

कथन एवं निष्कर्ष

किसी विषय के सन्दर्भ में दी गई अभिव्यक्ति को कथन कहते हैं। निष्कर्ष एक ऐसा तथ्य परख विवेचन है जो कि कथन के सम्पूर्ण अवयवों को ध्यान में रखते हुए उसकी विवेचना, कारण, प्रभाव, वैज्ञानिक परीक्षण एवं सर्वमान्य स्वीकार्यता पर निर्भर करता है।

इस प्रकार के प्रश्नों में एक कथन दिया गया होता है जिस पर आधारित दो या दो से अधिक निष्कर्ष दिए गए होते हैं। कथन के सारे तथ्यों को सही मानते हुए, चाहे वे सर्वमान्य मान्यताओं के विपरीत ही क्यों न हो, किसी भी तरह के पूर्वानुमान की मदद लिये बिना यह ज्ञात करना होता है कि दिए गए निष्कर्षों में से कौनसा निष्कर्ष तार्किक रूप से सही है। यदि प्रश्न में एक से अधिक कथन भी दिए हो, तो निष्कर्ष तक पहुंचने से पहले विभिन्न कथनों में उल्लेखित सूचनाओं के साथ पारस्परिक सम्बन्ध स्थापित करना चाहिए।

● मान्य निष्कर्ष की पहचान के लक्षण :

● कथन में दी गई सूचना के आधार पर निष्कर्षों की वैधता पर विचार करना चाहिए।

• यदि केवल एक कथन का एक से अधिक निष्कर्षों में अनुकरण किया जा रहा हो, तो ये वैध कहलायेंगे। ऐसे में असामान्य निष्कर्षों का पता लगाने के लिए प्रत्येक निष्कर्ष का अलग मूल्यांकन किया जाना चाहिए।

● निष्कर्ष कथन के किसी एक भाग या सभी में व्याप्त होगा।

• यह कथन में निहित विचारों का सामान्यीकृत रूप होता है।

• निष्कर्ष कथन के आधार पर ही निकलना चाहिए।
• कथन में जब कुछ विशेष शब्द जैसे हमेशा, सदैव, बावजूद, केवल, अधिकतर, अधिकांश आदि का उपयोग किया जाता है तो कथन का अर्थ बदल जाता है।

अमान्य निष्कर्षों की पहचान के लक्षण :-

• कथन में किसी शब्द या वाक्यांश का दो अर्थों में इस्तेमाल नहीं होना चाहिए।

• कथन और उसके निष्कर्ष नीति एवं सत्य की प्रचलित धारणाओं के विपरीत नहीं होने चाहिए।

• निष्कर्ष उदाहरण नहीं होने चाहिए।

• सामान्यतः, आमतौर पर, साधारण तौर आदि शब्द निष्कर्ष को अमान्य या सन्देहास्पद बना देते हैं।

• यदि दो कथन दिए गए हों, तो वे परस्पर विरोधाभासी नहीं होने चाहिए।

• निष्कर्ष व्यक्तिगत, पूर्वाग्रह अथवा बाहरी कारकों से प्रभावित नहीं हो।

• निष्कर्ष निकालते समय अन्य व्यक्तियों के सुझावों पर विचार करना चाहिए परन्तु निष्कर्ष स्वयं का अपना होना चाहिए।

निष्कर्ष में निम्न तर्क दोष नहीं होने चाहिए।

• अक्षर संयोजन का तर्क दोष

• वर्गीकरण का तर्क दोष

• अविवेकी सादृश्यता का दोष

• अपर्याप्त आँकड़ों का तर्क दोष

निर्देश (1-25): निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में एक कथन दिया गया है तथा इस पर आधारित दो निष्कर्ष I और II दिए गए हैं। दिए गए कथन सर्वमान्य मान्यताओं से सर्वथा विपरीत ही क्यों न हों फिर भी आपको उन्हें सत्य मानना है। इसके बाद आपको दिए गए कथन और निष्कर्षों पर विचार करते हुए यह निर्णय करना है कि दिए गए कथन के आधार पर कौन-सा/से निष्कर्ष आवश्यक रूप से अनुसरण करता है करते हैं ?

उत्तर (1) दीजिए यदि केवल निष्कर्ष I अनुसरण करता है।

उत्तर (2) दीजिए यदि केवल निष्कर्ष II अनुसरण करता है।

उत्तर (3) दीजिए यदि या तो निष्कर्ष I या II अनुसरण करता है।

उत्तर (4) दीजिए यदि न तो निष्कर्ष I और न ही निष्कर्ष II अनुसरण करता है।

उत्तर (5) दीजिए यदि निष्कर्ष I और II दोनों ही अनुसरण करते हैं।

1. कथन : केन्द्र सरकार ने 142 कंपनियों, जिन्होंने कानूनी अपेक्षाओं को पूरा किए बिना अपना कारोबार बंद कर दिया है, के खिलाफ मुकदमा दायर किया है।

निष्कर्ष : 1. भारत में लगभग सभी कंपनियां कारोबार शुरू करने और कारोबार समाप्त कर देने, दोनों ही समयों में कानूनी औपचारिकताओं का पालन नहीं करती।

2. संबंधित सरकारी विभाग 'निगरानी' संबंधी अपनी जिम्मेदारियां पूरी करने की कोशिश कर रहे हैं ताकि अन्य कंपनियां, जो गलती कर रही हैं उन्हें संकेत मिल जाये।

2. कथन : अखिल भारतीय पार्षद सम्मेलन में पार्षदों की बढ़ी हुई जिम्मेदारियों को पूरा करने में मदद के लिए उन्हें ज्यादा अधिकार दिए जाने की मांग हो रही है।

निष्कर्ष : 1. लोग अधिकारी के पीछे पागल हैं, वे अधिकार और पैसा दोनों चाहते हैं।

2. पार्षद का पद केवल दिखावटी नहीं होना चाहिए।

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

(Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - <https://shorturl.at/qBJ18> (74 प्रश्न , 150 में से)

RAS Pre 2023 - <https://shorturl.at/tGHRT> (96 प्रश्न , 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - <https://youtu.be/gPqDNlc6UR0>

Rajasthan CET 12th Level - <https://youtu.be/oCa-CoTFu4A>

RPSC EO / RO - <https://youtu.be/b9PKjl4nSxE>

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdaK856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gz2fJyt6vI>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये
RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)

whatsapp - <https://wa.link/kl9vg2> 1 web. - <https://shorturl.at/cghsy>

SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1 st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.