



INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC EXAM



2023

LATEST
EDITION

HANDWRITTEN
NOTES

SSC-CHSL

(10 + 2) TIER 1 & 2

STAFF SELECTION COMMISSION
COMBINED HIGHER SECONDARY LEVEL

HANDWRITTEN NOTES

भाग - 4

गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)



INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC - CHSL

TIER - 1 & 2

**STAFF SELECTION COMMISSION
COMBINED HIGHER SECONDARY
LEVEL**

10 + 2

भाग - 4

गणित + (संख्यात्मक अभियोग्यता)

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “SSC CHSL (COMBINED HIGHER SECONDARY LEVEL)” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को कर्मचारी चयन आयोग (SSC) द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “SSC CHSL (COMBINED HIGHER SECONDARY LEVEL)” भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे /

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 01414045784, 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

WhatsApp करें -

<https://wa.link/vqyxwn>

Online order करें -

<https://cutt.ly/g0O6SHh>

मूल्य :

संस्करण : नवीनतम (2023)

गणित

1. संख्या प्रणाली

1

- प्रस्तावना
- इकाई अंक
- विभाज्यता की जाँच
- भिन्न एवं दशमलव
- संख्या संबंध
 - लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक
 - सरलीकरण
 - अनुक्रम और श्रृंखला

2. बीजगणित

75

- बीजगणित के सूत्र
- घात और आधार
- रैखिक समीकरण
- द्विघात समीकरण

3. गणितीय संक्रियाएँ

118

- अनुपात-समानुपात
- प्रतिशतता
- लाभ और हानि
- औसत
- साझा
- मिश्रण
- साधारण ब्याज & चक्रवृद्धि ब्याज

- चाल , समय और दूरी
- कार्य और समय

4. क्षेत्रमिति

249

- क्षेत्रमिति - द्विविमीय(2D)
 - त्रिभुज
 - वृत्त
 - चतुर्भुज
- क्षेत्रमिति-त्रिविमीय (3D)
 - घन
 - घनाभ
 - बेलन
 - शंकु
 - छिन्नक
 - गोला
 - अर्धगोला
 - पिरामिड

5. ज्यामिति

285

- रेखाएँ एवं कोण
- प्रारंभिक ज्यामितीय आकृतियाँ
- वृत्त और उसकी जीवाएँ
- स्पर्श रेखा
- त्रिभुज और इसके विभिन्न प्रकार के केंद्र
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता और समानता

- कातीय निर्देश तंत्र

6. त्रिकोणमिति

308

- त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ
- त्रिकोणमितीय अनुपात
- ऊँचाई और दुरी

7. डाटा इन्टरप्रिटेशन , सांख्यिकी और प्रायिकता

328

- सारणी
- रेखा चित्र
- पाई चार्ट
- बार ग्राफ
- आयत चित्र
- वृत्त चार्ट
- केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें
- माध्य ,माध्यिका और बहुलक
- प्रायिकता

अध्याय -1

संख्या प्रणाली

(Number system)

संख्या - एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। 0 से अंत तक की सभी धनात्मक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते हैं। जैसे- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9... शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ -1,2,3,4.....
2. पूर्ण संख्याएँ -0,1,2,3,4,5
3. पूर्णांक संख्याएँ $-\infty$ से $+\infty$ तक
4. धनात्मक संख्याएँ :- 1,2,3,4,5
5. ऋणात्मक संख्याएँ :- -1, -2, -3, -4, -5,.....

नोट: 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह उदासीन संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ :- वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। उदा. 1,2,3,4,5,6..... ∞

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है। जैसे:- $-3/4, -1/5$

- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

जब प्राकृतिक संख्याओं में शून्य (0) को भी सम्मिलित कर लिया जाता है, तब वे संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं तथा उनके समुच्चय को 'W' से प्रदर्शित करते हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- शून्य (0) पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।

- पूर्णांक संख्याएँ (Integer Numbers)

प्राकृतिक संख्याओं में उनकी ऋणात्मक संख्याओं तथा शून्य को भी सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं तथा इनके समुच्चय को 'I' से प्रदर्शित करते हैं।

$$I = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

पूर्णांक निम्न दो प्रकार के होते हैं।

(1) धन पूर्णांक प्राकृतिक संख्याओं को धन पूर्णांक कहते हैं तथा इनके समुच्चय को I^+ से प्रदर्शित करते हैं।

$$I^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

(2) ऋण पूर्णांक प्राकृतिक संख्याओं की ऋणात्मक संख्याओं को ऋण पूर्णांक कहते हैं तथा इसके समुच्चय I^- से प्रदर्शित करते हैं।

$$I^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$$

- शून्य (0) न तो धन पूर्णांक है और न ही ऋण पूर्णांक
- ऋण पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से कम तथा धन पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से अधिक होता है।

सम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णांक) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

नोट: शून्य एक सम संख्या है।

2. **विषम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1,3,5,7,9,11. आदि। शून्य विषम संख्या नहीं है।

भाज्य संख्याएँ :-

01 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सके भाव्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4,6,8,9,15,16 आदि।

नोट: दो (2) एक भाव्य संख्या नहीं है। यह एक अभाव्य संख्या है।

4. अभाव्य संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाव्य न हो अभाव्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2,3,5,7,11,13,आदि संख्याएँ अभाव्य संख्याएँ हैं।

नोट: एक (1) अभाव्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाव्य संख्या कह सकते हैं।

• सहअभाव्य संख्याएँ (**Coprime Numbers**)

ऐसी दो या अधिक प्राकृतिक संख्याएँ, जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, सहअभाव्य संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे - (2, 3), (5, 9, 11), (16, 21, 65),... आदि।

- सहअभाव्य संख्याओं का अभाव्य होना आवश्यक नहीं है।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय होया अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: $\sqrt{8}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्या :- वैसे वास्तविक संख्याएँ जो p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं। जैसे; $1/2$, $2/3$, $3/4$ आदि.

अपरिमेय संख्या:- वैसे वास्तविक संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में लिखा जा सके, उन्हें अपरिमेय संख्या कहते हैं। अर्थात्, वैसे संख्याएँ जिन्हें पूर्णांक के अनुपात के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। साथ ही अंश और हर के रूप में भी व्यक्त नहीं किया जा सकता है। वह अपरिमेय संख्या कहलाती है। जैसे; $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) / \sqrt{5}$

Questions

1. 1 से 10 तक कि सभी प्राकृत संख्याओं के घनों का योग क्या है?

- A. 3020
- B. 3025
- C. 3250
- D. 3590

हल:- प्रश्नानुसार,

$$[n(n+1)/2]^2$$

$$n = 10$$

$$[10(10+1)/2]^2$$

$$[(10 \times 11)/2]^2$$

$$(11 \times 5)^2$$

$$(55)^2$$

$$3025$$

Ans. 3025

2. $(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8) / 5$ को सरल कीजिए?

- A. $13/3$
- B. 1
- C. $9/4$
- D. $4/9$

हल:- प्रश्नानुसार,

$$(4 + 4 + 5 \div 5) / (6 + 6 + 8) / 5$$

$$(4 + 4 + 1) / (20/5)$$

Ans. 9/4

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है -

(A) शून्य

(B) 1

(C) -1

(D) 2

उत्तर. - (B) 1

2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

(A) शून्य

(B) 1

(C) -1

(D) 2

उत्तर. - (A) शून्य

3. 3 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 90 है, तो सबसे बड़ी संख्या होगी?

A. 24

B. 27

C. 33

D. 39

हल:- प्रश्नानुसार,

माना, 3 के तीन क्रमागत गुणज क्रमशः

$$3x, 3(x + 1) \text{ एवं } 3(x + 2) \text{ हैं।}$$

$$3x + 3(x + 1) + 3(x + 2) = 90$$

$$3x + 3x + 3 + 3x + 6 = 90$$

$$9x + 9 = 90$$

$$9x = 90 - 9$$

$$9x = 81$$

$$x = 9$$

$$\text{सबसे बड़ी संख्या} = 3 \times (9 + 2)$$

$$3 \times 11 = 33$$

Ans. 33

4. तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 है तो सबसे छोटी विषम संख्या का घन क्या होगा?

A. 3,375

B. 3,568

C. 3,890

D. 4,280

हल:- प्रश्नानुसार,

तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 है।

$$= 51/3$$

$$= 17$$

तीन क्रमागत विषम संख्याएँ - 15, 17, 19

सबसे छोटी विषम संख्या का घन = $(15)^3$

$$= 3,375$$

Ans. 3,375

5. पूर्णांक किस सक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होते हैं ?

(A) योग के

(B) व्यवकलन के

(C) गुणन के

(D) भाग के

उत्तर. - (D) भाग के

6. ऐसी संख्या क्या कहलाती है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है ?

(A) परिमेय संख्या

(B) पूर्ण संख्या

(C) अपरिमेय संख्या

(D) प्राकृत संख्या

उत्तर. - (A) परिमेय संख्या

7. यदि 5 और 8 पूर्णांक हों तो निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्णांक नहीं होगा ?

(A) $5 + 8$

(B) $5 - 8$

(C) 5×8

(D) $5 \div 8$

उत्तर. - (D) $5 \div 8$

8. यदि किसी संख्या के $1/5$ की दो तिहाई की तीन चौथाई 24 हैं तो वह संख्या क्या होगी?

A. 250

B. 240

C. 120

D. 320

हल:- माना कि संख्या x है,
प्रश्नानुसार,

$$x \times 1/5 \times 2/3 \times 3/4 = 24$$

$$x = (24 \times 5 \times 3 \times 4) / 2 \times 3$$

$$x = 24 \times 5 \times 2$$

$$x = 24 \times 10$$

$$x = 240$$

Ans. 240

9. $(2.5)^2 - (1.5)^2 / 2.5 + 1.5 = ?$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

हल: प्रश्नानुसार,

$$a^2 - b^2 / (a - b)$$

$$(a - b)(a + b) / (a + b)$$

$$(a - b)$$

$$(2.5 - 1.5)$$

Ans. 1

10. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत क्रमविनिमेय नहीं होती ?

(A) योग के

(B) गुणन के

(C) व्यवकलन के

(D) (A) व (B) दोनों के

उत्तर. - (C) व्यवकलन के

11. $(0.081 \times 0.484) / (0.0064 \times 6.25)$

A. 0.9

B. 0.99

C. 9

D. 99

हल: प्रश्नानुसार,

$$\sqrt{(0.081 \times 0.484) / (0.0064 \times 6.25)}$$

$$\sqrt{(81 \times 484) / (64 \times 625)}$$

$$(9 \times 22) / (8 \times 25)$$

$$198 / 200$$

Ans. 0.99

12. $(2.5)^2 - (1.5)^2 / 2.5 + 1.5 = ?$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

(D) (A) और (B) दोनों नहीं

उत्तर. - (A) धनात्मक

37. संख्या रेखा पर $\frac{1}{3}$ को शून्य के किस ओर दर्शाया जाता है?

- (A) बाईं ओर
- (B) ऊपर की ओर
- (C) नीचे की ओर
- (D) दाईं ओर

उत्तर. - (D) दाईं ओर

39. दो परिमेय संख्याओं के मध्य परिमेय संख्याएँ होती हैं

- (A) एक
- (B) दो
- (C) परिमित

उत्तर. - (D) अपरिमित

40. 1 और 2 के बीच की परिमेय संख्या होगी

- (A) 0.5
- (B) 1.5
- (C) 2.5
- (D) - 1.5

उत्तर. - (B) 1.5

41. 7 और 9 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं ?

- (A) केवल दो
- (B) केवल एक
- (C) अपरिमित

(D) शून्य

उत्तर. - (B) केवल एक

42. 10 और 11 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं?

- (A) केवल दो
- (B) केवल एक
- (C) अपरिमित
- (D) शून्य

उत्तर. - (D) शून्य

43. - 1 और 1 के बीच का पूर्णांक है

- (A) - 1
- (B) 1
- (C) शून्य
- (D) - 2

उत्तर. - (C) शून्य

44. 7 और 9 के बीच में कितनी परिमेय संख्याएँ होंगी?

- (A) केवल दो
- (B) केवल एक
- (C) परिमित
- (D) अपरिमित

उत्तर. - (D) अपरिमित

45. $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ के मध्य की परिमेय संख्या होगी -

- (A) $\frac{3}{8}$
- (B) $\frac{3}{2}$
- (C) $\frac{8}{3}$

(D) $\frac{8}{4}$

उत्तर. - (A) $\frac{3}{8}$

46. यदि a और b कोई दो परिमेय संख्याएँ हों तो a और b के मध्य की परिमेय संख्या होगी -

(A) $\frac{a - b}{2}$

(B) $\frac{ab}{2}$

(C) $\frac{a + b}{2}$

(D) $\frac{a \div b}{2}$

उत्तर. - (C) $\frac{a + b}{2}$

47. - 2 से बड़ी परिमेय संख्या कौन-सी है?

(A) - 3

(B) - 1

(C) - 4

(D) - 5

उत्तर. - (B) - 1

48. - 2 और 2 के बीच कितने पूर्णांक होते हैं ?

(A) एक

(B) दो

(C) चार

(D) तीन

उत्तर. - (D) तीन

50. 2 से छोटी परिमेय संख्या है -

(A) $\frac{2}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{4}{8}$

(D) $\frac{5}{8}$

उत्तर. - (D)

टिप्पणी

किसी संख्या का योगात्मक प्रतिलोम = - संख्या (चिह्न परिवर्तन) किसी संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम = 1 संख्या गुणात्मक तत्समक का मान 1 होता है। संख्या 1 न तो भाज्य संख्या है न अभाज्य संख्या

1 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-25

1 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-15

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या-9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-6

50 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-10

अंक 0 से 9 तक होते हैं अतः अंको की संख्या 10 होती है।

संख्या 1 से शुरु होती है। संख्या अनंत होती है।

एक अंकीय संख्या 9 होती है।

दो अंकीय संख्या 90 होती है।

तीन अंकीय संख्या 900 होती है।

चार अंकीय संख्या 9000 होती है।

इसी प्रकार ... 1 से 100 तक की संख्याओं में शून्य के अंक 11 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में एक के अंक 21 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से 9 तक प्रत्येक अंक 20 बार आते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंक 192 होते हैं।

विषम संख्याओं का वर्ग सदैव विषम और सम संख्याओं का वर्ग सदैव सम होता है।

परिमेय $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखी जाने वाली (पर q शून्य न हो) $\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{22}{7}$, आदि। अपरिमेय - जिन्हें P/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता। $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ इत्यादि।

(π का मान $\frac{22}{7}$ परिमेय है)

- सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।

- दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती।

- प्राकृतिक - 1 से होकर अनंत तक होती।

1, 2, 3, ∞

- पूर्ण संख्याएँ - प्राकृतिक संख्याओं में 0 शून्य शामिल करने पर

0, 1, 2, 3, ∞

- सम संख्याएँ (Even No.) जो 2 से कट जाए

2, 4, 6, 8, ∞

- विषम (Odd No) जो 2 से न कटे

1, 3, 5, ∞

भाज्य (Composite) जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य से कट जाए।

6, 8, 9, 10, 12 ये सभी भाज्य हैं। (कम से कम 3 संख्याएँ से कटे)

अभाज्य (Prime) जो स्वयं तथा 1 के अलावा अन्य से न कटे।

2, 3, 5, 7, 11, आदि।

सबसे छोटी अभाज्य - 2 (1 न तो भाज्य है न अभाज्य)

विभाज्यता के नियम पर आधारित -

1. संख्या $15x1,3$ से विभाजित हो तो x के स्थान पर कौन सी संख्या आयेगी?

ANS:- x के स्थान पर 2 आयेगा

$$\therefore 1 + 5 + x + 1 = x + 7$$

$x = 2$ रखने पर संख्या के अंकों का योग 9 हो जायेगा जो 3 से विभाजित है।

भाग विधि के आधार पर:-

1. किसी संख्या में 28 से भाग देने पर प्राप्त संख्या 16 तथा शेष 21 हो तो संख्या ज्ञात करें

$$28 \times 16 + 21 = 469$$

2. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 1560 में जोड़ने पर प्राप्त योगफल 14 से पूर्णतया विभाजित हो जाए।

$$= \frac{1560}{14} \text{ तो भागफल } 111 \text{ और शेष } 6$$

अब $14 - 6 = 8$ Ans.

3. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 8953 में घटाने पर प्राप्त संख्या 21 पूर्णतया कट जाए।

$$= \frac{8953}{21} \text{ शेष } 7 \text{ प्राप्त होता}$$

4. 5 अंको की सबसे छोटी संख्या जो 335 से पूर्णतया कट जाए?

$$\text{भाज्य} + (\text{भाजक} - \text{शेष})$$

$$10000 + (335 - 285) = 10050$$

5. 4 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या जो 88 से पूर्णतः कट जाए।

$$\frac{9999}{88} = \text{भाज्य} - \text{शेष}$$

$$9999 - 55 = 9944$$

6. 2,3,4,5,6 में प्रत्येक से विभक्त होने वाली छोटी संख्या जो पूर्ण वर्ग है ?

2,3,4,5,6 का ल. स. =60

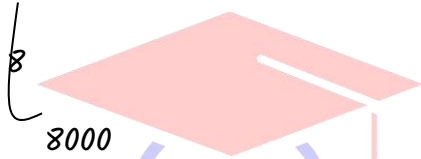
$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ इसे पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 3×5 का पुनः गुणा करना होगा $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 900$

अंको के मानवास्तविक / जातीय / अंकित या शुद्ध मान (Actual Value) किसी संख्या का वास्तविक मान हमेशा स्थिर रहता ।

8748 में 8 के दोनों स्थानों का वास्तविक मान - 8 ही रहेगा

स्थानीय मान (Place Value)-

8768 में 8 का स्थानीय मान



संख्याओं की विभाज्यता की जाँच :-

2 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंकों के अंत में 0,2,4,6,8 हो तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है

जैसे :-4350, 4258, 567084

3 से भाजकता का नियम-जिस संख्या के अंकों के योगफल में 3 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 3 से भाज्य होती है

जैसे:-85761, $8+5+7+6+1 = 27$, यहाँ 27, 3 से विभाजित है तो यह संख्या भी भाज्य होगी।

उदाहरण- 711

$7+1+1=9$

711 divided by 3

111

$1+1+1=3$

111 divide by 3

4 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई व दहाई के अंकों में 4 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 4 से भाज्य होगी ।

जैसे :-15396, यहाँ 96, 4 से पूरी तरह भाज्य है तो यह संख्या भी 4 से पूरी तरह भाज्य होगी।

5 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंत में 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।

जैसे:-85790, 12625

6 से भाजकता का नियम- जो संख्या 2 व 3 से पूरी तरह विभाजित हो तो वह संख्या 6 से भी विभाजित होगी।

जैसे:-5730, 85944

7 से भाजकता का नियम- दी गयी संख्या के इकाई अंक को दोगुना करके शेष संख्या में से घटाते हैं यदि शेष संख्या 7 से कट जाये तो वह 7 से भाज्य हो जाएगी । अन्यथा नहीं

जैसे:-16807, में से 7 को दोगुना 14 घटाने पर $1680-7 \times 2 = 1666$, $166-6 \times 2 = 154$, $15-4 \times 2 = 7$ अतः यह संख्या 7 से पूर्णतः भाज्य है।

यदि कोई संख्या समान अंको की पुनरावृत्ति से 6 अंको तक हो तो वह संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे- 444444

8 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई,दहाई व सैकड़ा के अंको में 8 का पूरा-पूरा भाग चला जाए तो वह संख्या 8 से विभाजित होगी।

जैसे:-73584 में 584, 8 से विभाजित है तो यह संख्या भी 8 से विभाजित होगी।

1st घात में 1 कम करेंगे - 66

II-1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III -4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष +1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

इकाई अंक कैसे निकाले :-

किसी संख्या का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए दी हुई संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं।

उदाहरण :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्रमशः 8, 7, 2, 4 हैं जिनका गुणा करने पर हमें 448 प्राप्त होता है जिसके इकाई अंक 8 हैं। अतः $128 \times 287 \times 542 \times 54$ का गुणा करने पर गुणनफल में इकाई अंक 8 होगा।

Note :- ऐसे प्रश्नों को सरल तरीके से करने के लिए पहले कोई दो संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं और प्राप्त गुणनफल में इकाई अंक को अगली संख्या के इकाई अंक से गुणा करते हैं। और यही प्रक्रिया दोहराते हैं।

जैसे :- $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक क्या है ?

= $8 \times 7 \times 2 \times 4$ ($128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक लेने पर)

= $56 \times 2 \times 4$ (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= $6 \times 2 \times 4$ (56 में इकाई अंक लेने पर)

= 12×4 (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= 2×4 (12 में इकाई अंक लेने पर)

= **8** (यही $128 \times 287 \times 542 \times 54$ में इकाई अंक है)

घातांक वाली संख्याओं में इकाई अंक ज्ञात करना-

जिस संख्या का इकाई अंक 0,1,5,6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा।

- 0,1,5,6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

1st घात में 1 कम करेंगे - 66

II-1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III -4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष +1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

इकाई अंक

टाइप-1 no/ power 1 2 3 4

$(---0)^n = 0$ 33 9 7 1

$(---1)^n = 1$ 55 5 5 5

$(---5)^n = 5$ 77 9 3 1

$(---6)^n = 6$ 22 4 8 6

666 6 6

88 4 2 6

44 6 4 6

0,1,5,6 - No change

$x^{19} = x^3$

$x^{37} = x^1$

$x^{40} = x^4$

$x^{50} = x^2$

नीचे दिये गए expression में इकाई अंक 5 है तो x के संभव मान ज्ञात करें ?

$$x^{73} - x^{37}$$

$$x^1 - x^1 = 0$$

x के लिये कोई भी संभव मान नहीं है जिसके इकाई अंक 5 है !

टाइप-02

	odd	even
4	4	6
9	9	1

$$4^{40} = 6$$

$$9^{81763} = 9$$

$$4^{41} = 4$$

$$9^{70} = 1$$

टाइप-03

$$3^{81} = 3$$

$$3^{82} = 3^2 = 9$$

$$3^{83} = 3^3 = 7$$

$$3^{84} = 3^4 = 1$$

$$7^{50} = 7^2 = 9$$

$$7^{51} = 7^3 = 3$$

$$7^{52} = 7^4 = 1$$

$$7^{53} = 7^1 = 7$$

power	1	2	3	4
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6

$$8^{31} = 8^3 = 2$$

$$2^{5718} = 2^2 = 4$$

$$8^{32} = 8^4 = 6$$

$$2^{5719} = 2^3 = 8$$

$$8^{33} = 8^1 = 8$$

$$2^{5720} = 2^4 = 6$$

$$8^{34} = 8^2 = 4$$

$$2^{5721} = 2^1 = 2$$

$$L_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$L_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$L_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

L3 से बड़ा हर factorial हमेशा 4 से पूर्णतः भाग होगा !

(1) इसके गुणनफल में इकाई अंक है ?

$$(3^{65} \times 6^{59} \times 7^{71})$$

(a) 1

(b) 2

(c) 4

(d) 6

$$3^{65} \times 6^{59} \times 7^{71}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \times 6 \times 3 = 4$$

(2) अगर संख्या $653xy$, 90 से विभाजित है तो x+y का मान निकालें ?

(e) 2

- (f) 3
(g) 4
(h) 6

Ans.(c) 4

क्योंकि $90 = 9 \times 10$

अतः $653xy$, 10 से भी विभाजित होगा इसलिए $y = 0$

9 की विभाज्यता जाँच ने के लिए -

$6 + 5 + 3 + x + 0 = (14 + x)$ विभाजित होगा 9 से यदि $x = 4$ होगा तब

अतः $x + y = 4 + 0 = 4$ Ans.

(3) 7^{105} में इकाई अंक क्या है ?

- (a) 1
(b) 5
(c) 7
(d) 9

$\Rightarrow 7^{105} = 7^1 = 7$

(4) $(124)^{372} + (124)^{373}$ के योगफल का इकाई अंक क्या होगा ?

- (a) 5
(b) 4
(c) 20
(d) 0

$(124)^{372} + (124)^{373}$

$6 + 4 = 0$

(5) यदि किसी दो अंको की संख्या में इकाई अंक 2 तथा दहाई अंक 8 है, तो संख्या क्या है -

- (a) $80z + 2$
(b) $80 + z$
(c) $80z + 1$
(d) $80z + 8$

$\Rightarrow 8z$

$10 \times 8 + z = 80 + z$

(6) $(7^{95} - 3^{58})$ में इकाई अंक क्या होगा -

- (a) 0
(b) 6
(c) 3
(d) 4

$7^{95} - 3^{58} \quad 7^{95} = \dots 13$

$= \dots 3 - \dots 9 \quad 3^{58} = \dots 9$

$\dots 4 \quad \dots 4$

(7) $1^6 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + \dots + 20^6$ में इकाई का अंक क्या होगा ?

- (a) 0
(b) 1
(c) 2
(d) 5

$1^6 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + 5^6 + 6^6 + 7^6 + 8^6 + 9^6 + 10^6$

$1 + 4 + 9 + 6 + 5 + 6 + 9 + 4 + 1 + 0 = 5$

$11^6 + 12^6 + 13^6 + 14^6 + 15^6 + 16^6 + 17^6 + 18^6 + 19^6 + 20^6 = 5$

$= 5 + 5 = 10$

(8) $6324^{1797} \times 615^{316} \times 341^{476}$ में इकाई अंक क्या होगा ?

- (a) 1
(b) 5
(c) 7
(d) 0

$6324^{1797} \times 615^{316} \times 341^{476}$

$4 \times 5 \times 1 = 0$

(9) यदि a एक धनात्मक पूर्णांक संख्या है, तथा a^2 के इकाई अंक 9 हैं, तो $(a+2)^2$ के इकाई अंक क्या हैं? तथा $(a+1)^2$ का इकाई अंक 4 है!

- (a) 1
(b) 3
(c) 6
(d) 5

$$(7+2)^2 = 9^2 \quad (a+1)^2 = 4 \quad (3)^2 = 9$$

↓

$$1 \quad (7+1)^2 = 8^2 = 4$$

(10) x और y एक पूर्णांक हैं यदि x^2 में इकाई अंक 9 हैं तथा y^2 का इकाई अंक 9 है तो निम्न में इकाई अंक 9 है! तो निम्न में से कौन सा $(x - y)$ नहीं है?

- (a) 4
(b) 6
(c) 40
(d) 18

$$x^2 = 9 \quad y^2 = 9$$

3 7 3 7

$$x - y$$

$$3 - 3 = 0$$

$$13 - 7 = 6$$

$$7 - 3 = 4$$

$$7 - 7 = 0$$

(11) 2^{51} का इकाई अंक क्या है?

- (a) 2
(b) 8
(c) 1
(d) 4

$$2^{51} = 2^3 = 8$$

(12) $167 \times 2183 \times 497 \times 839 \times 235 \times 111 \times 1039 \times 251 \times 536$ में इकाई अंक क्या है?

- (a) 0
(b) 5

- (c) 1
(d) 7

$$167 \times 2183 \times 497 \times 839 \times 235 \times 111 \times 1039 \times 251 \times 536$$

(13) यदि 3333^n का इकाई अंक 7 है तो 7777^n का इकाई अंक क्या होगा?

- (a) 1
(b) 3
(c) 7
(d) 9

$$3^n = 7 \quad 7^n = 7^3 = 3$$

$$n = 3$$

(14) $3 \times 38 \times 537 \times 1256$ में इकाई अंक क्या होगा -

- (a) 4
(b) 2
(c) 6
(d) 8

Ans(d)

(15) $(2467)^{153} \times (341)^{72}$ में इकाई अंक क्या होगा?

- (a) 7
(b) 3
(c) 9
(d) 1

Ans(a)

$$(2467)^{153} \times (341)^{72}$$

$$7^1 \times 1$$

$$7 \times 1 = 7$$

(16) $(217)^{413} \times (819)^{547} \times (414)^{624} \times (342)^{812}$ में इकाई अंक क्या होगा?

- (a) 2

अभ्यास प्रश्न

प्रश्न 1. प्रथम 11 क्रमिक सम संख्याओं के वर्गों का औसत क्या है?

- A. 184 B. 148
C. 186 D. 174

हल:

$$\frac{2^2 + 4^2 + \dots + 22^2}{11}$$

$$= \frac{2^2(1^2 + 2^2 + \dots + 11^2)}{11}$$

$$= \frac{4}{11} \times \frac{11(11+1)(2 \times 11 + 1)}{6} = \frac{4 \times 12 \times 23}{6} = 184$$

प्रश्न 2. दो अंकों की संख्या के अंकों का गुणनफल 24 है, यदि इसका इकाई का अंक दहाई के अंक के दुगुने से 2 अधिक है तो संख्या ज्ञात कीजिए।

- A. 46 B. 64
C. 38 D. 21

हल:

माना दहाई का अंक x और इकाई का अंक y है।

प्रश्नानुसार

पहली शर्त $xy = 24$

दूसरी शर्त $2x = y - 2$ या $y = 2x + 2$

इसलिए $x(2x + 2) = 24$

समीकरण को हल करने पर $x = 3, y = 8$

इसलिए संख्या $= 10x + y = 10 \times 3 + 8 = 38$

प्रश्न 3. यदि प्रत्येक बच्चे को 10 आम दिये गये तो 3 आम बच गये लेकिन यदि प्रत्येक को 11 दिये गये तो 4 आम कम पड़े गये। तो आमों की संख्या थी।

- A. 37 B. 73
C. 75 D. 57

हल:

मान लिया बच्चों की संख्या x है।

$$10x + 3 = 11x - 4$$

$$x = 7$$

इसलिए आमों की संख्या $= 10 \times 7 + 3 = 73$

प्रश्न 4. यदि किसी संख्या तथा इसके वर्ग का योग 182 है। तो वह संख्या क्या होगी?

- A. -14 B. -15
C. 14 D. 15

हल:

प्रश्नानुसार

$$x + x^2 = 182$$

हल करने पर $x = 13, -14$

अतः अभीष्ट संख्या -14 होगी

प्रश्न 5. तीन क्रमागत सम संख्या का योग 114 है। तो मध्य संख्या क्या होगी?

- A. 36 B. 38
C. 40 D. 42

हल:

मान लेते हैं कि पहली सम संख्या x है।

इसलिए दूसरी सम संख्या $x + 2$ और तीसरी सम संख्या $x + 4$ होगी।

प्रश्नानुसार

$$x + x + 2 + x + 4 = 114$$

$$x = 36$$

इसलिए बीच वाली संख्या = $x + 2$

$$= 36 + 2 = 38$$

प्रश्न 6. किसी संख्या के $\frac{3}{7}$ के एक चौथाई का $\frac{2}{3}$ अगर 15 है। तो संख्या का आधा क्या होगा?

A. 96

B. 105

C. 196

D. 188

हल:

मान लेते हैं कि मूल संख्या x है।

$$\text{इसलिए प्रश्न के अनुसार} = x \times \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = 15$$

$$\text{हल करने पर } \frac{x}{2} = 105$$

प्रश्न 7. दो अंको की संख्या के अंकों का योग 7 है। जब अंकों के स्थान को पलट दिया जाता है। तो मूल संख्या परिणामी से 27 अधिक हो जाती है। संख्या ज्ञात करो?

A. 16

B. 43

C. 25

D. 52

हल:

माना दहाई का अंक x है, और इकाई का अंक y है। संख्या = $10x + y$

अंको का स्थान पलटने पर प्राप्त संख्या = $10y + x$

प्रश्नानुसार,

$$10x + y - (10y + x) = 27$$

$$9x - 9y = 27$$

$$x - y = 3 \text{ -----(1)}$$

प्रश्न में दिया है कि अंको का योग 7 है-

$$\text{इसलिए } x + y = 7 \text{ -----(2)}$$

हल करने पर $x = 5, y = 2$

$$\text{इसलिए संख्या} = 10x + y$$

$$= 10 \times 5 + 2 = 52$$

प्रश्न 8. 800 चॉकलेट एक कक्षा के विद्यार्थियों में बांटी गयी। यदि प्रत्येक छात्र को कक्षा में छात्रों की संख्या की दोगुनी चॉकलेट मिलती है, तो कक्षा में छात्रों की संख्या थी।

(a) 25

(b) 30

(c) 35

(d) 20

हल:

(माना छात्रों की संख्या n है)

(प्रत्येक छात्र को प्राप्त chocolate = $2n$)

$$(2n)(n) = 800$$

$$2n^2 = 800$$

$$n^2 = 400, n = 20$$

प्रश्न 9. संख्याएँ 1, 3, 5, 7,.....99 तथा 128 को परस्पर गुणा किया जाता है, तो गुणनफल के अंत में शून्यों की संख्या होगी।

(a) 19

(b) 22

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 19^2$ का मान

$$= \frac{19 \times 20 \times 39}{6} = 2470$$

प्रश्न 20. $47.2506 = 4A + \frac{7}{B} + 2C + \frac{5}{D} + 6E$ तो $5A + 3B + 6C + D + 3E$ का मान है!

$$= 40 + 7 + .2 + 0.05 + 0.0006$$

$$= 4A = 40, \frac{7}{B} = 7, 2C = .2$$

$$A = 10 \quad B = 1 \quad C = .1$$

$$\frac{5}{D} = 0.05$$

$$6E = 0.0006$$

$$E = 0.0001$$

$$D = \frac{5}{.05} = 100$$

then $5A + 3B + 6C + D + 3E$

$$= 5 \times 10 + 3 \times 1 + 6 \times .1 + 100 + 3 \times .0001$$

$$= 153.6003$$

प्रश्न 21. वह संख्या जिसे 10 से भाग देने पर 9, 9 से भाग देने पर 8 तथा 8 से भाग देने पर 7 शेष रहे हैं

$$10x \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \quad 9 \quad y \begin{array}{|c|} \hline z \quad 8 \\ \hline \end{array} \quad z \quad 7 \begin{array}{|c|} \hline \quad \quad \\ \hline \end{array}$$

$$x = 10 \times 143 + 9, \quad y = 9 \times 15 + 8 \quad z = 1 \times 8 + 7$$

$$= 1439 \quad = 143 \quad = 15$$

$$a, b, c \rightarrow x, y, z$$

$$(a-x) = (b-y) = (c-z)$$

$$10, 9, 8 \text{ का LCM} = 360$$

$$\text{HCF} = 1$$

$$360 - 1 = 359$$

प्रश्न 22. यदि x एक वास्तविक संख्या है तो $(x^2 - x + 1)$ का निम्नतम मान होगा?

$$= \frac{4a - b}{4a} = \frac{4(1) \times (1) - (-1)}{4 \times 1}$$

$$= \frac{3}{4}$$

प्रश्न 23. यदि p तथा q अंक निरूपित करते हो तो कथन $5p9 + 327 + 2q8 = 1114$ में q का सम्भव अधिकतम मान क्या होगा?

$$= 5p9$$

$$327$$

$$2q8$$

$$\hline 11(2 + p + q)4 \text{ then } q = 7$$

प्रश्न 24. 2, 3, 6, 7, 14 ---- अगला पद है

$$= 15 \text{ Ans}$$

प्रश्न 25. यदि x एक ऐसा अंक है! जिसके कारण $5824x$, 11 से विभाजित किया जा सकता है तो x कौनसा अंक है?

$$\Rightarrow 5824$$

$$\Rightarrow (5 + 2 + x) - (8 + 4)$$

$$\Rightarrow (7 + x) - (12)$$

$$\Rightarrow x = 5$$

प्रश्न 26. $(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6})$ को $(\frac{2}{5} - \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{18})$ से भाग दिया जाये तो भागफल क्या होगा?

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{18}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{30}}{-\frac{7}{45} + \frac{19}{90}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{17}{60}}{\frac{1}{18}}$$

$$\Rightarrow \frac{17 \times 18}{60} = \frac{17 \times 3}{10}$$

$$\Rightarrow 5\frac{1}{10}$$

प्रश्न 27. यदि $4^a = 5$, $5^b = 6$, $6^c = 7$ तथा $7^d = 8$ हो तो $(a \times b \times c \times d) = ?$

$$\Rightarrow 8 = 7^d = (6^c)^d = 6^{cd} = (5^b)^{cd}$$

$$= 5^{bcd} = (4^a)^{bcd} = 4^{abcd}$$

$$= 2^3 = 2^{2abcd}$$

$$= 2abcd = 3$$

$$= abcd = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ Ans.}$$

प्रश्न 28. प्राकृत संख्या n के लिए $(n^3 - n)$ सर्वदा किस बड़ी से बड़ी संख्या से विभक्त होगा ?

$$\Rightarrow (n^3 - n) = n(n^2 - 1) = n(n+1)(n-1)$$

$$\Rightarrow n=1 = (n^3 - n) = 0$$

$$n=2 = (n^3 - n) = 2 \times 1 \times 3 = 6$$

$$n=3 = (n^3 - n) = 3 \times 2 \times 4 = 6 \times 4$$

$$n=4 = (n^3 - n) = 4 \times 3 \times 5 = 6 \times 10$$

$\therefore (n^3 - n)$ सदैव 6 से विभक्त होगा !

प्रश्न 29. यदि n एक प्राकृत संख्या हो तथा $(10^n - 1)$ के अंकों का योग 4707 हो तो n का मान कितना होगा ?

माना $10^n = n$ एक अंक है !

तब $(10^n - 1)$ में n बार 9 आयेगा

$$\therefore 9n = 4707$$

$$= n = \frac{4707}{9} = 523$$

$$= (10^n - 1) = 523 \text{ Ans.}$$

भिन्न एवं दशमलव

पूर्णांक को भिन्न में बदलना :- किसी पूर्णांक संख्या को मनचाहे हर वाली भिन्न में बदला जा सकता है।

जैसे यदि हम 23 को ऐसी भिन्न में बदलना चाहते हैं, जिसका हर 12 हो तो 23 को $\frac{23}{1}$ लिखकर अंश एवं हर में 12 से गुणा करेंगे।

$$23 = \frac{23 \times 12}{12} = \frac{276}{12}$$

दशमलव भिन्न - ऐसी भिन्नात्मक संख्याएँ जिनके हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्न कहलाती हैं।

$$\text{जैसे - } \frac{17}{10} = 1.7, \frac{23}{100} = 0.23, \frac{7}{1000} = 0.007$$

- भिन्न = अंश/हर, जहाँ अंश तथा हर प्राकृत संख्या हैं।

भिन्न के प्रकार :-

❖ **उचित (सम) भिन्न (Proper Fraction) :** अंश < हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से कम हो उसे सम या उचित भिन्न कहते हैं, इसका मान हमेशा 1 से कम होता है।

$$\text{जैसे - } \frac{3}{7}, \frac{23}{27}, \frac{17}{51}$$

❖ **अनुचित (विषम) भिन्न (Improper Fraction) :** अंश > हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा या बराबर हो, उसे विषम या अनुचित भिन्न कहते हैं।

$$\text{जैसे - } \frac{23}{15}, \frac{18}{9}, \frac{29}{29}$$

Ans.(b)

Sol. $(-251 \times 21 \times (-12)) \div ? = 15813$

100

? = 400

Q18. $[(130)^2 \div 25 \times 15] \div 30 = ?$

(a) 352

(b) 314

(c) 326

(d) 338

(e) 426

Ans.(d)

Sol. ? = $[130 \times 130 \div 25 \times 15] / 30 = 338$

Q19. $\sqrt{4900} + \sqrt{5476} = ?$

(a) 576

(b) 144

(c) 256

(d) 16

(e) 12

Ans.(e)

Sol. ? = $\sqrt{4900} + \sqrt{5476} = \sqrt{70} + 74 = \sqrt{144} =$

12

Q20. $(6.5\% \text{ of } 375) - (0.85\% \text{ of } 230) = ?$

(a) 23.42

(b) 24.24

(c) 21.64

(d) 25.76

(e) 22.42

Ans.(e)

Sol. ? = $24.375 - 1.955 = 22.420$

• अनुक्रम और श्रृंखला (sequence & series)

अनुक्रम - अगर हम संख्याओं को किसी एक क्रम में जमा दे तो उस क्रम को उन संख्याओं का अनुक्रम कहते हैं। जैसे:- 2, 4, 6, 8, 10, ... एक अनुक्रम है।

यह दो प्रकार का होता है -

1. **सीमित** :- जिस क्रम में पदों की संख्या निश्चित हो उसे सीमित अनुक्रम कहते हैं।
2. **असीमित** :- जिस क्रम में पदों की संख्या अनंत हो उसे असीमित अनुक्रम कहते हैं।

श्रेणी - यदि हम अनुक्रम को जोड़ (योग) के पदों में लिख दे तो वो अनुक्रम एक श्रेणी कहलाता है। जैसे:- $2+4+6+8+10, \dots$ एक श्रेणी है।

यह भी दो प्रकार होती है :- सीमित और असीमित

समान्तर श्रेणी (A.P) :- संख्याओं का एक अनुक्रम A_n समान्तर श्रेणी कहलाता है, जब अन्तर $A_n - A_{n-1}$ एक अचर राशि हो

$A_n - A_{n-1}$, समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर कहलाता है, जिसे सामान्यतः d से व्यक्त करते हैं। जैसे:-

1, 2, 3, -----

1, 3, 5, -----

समान्तर श्रेणी के n वा पद (T_n) :-

यदि किसी श्रेणी का 'a' प्रथम पद तथा 'd' सार्वान्तर हो, तो समान्तर श्रेणी-

$a + (a+d) + (a+2d) + \dots + \{a + (n-1)d\}$

समान्तर श्रेणी का व्यापक पद (General term of an A.P.)

(1) माना किसी समान्तर श्रेणी का प्रथम पद 'a' व सार्वान्तर d है ह. तो इसका n वाँ पद

$$l = A_n = a + (n-1)d$$

Ex- 3,7,11 -----

$$a = 3, d = 7-3 = 4$$

$$\begin{aligned} 6वाँ पद T_6 &= 3 + (6-1) \times 4 \\ &= 3 + 20 = 23 \end{aligned}$$

20वाँ पद

$$\begin{aligned} T_{20} &= 3 + (20-1) \times 4 \\ &= 76 + 3 = 79 \end{aligned}$$

(2) श्रेणी का, अन्त से p वाँ पद :- माना n पदों वाली समान्तर श्रेणीका प्रथम पद 'a' व सार्वान्तर 'd' हो, तो श्रेणी का अन्त से p वाँ पद, प्रारम्भ से (n-p+1) वाँ पद होगा अर्थात्, अन्त से p वाँ पद = $A_{(n-p+1)} = a + (n-p)d$

समान्तर श्रेणी के पदों का योग / औसत:-

$$\frac{n(a+l)}{2} / \frac{(a+l)}{2}$$

$$\text{पदों की संख्या} = \frac{(\text{प्रथमपद} + \text{अन्तिमपद})}{2}$$

$$l = a + (n-1)d$$

$$= \frac{n(a+l)}{2}$$

$$= \frac{n[a+a+(n-1)d]}{2}$$

$$= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

Ex - 1

3,7,11 -----

20 पदों का योग

$$= \frac{20}{2} [2 \times 3 + (20-1)4]$$

$$= 10[6 + 76]$$

$$= 82 \times 10 = 820$$

$$\text{औसत :- } \frac{20(3+79)}{2} = 820$$

n क्रमागत संख्या का योग = x

$$\text{तो माध्य} = \frac{x}{n}$$

$$\text{बड़ी संख्या} = \frac{x}{n} + \frac{n-1}{2}$$

$$\text{छोटी संख्या} = \frac{x}{n} - \frac{n-1}{2}$$

n क्रमागत संख्या विषय संख्याओं का योग = x

$$\text{माध्य} = \frac{x}{n}$$

$$\text{बड़ी संख्या} = \frac{x}{n} + (n-1)$$

$$\text{छोटी संख्या} = \frac{x}{n} - (n-1)$$

Ex- 1.11 क्रमागत सम संख्याओं का योग = 132 तो

$$\text{माध्य} = \frac{132}{11} = 12$$

$$\text{बड़ी संख्या} = 12 + (11-1) = 22$$

$$\text{छोटी संख्या} = [12 - (11-1)] = 2$$

किसी समान्तर श्रेणी का समांतर माध्य (Arithmetic mean) :-

यदि a, A, b किसी समान्तर श्रेणी में हों, तो A को a व b का समान्तर माध्य कहते हैं।

यदि $a, A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, b$ समान्तर श्रेणी में हों, तो a और b के बीच n समान्तर माध्य $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ होंगे

(i) a व b के बीच एक समान्तर माध्य :

यदि a और b दो वास्तविक संख्याएँ हैं, तो a और b के बीच समान्तर माध्य $= \frac{(A+B)}{2}$

Note:-तीन संख्याएँ a, b, c समान्तर श्रेणी में होंगी, यदि और केवल यदि

$$2b = a + c$$

- यदि किसी समान्तर श्रेणी में पदों की संख्या विषम है, तो पदों का योगफल, मध्य पद तथा पदों की संख्या के गुणनफल के बराबर होता है।
- यदि किसी समान्तर श्रेणी में पदों की संख्या सम है, तो मध्य के दो पदों का समान्तर माध्य, प्रथम तथा अन्तिम पद के समान्तर माध्य के बराबर होता है।
- यदि किसी समान्तर श्रेणी में पदों की संख्या विषम है, तो इसका मध्य पद, प्रथम तथा अन्तिम पद के समान्तर माध्य के बराबर होता है।
- यदि A_n, A_{n+1} तथा A_{n+2} किसी समान्तर श्रेणी के तीन क्रमागत पद हैं, तो $2A_{n+1} = A_n + A_{n+2}$.

गुणोत्तर श्रेणी:- एक श्रेणी गुणोत्तर श्रेणी होगी, यदि इसके प्रत्येक पद तथा इससे पहले आने वाले पद का अनुपात सदैव नियत हो। यह नियत अनुपात सार्वानुपात कहलाता है, जिसे साधारणतः r से व्यक्त करते हैं।

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

किसी गुणोत्तर श्रेणी का व्यापक पद (General term of a G.P.)

(1) $a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$ एक गुणोत्तर श्रेणी है। यहाँ प्रथम पद ' a ' तथा सार्वानुपात ' r ' है। गुणोत्तर श्रेणी का व्यापक पद या n वाँ पद $T_n = ar^{n-1}$ होगा, जहाँ

$$r = \frac{T_2}{T_1}$$

(2) किसी गुणोत्तर श्रेणी का अन्त से p वाँ पद : यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी में ' n ' पद हैं, तो अन्त से p वाँ पद जो प्रारम्भ से $(n-p+1)$ वाँ पद होगा $= ar^{n-p}$

किसी गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम ' n ' पदों का योगफल (Sum of first ' n ' terms of a G.P.)

यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद a , सार्वानुपात r हो, तो के प्रथम n पदों का योगफल

जब $|r| < 1$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, S_n = \frac{a-lr}{1-r}$$

जब $|r| > 1$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}, S_n = \frac{lr-a}{r-1}$$

जब $|r| = 1, S_n = na,$

गुणोत्तर श्रेणी के अनन्त पदों का योगफल (Sum of infinite terms of a G.P.)

(1) जब $|r| < 1$, (या $-1 < r < 1$) ; $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

(2) यदि $r \geq 1$, तो S_{∞} का अस्तित्व नहीं होगा।

संख्या श्रृंखला :-

संख्या श्रृंखला, संख्याओं से संबंधित होती है। इसमें चार या चार से अधिक संख्याओं की एक series होती है।

जो एक विशेष नियमानुसार होती है हमें उस श्रृंखला के प्रश्नों के नियमों का पता लगाकर ही अगली संख्या ज्ञात करनी होती है।

* गणितीय/अंकिय श्रृंखला में काम आने वाली महत्वपूर्ण संख्याएँ -

- (1) वर्ग संख्याएँ
- (2) घन संख्या
- (3) अभाज्य संख्या
- (4) सम और विषम संख्याएँ

महत्वपूर्ण नियम

नियम 1 → अंतर का नियम - इस नियम के अनुसार दिए गए प्रश्न में पहली और दूसरी संख्या का अंतर, दूसरी और तीसरी संख्या का अंतर और आगे भी यही क्रम जारी रखते हुए अंतर की श्रृंखला का समूह ज्ञात करके उसी आधार पर अगली संख्या प्राप्त की जाती है।

इस नियम के उदाहरण निम्नलिखित हैं-

(i) योग का नियम

Q. 5, 9, 14, 20, 27?

- | | |
|--------|--------|
| (A) 32 | (B) 34 |
| (C) 35 | (D) 37 |

हल- $5+4=9+5=14+6=20+7=27+8=35$

→ दी गई श्रृंखला / श्रेणी क्रमशः बाएँ से दाएँ 4, 5, 6, 7, के अन्तर से बढ़ रही है।

↓ घटाव का नियम ↓

(ii) 16, 14, 11, 7, ?

- | | |
|-------|-------|
| (A) 5 | (B) 3 |
| (C) 2 | (D) 1 |

(iii) zero के आस पास वाले numbers.

$\begin{array}{r} 645) 2 \\ \hline \therefore 650 \end{array}$	$\begin{array}{r} + (5) 2 \\ 645 \quad -5 \end{array}$
$\begin{array}{r} 650 \times 640 \\ \hline 100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 650 \times 640 \\ \hline 100 \end{array}$
$65 \times 64 = 416050$	$6.5 \times 640 = 4160$
	$\frac{13}{2} \times 4160 = 27040$
	$13 \times 320 = 4160$
	$13 \times 4160 = 54080$

हल- $16-2=14-3=11-4=7-5=2$

→ दी गई श्रृंखला में क्रमशः बाएँ से दाएँ 2, 3, 4 के उत्तर से घट रही है।

(iii) गुणा का नियम

उदा. 2, 6, 18, 54 ?

- | | |
|---------|---------|
| (A) 162 | (B) 150 |
| (C) 170 | (D) 184 |

हल- $2 \times 3 = 6 \times 3 = 18 \times 3 = 54 \times 3 = 162$

अर्थात् दी गई श्रृंखला के प्रत्येक पद को 3 से गुणा करके अगला पद प्राप्त किया जाता है।

(iv)

उदा.- 240, 120, 60, 30, ?

- | | |
|--------|--------|
| (A) 10 | (B) 15 |
| (C) 20 | (D) 5 |

हल- $240 \div 2 = 120 \div 2 = 60 \div 2 = 30 \div 2 = 15$

$$a^2+b^2+c^2 = 121 - 30$$

$$a^2+b^2+c^2 = 91$$

$$a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c) [(a^2+b^2+c^2) - (ab+bc+ca)]$$

$$= 11[91 - 15]$$

$$= 11 \times 76$$

$$a^3+b^3+c^3-3abc = 836$$

अध्याय-3

गणितीय संक्रियाएँ

(Arithmetic operations)

टॉपिक - 1 अनुपात-समानुपात

(Ratio and Proportion)

(1) **मिश्रित अनुपात** :- दो या दो से अधिक अनुपातों के प्रथम पदों का गुणनफल और द्वितीय पदों के गुणनफल में जो अनुपात होगा, उसे मिश्रित अनुपात कहते हैं !

जैसे- 2: 3, 1: 4, 3: 2

$(2 \times 1 \times 3) : (3 \times 4 \times 2)$

6 : 24

1 : 4

(2) **वर्गानुपात**:- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के वर्गों से बना अनुपात वर्गानुपात होता है ! जैसे -

$a : b = a^2 : b^2$

4 : 5 = 16 : 25

(3) **आधारानुपात**- किसी अनुपात के प्रत्येक वर्गमूलों में जो अनुपात होता है उसे आधारानुपात कहते हैं जैसे -

64: 121 = a: b

8 : 11 = $\sqrt{a} : \sqrt{b}$

(4) **तिहरा अनुपात** = किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनों से बना (cube) अनुपात तिहरा अनुपात कहलाता है! जैसे 2: 3 = a: b

8: 27 = $a^3 : b^3$

तिहाई अनुपात:- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनमूलों से बना अनुपात तिहाई अनुपात है ! जैसे

64: 125 a: b

4 : 5 $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b}$

समानुपात:- यदि दो अनुपात परस्पर बराबर हो तो उनके चारों पद समानुपाती कहलाते हैं जैसे -

$$a : b :: c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

समानुपात की शर्त -

मध्य पदों का गुणनफल = बाह्य पदों का गुणनफल

$$bc = ad$$

नियमित अनुपात (Regular Ratio):-

$$a : b = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$$a : b : c \quad \text{2 Method}$$

$$2 : 3 \quad a : b : c$$

$$4 : 5 \quad 2 : 3 : 3$$

$$8 : 12 : 15 \quad 4 : 5$$

$$8 : 12 : 15$$

अनियमित अनुपात (Irregular Ratio):-

$$a : c = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$$a : b : c$$

$$2 \times 5 : 4 \times 3 : 5 \times 3$$

$$10 : 12 : 15$$

समानसंख्याओं का अनुपात हमेशा बराबर होता है !

$$a : b = 2 : 3 \quad a : b : c = ?$$

$$b : c = 3 : 4$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 4$$

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 1 : 4$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 12$$

$$a : b = 2 : 3$$

$$a : b : c : d = ?$$

$$b : c = 1 : 4$$

$$c : d = 5 : 2$$

$$a : b : c : d = 10 : 15 : 60 : 24$$

Type - 1 साधारणप्रश्न:-

(1) यदि $a : b = 2 : 3$ और $b : c = 4 : 5$ तो $a : b : c$ ज्ञात करें

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = 8 : 12 : 15$$

(2) यदि $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 1$ तथा $c : d = 2 : 5$ तो $a : b : c : d$ ज्ञात करो !

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 1$$

$$c : d = 2 : 5$$

$$a : b : c : d = 16 : 24 : 6 : 15$$

(3) A और B का अनुपात $2 : 3$ है तथा B और C का अनुपात $4 : 5$ है ! तो $A^2 : B^2 : AC$ का मान क्या होगा ?

$$A : B = 2 : 3$$

$$B : C = 4 : 5$$

$$A : B : C = 8 : 12 : 15$$

$$A^2 : B^2 : AC$$

$$64 : 144 : 120$$

$$8 : 18 : 15$$

(4) यदि $a : b = 2 : 5$, $b : c = 4 : 3$

तथा $c : d = 2 : 5$ तो $a : d$ ज्ञात करें !

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{16}{75}$$

Type - 2 संख्याओं पर आधारित प्रश्न:-

(1) तीन संख्याओं का योग 116 है ! दूसरी संख्या और तीसरी संख्या 9 : 16 के अनुपात में हैं , जबकि पहली संख्या और तीसरी संख्या 1 : 4 के अनुपात में हैं ! x ज्ञात करें ?

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{2cm}} \\ b : c = 9 : 16 \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} \end{array}$$

$$a : c = 1 \times 4 : 4 \times 4$$

$$a : b : c = 4 : 9 : 16$$

$$\downarrow$$

$$36$$

तीन संख्याओं का योग = 116

$$a + b + c = 116$$

$$4x + 9x + 16x = 116$$

$$29x = 116$$

$$x = 4$$

दूसरी संख्या यानि $b = 9x = 9 \times 4 = 36$ ans.

(2) दो संख्याओं के योग , अंतर तथा गुणनफल के अनुपात क्रमशः 11 : 1 : 90 हैं ! इन संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात करें ?

$$a + b : a - b : a \times b = 11k$$

$$11k : 1k : 90k$$

$$a \times b = 90k^2$$

$$6k \times 5k = 90k^2$$

$$30k^2 = 90k$$

$$k = 3$$

$$a - b = k$$

$$a = 6k$$

$$b = 5k$$

$$a = 6 \times 3 = 18$$

$$b = 5 \times 3 = 15$$

$$a^2 + b^2 = ?$$

$$18^2 + 15^2 = 549$$

2 Method

$$6k + 5k : 6k - 5k : 30k$$

$$a + b : a - b : a \times b = 3$$

$$11 : 1 : 90$$

$$a = 18$$

$$a^2 + b^2$$

$$b = 15$$

$$18^2 + 15^2 = 549$$

(3) दो संख्याओं जिनका अंतर , योग तथा गुणनफल क्रमशः 1 : 7 : 24 हैं ! संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें !

$$a - b : a + b : a \times b = 1k$$

$$1k : 7k : 24k \quad a + b = 7k$$

$$a = 4k = 8$$

430 Rs है तो 50 पैसे के सिक्कों की संख्या ज्ञात करें ?

1 Rs : 50 पैसे : 25 पैसे

5x : 7x : 9x

$$5x + 3.5x + 2.25x = 430 \text{ Rs}$$

$$10.75x = 430$$

$$x = 40$$

50 पैसे के सिक्कों की संख्या = $7x$

$$= 7 \times 40 = 280 \text{ ans.}$$

(2) एक बैग में 1 Rs, 50 पैसे व 25 पैसे के सिक्के हैं व उनकी कीमत का अनुपात 30 : 11 : 7 और कुल सिक्कों की संख्या 480 है ! 50 पैसे के सिक्कों की संख्या ज्ञात करें ?

1 Rs : 50 पैसे : 25 पैसे

30x : 11x : 7x

$$30x + 11x + 7x = 480$$

$$x = 6$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्के} = 11x = 11 \times 6$$

$$= 66$$

(3) 1 Rs, 50 पैसे तथा 25 पैसे के 378 सिक्कों के मूल्यों का अनुपात 13 : 11 : 7 है ! इनमें से 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

1 Rs : 50 पैसे : 25 पैसे

13x : 11x : 7x

13x : 22x : 28x

$$63x = 378$$

$$x = 6$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्के} = 11x = 11 \times 6 = 66 \text{ सिक्के}$$

ans.

Type - 8 आय- व्यय पर आधारित प्रश्न :-

(1) नेहा और रवि की आय का अनुपात 4 : 3 है तथा उनके खर्च का अनुपात 3 : 2 है यदि उनकी प्रत्येक की बचत Rs 2500 है तो आय ज्ञात कीजिए

$$\text{माना नेहा की आय} = 4x$$

$$\text{रवि की आय} = 3x,$$

$$\frac{4x - 2500}{3x - 2500} = \frac{3}{2}$$

$$8x - 5000 = 9x - 7500$$

$$x = 2500$$

$$\text{अतः नेहा की आय} = 4 \times 2500 = 10000 \text{ Rs}$$

$$\text{तथा रवि की आय} = 3x = 3 \times 2500 = 7500 \text{ Rs}$$

2 Method

$$\text{आय} - 4 : 3 \quad | \quad 1 = 2500$$

$$\text{खर्च} - 3 : 2 \quad | \quad 3 = 2500 \times 3$$

$$\text{बचत} \quad 2500 \quad 2500 \quad = \quad 7500 \text{ Rs}$$

$$4 = 4 \times 2500$$

$$= 10000 \text{ Rs}$$

(2) A और B की मासिक आय 8 : 5 के अनुपात में है जबकि उनका मासिक व्यय 5 : 3 के अनुपात में है यदि उन्होंने क्रमशः 12000 Rs

तथा 10000Rs की मासिक बचत की हो तो उनकी मासिक आय में अंतर कितना है ?

A की आय = $8x$

B की आय = $5x$ $\frac{8x-12000}{5x-10000} = \frac{5}{3}$

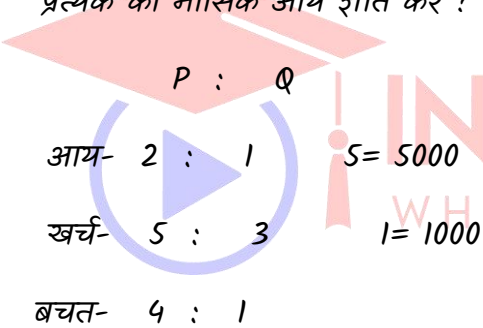
$24x - 36000 = 25x - 50000$

$x = 14000$

अंतर = $3x = 3 \times 14000$

= 42000 Rsans.

(3) p और q, 2:1 के अनुपात में कमाते हैं वे 5:3 में खर्च करते हैं तथा 4:1 में बचत करते हैं! यदि p तथा q की कुल बचत Rs 5000 हो प्रत्येक की मासिक आय ज्ञात करे ?



कुल बचत $-4 + 1 = 5 = 5000$ Rs

$I = 1000$ Rs, $4 = 4000$ Rs

बचत(रु में) - 4000 Rs : 1000 Rs

$\frac{2x-4000}{x-1000} = \frac{5}{3}$

$6x - 12000 = 5x - 5000$

$x = 7000$

मासिक आय = $2x$: $x = 2 \times 7000$: 7000

14000 Rs : 7000 Rsans.

(4) दो क्रमागत वर्षों में मेरी आय 2 : 3के अनुपात थी और व्यय में 5 : 9 का अनुपात था! यदि मेरी आय दूसरे वर्ष में Rs 45000होतथा पहलें वर्ष में मेरा व्यय Rs 25000 हो तो दो वर्षों में कुल बचत कितनी होगी ?

30000 पहले वर्ष : दूसरे वर्ष

आय - 2 : 3 = 45000(दिया है)

क्योंकि पहले वर्ष में आय = 3 = 45000(प्रश्न में दिया है)इसलिए,

$I = \frac{45000}{3} = 15000$ Rsतथा

दूसरे वर्ष में आय = 2 = $2 \times 15000 = 30000$ Rs

दोनों वर्षों में कुल आय = $45000 + 30000 = 75000$ Rs

व्यय- 5 : 9

पहलें वर्ष में व्यय = 5 = Rs 25000

$I = \frac{25000}{5} = 5000$ Rsतथा

दूसरे वर्ष में व्यय = 9 = $9 \times 5000 = 45000$ Rs

दोनों वर्षों में कुल व्यय = $25000 + 45000 = 70000$ Rs

कुल बचत = कुल आय - कुल व्यय

= $75000 - 70000$

= 5000 Rs ans.

लाभ और हानिपर आधारित :-

Q.एक दुकानदार एक पुस्तक को मुद्रित मूल्य पर 21% की छूट पर बेचने पर 21% का लाभ अर्जित करता है। पुस्तक के क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य का अनुपात है:

(SSC-2021)

टॉपिक - 8

चाल , समय और दूरी

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \quad \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

(1) किलोमीटर /घंटा को मीटर /सेकंड में बदलना -

$$x \text{ km / h} = (x \times \frac{5}{18}) \text{ m / sec.}$$

$$54 \text{ km / h} = 54 \times \frac{5}{18}$$

$$= 15 \text{ m / sec.}$$

$$72 \text{ km/h} = 72 \times \frac{5}{18}$$

$$= 20 \text{ m / sec.}$$

(2) मीटर/ सेकंड को किलोमीटर / घंटा में बदलना

$$x \text{ m/sec.} = (x \times \frac{18}{5}) \text{ km / h}$$

$$10 \text{ m/sec} = 10 \times \frac{18}{5}$$

$$= 36 \text{ km/h}$$

$$25 \text{ m/sec} = 25 \times \frac{18}{5}$$

$$= 90 \text{ km / h}$$

साधारण प्रश्न - Type - 1

(1) एक स्कूटर सवार 54km/h की चाल से 1 मिनट में कितनी दूरी तय करेगा !

$$54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m / sec}$$

$$1 \text{ मिनट} = 60 \text{ से.}$$

$$\text{दूरी} = \text{समय} \times \text{चाल}$$

$$= 60 \times 15$$

$$= 900 \text{ m}$$

(2) एक गाड़ी 180 किलोमीटर की दूरी 4 घंटे में तय करती है ! यदि वह दो तिहाई चाल से चले तो कितना अधिक समय लगेगा ?

$$\text{चाल} = \frac{180}{4}$$

$$= 45 \text{ km / h}$$

$$\text{समय} = \frac{180}{30}$$

$$= 6 \text{ घंटे}$$

$$\text{दो तिहाई चाल} = 45 \times \frac{2}{3}$$

$$\text{अधिक समय} = 6 - 4$$

$$= 30 \text{ km/h} \quad = 2 \text{ घंटे}$$

2 Method

$$\text{चाल} = \frac{180}{4}$$

$$= 45 \text{ km/h}$$

$$3 : 2$$

$$\downarrow \times 15$$

$$\downarrow \times 15$$

$$45 \text{ km/h}$$

$$30 \text{ km/h}$$

$$\text{समय} = \frac{180}{30} = 6 \text{ घंटे}$$

$$\text{अधिक समय} = 6 - 4 = 2 \text{ घंटे}$$

(3) दो रेलगाड़ियों की चाल 6 : 7 के अनुपात में हैं ! यदि दूसरी रेलगाड़ी 4 घंटे में 364 किलोमीटर चले , तो पहली रेलगाड़ी की चाल कितनी है ?

$$\text{पहली ट्रेन} : \text{दूसरी ट्रेन}$$

$$6$$

$$:$$

$$7$$

$$\downarrow \times 13$$

$$\downarrow \times 13$$

$$78 \text{ km/h}$$

$$91 \text{ km/h}$$

$$\text{चाल} = \frac{364}{4} = 91 \text{ km/h}$$

पहली ट्रेन की चाल 78km/h होगी ।

- (4) स्कूटी पर सवार एक व्यक्ति 5 मीटर/सेकंड की चाल से 3 घंटे 20 मिनट में कितने किलोमीटर दूरी तय करेगा ?

$$5 \times \frac{18}{5} \quad 3 \text{ घंटा } 20 \text{ मिनट} = 3 + \frac{20}{60}$$

$$\text{दूरी} = 18 \times \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ घंटे}$$

$$= 60 \text{ km}$$

Type - 2 जब कोई दूरी भिन्न-2 चाल से चली जाये-

- (1) किसी यात्रा का आधा भाग 21 km/h तथा शेष भाग 24 km/h चाल से चलकर पूरी यात्रा 10 घंटे में चाल लेता है ! यात्रा की कुल दूरी ज्ञात करे !

माना कुल दूरी = $2x$ km

$$\frac{15x}{168} = 10$$

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{24} = 10$$

$$\frac{8x+7x}{168} = 10$$

$$x = 112 \text{ km}$$

$$\text{कुल दूरी} = 2 \times 112$$

$$= 224 \text{ km}$$

2 Method

$$\text{दूरी} = \frac{2 \times S_1 \times S_2}{S_1 + S_2} \times \text{Time}$$

$$= 2 \times \frac{21 \times 24}{(21+24)} \times 10$$

$$= 224 \text{ km}$$

- (2) एक साईकिल सवार एक निश्चित दूरी का आधा भाग 6 km/h शेष आधा 5 km/h की चाल से चलकर कुल 11 घंटे का समय लेता है वह दूरी कितनी है ?

माना कुल दूरी = $2x$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{5} = 11$$

$$\frac{5x+6x}{30} = 11$$

$$11x = 11 \times 30 \quad \text{कुल दूरी} = 2 \times 30$$

$$x = 30 \text{ km} = 60 \text{ km}$$

2 Method

$$\text{दूरी} = \frac{2(6 \times 5)}{(6+5)} \times 11$$

$$= 60 \text{ km}$$

- (3) एक कार A से B तक की दूरी का $\frac{1}{5}$ भाग 8 km/h की चाल से चलती है, $\frac{1}{10}$ भाग 25 km/h की गति से चलती है और शेष 20 km/h की गति से चलती है ! पूरी यात्रा की औसत गति ज्ञात करो !

कुल दूरी = 10 km (S, 10 L. C. M)

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{10} : \text{शेष}$$

$$2 : 1 : 7$$

$$\text{औसत चाल} = \frac{10}{10}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{1}{25} + \frac{7}{20}$$

$$= \frac{50+8+70}{200} = \frac{64}{100}$$

$$\text{चाल} = \text{दूरी} / \text{समय}$$

$$= \frac{10}{64} \times 100$$

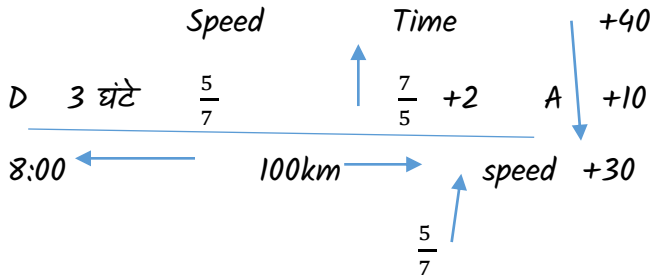
$$= \frac{1000}{64}$$

$$= 15.625 \text{ km/h}$$

Type - 3 जब दो व्यक्ति एक ही दिशा में चले

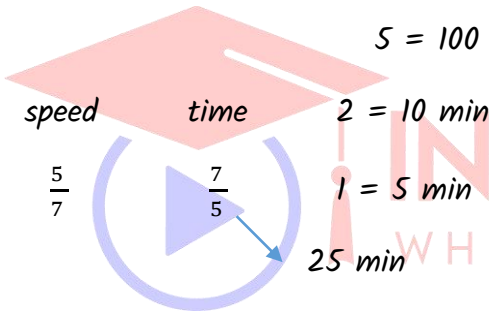
- (1) स्थान A पर एक सिपाही खड़ा था ! उससे 500 m दूरी पर स्थान B पर एक चोर उसे देखता है और आगे की ओर 15 km/h की रफ्तार से भागता है ! उसी क्षण सिपाही 20 km/h की रफ्तार से

वजह से ये अपनी $\frac{5}{7}$ चाल से आगे बढ़ती है और 40 min लेट हो जाती है ! अगर यह ट्रेन 100 km आगे खराब हुई होती तो यह केवल 30 min लेट होती है दिल्ली से आगरा के बीच की दूरी ज्ञात करो !



3 कुल दूरी को मुलगति से तय करने में लगा समय
 $= 3 + \frac{100}{60}h$
 $= \frac{14}{3}$ घंटे

$2 = 40$
 $1 = 20 \text{ min}$
 $5 = 100 \text{ min}$



Speed = $\frac{100}{5} \times 12$
 $= 240 \text{ km/h}$

Distance = $\frac{14}{3} \times 240 = 1120 \text{ km}$

Type -7 - जब व्यक्ति पहले या देर पहुंचे

(1) एक डाकिया रोज़ एक नियत चाल से अपने घर से पोस्ट ऑफिस जाता है ! परन्तु जब वह 10 km/h चलता है तो 1 घंटा पहले पहुंच जाता है और जब 5 km/h चलता है तो 3 घंटे देर से पहुंचता है ! डाकिया के घर से पोस्ट ऑफिस कितना दूर है !

दूरी = $\frac{\text{दोनों चालों का गुणनफल}}{\text{दोनों चालों का अंतर}} \times (\text{दोनों समयों का योग})$

$= \frac{10 \times 5}{5} \times 4 = 40 \text{ km}$

(2) A अपने घर से अपने विद्यालय 3 km/h की चाल से जाने पर 5 min देरी से पहुंचता है ! यदि वह 4 km/h की चाल से चले तो विद्यालय के समय से 5 min पहले पहुंच जाता है ! उसके घर से विद्यालय की दूरी कितनी है ?

दूरी = $\frac{3 \times 4}{1} \times \frac{1}{6}$ समय = $10 \times \frac{1}{60}$
 $= 2 \text{ km}$ $= \frac{1}{6}$ घंटे

Type - 8 वृत्तीय गति पर आधारित प्रश्न

(1) एक पहिये की त्रिज्या 0.25 m है ! 11 km की दूरी तय के लिये पहिया कितने चक्कर लगाएगा !

11 km = 11000 m

एक चक्कर में पहिये द्वारा चली गयी दूरी = $2\pi r$
 n चक्कर में चली गयी दूरी = $2 \times \frac{22}{7} \times n \times 0.25$

$2 \times \frac{22}{7} \times 25 \times n = 11000$

$\frac{11}{7} \times n = 11000, n = 7000$

(2) 4 km/h की गति से चलते हुआ व्यक्ति को 70 m अर्द्धव्यास के वृत्ताकार बाग के 2 चक्कर लगाने में कितना समय लगेगा ?

कुल दूरी = $2\pi r \times 2$ $4 \text{ km} = 4000 \text{ m}$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 70$ $4000 \text{ m} - 60 \text{ min}$

$= 880 \text{ m}$, 880m की दूरी का समय =

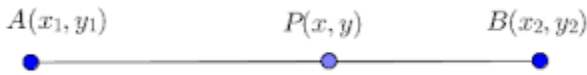
$\frac{60}{4000} \times 880 = \frac{132}{10} = 13.2 \text{ min}$

(3) मोटर साईकिल के एक पहिये का व्यास 70 cm है जो प्रति 10 sec में 40 चक्कर काटता है तो मोटर साईकिल की गति प्रति घंटा कितनी है ?

कुल दूरी = $2\pi r \times 40$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

विभाजन सूत्र :- माना दो बिंदु A और B हैं जिनके निर्देशांक क्रमशः (x_1, y_1) और (x_2, y_2) हैं, इनसे मिलकर कोई रेखाखंड बनता है।



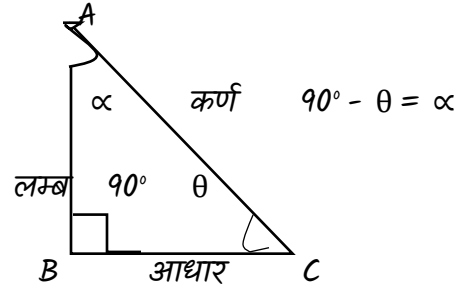
इस रेखा को कोई बिंदु P, रेखा को m:n अनुपात में विभाजित करता है, यदि P बिंदु के निर्देशांक (x, y) हो तो इन निर्देशांकों का मान निम्न विभाजन सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है -

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

यदि m/n का मान धनात्मक है तो अंतः विभाजन होता है और यदि m/n का मान ऋणात्मक है तो बाह्य विभाजन होता है।

अध्याय -6

त्रिकोणमिति



$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$	$\sin \alpha = \frac{BC}{AC}$
$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC}$	$\cos \alpha = \frac{AB}{AC}$
$\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$	$\tan \alpha = \frac{BC}{AB}$
$\cot \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{BC}{AB}$	$\cot \alpha = \frac{AB}{BC}$
$\sec \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{AC}{BC}$	$\sec \alpha = \frac{AC}{AB}$
$\text{cosec } \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{AC}{AB}$	$\text{cosec } \alpha = \frac{AC}{BC}$

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ (Trigonometric Identities) :-

त्रिकोणमिति में विभिन्न सर्वसमिकाएँ होती हैं जिनका उपयोग कई त्रिकोणमितीय समस्याओं को हल करने के लिए किया जाता है। इन त्रिकोणमितीय सूत्रों का उपयोग करके, जटिल त्रिकोणमितीय प्रश्नों को शीघ्रता से हल किया जा सकता है।

- $\sin \theta \times \text{Cosec } \theta = 1$
- $\sin \theta = \frac{1}{\text{Cosec } \theta}$ या $\text{Cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

- $\cos \theta \times \sec \theta = 1$
- $\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$ या $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
- $\tan \theta \times \cot \theta = 1$
- $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$ या $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

Pythagorean Trigonometric Identities

- $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$
- $1 + \tan^2 a = \sec^2 a$
- $\operatorname{cosec}^2 a = 1 + \cot^2 a$
- $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
- $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
- $\sin(-\theta) = -\sin \theta$
- $\cos(-\theta) = \cos \theta$
- $\tan(-\theta) = -\tan \theta$
- $\cot(-\theta) = -\cot \theta$
- $\sec(-\theta) = \sec \theta$
- $\csc(-\theta) = -\csc \theta$

• पूरक कोणों की त्रिकोणमितीय पहचान :-

व्यामिति में, दो कोण पूरक होते हैं यदि उनका योग 90 डिग्री के बराबर हो।

$$\sin(90 - \theta) = \cos \theta$$

- $\cos(90 - \theta) = \sin \theta$
- $\tan(90 - \theta) = \cot \theta$
- $\cot(90 - \theta) = \tan \theta$
- $\sec(90 - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$
- $\operatorname{cosec}(90 - \theta) = \sec \theta$

$$\# \tan \theta \cdot \cot \theta = 1 \text{ then } \tan \theta \cdot \tan(90^\circ - \theta) = 1$$

$$\text{or } \cot \theta \cot(90^\circ - \theta) = 1$$

• संपूरक कोणों की त्रिकोणमितीय पहचान :-

दो कोण संपूरक होते हैं यदि उनका योग 180 डिग्री के बराबर हो। इसी तरह, जब हम यहाँ संपूरक कोणों के लिए त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ सीख सकते हैं।

- $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$
- $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$
- $\operatorname{cosec}(180^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$
- $\sec(180^\circ - \theta) = -\sec \theta$
- $\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$
- $\cot(180^\circ - \theta) = -\cot \theta$

यदि $\theta + \alpha = 90^\circ$ हो तो θ व α पूरक कोण होंगे!

$$\text{तब } \# \sin \theta = \cos \alpha,$$

$$\cos \theta = \sin \alpha$$

$$\# \tan \theta = \cot \alpha, \sec \theta = \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\cot \theta = \tan \alpha, \operatorname{cosec} \theta = \sec \alpha$$

$$\# \text{ व } \sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$$

त्रिकोणमितीय अनुपात

व्युत्क्रम

$$7 \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{7}$$

$$1 \text{ का व्युत्क्रम} = 1$$

$$0 \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{0} = \infty$$

∞ का व्युत्क्रम = $\frac{1}{\infty} = 0$

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta^\circ$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta^\circ$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta^\circ$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cot \theta^\circ$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec \theta^\circ$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
$\operatorname{cosec} \theta^\circ$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

हमें हर question में पूरक कोण का फंडा लगाना है!

पूरक कोण का नियम :- मुख्य नियम , पड़ोसी अनुपात (Sin , Cos) (Tan, Cot) , (Sec , Cosec) आपस में बराबर होते हैं यदि कोण योग 90° हो जैसे $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

$$\tan 10^\circ = \cot 80^\circ$$

$$\sec 20^\circ = \operatorname{cosec} 70^\circ$$

TYPE - A

यदि पड़ोसी अनुपात कोण योग 90° पर एक भिन्न के अंश व हर के रूप में लिखे गए हो तो वह बराबर होने के कारण कट जायेंगे और प्रत्येक भिन्न का उत्तर 1 होगा !

यदि कोण योग 90° पर पड़ोसी अनुपातों के प्रश्न दिए गए हो तो सारणी का 45° कॉलम value के रूप में लेने से पड़ोसी अनुपात बराबर होंगे और पड़ोसी आपस में बराबर नहीं होंगे जिसके कारण पूरक कोण नियम में होने वाले सभी प्रश्न सही उत्तर देंगे !

पड़ोसी कोण पूरक कोण +, - चिन्ह के साथ दिए हो तो वह आपस में कट जायेंगे और उत्तर 0 हो जायेगा !

यह नियम केवल त्रिकोणमितीय मध्य अनुपातों tan और cot के लिए मान्य है

$$\tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ = 1$$

यदि tan के दो अनुपात कोण योग 90° पर गुणा के रूप में लिखे गये हो तो वे कट जायेंगे ! और उत्तर 1 प्राप्त होगा !

जब sin और cos के वर्ग कोण योग 90° के रूप में जोड़े गये हो !

इस प्रकार के प्रश्नों में पदों की जितनी संख्या होगी उत्तर उसका आधा प्राप्त होगा !

यदि sin का वर्ग कोण योग 90° को जोड़ते हुए प्रश्न दिया गया हो तो प्रत्येक पद का उत्तर में औसत योगदान $\frac{1}{2}$ के बराबर होगा !

$$\frac{4}{\frac{5}{3}} \times \frac{(3)^2}{(4)^2} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{(3)^2}{(4)^2} \times \frac{4}{3} = 1 \text{ Ans}$$

TYPE - E

पूरक कोण

(सरल भाषा में पूरक का अर्थ यह है कि पूरक कोण पड़ोसी अनुपात में जैसे $\sin \cos$ में $\tan \cot$ में $\sec \operatorname{cosec}$ में तो इसमें बराबर अनुपात में लिख सकते हैं !

इससे question हल करने में काफी आसानी से हो जाती है ! और question कुछ ही seconds में हल हो जाता है !)

$$\text{Q.18 } \frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 20^\circ + \sin 50^\circ} = ?$$

Solution :-

$$\frac{\sin 45^\circ + \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ + \sin 45^\circ} = 1$$

(II) method

we know $\therefore \sin 70^\circ$ का मान $\cos 20^\circ$ के बराबर होगा, पूरक है यह एक-दूसरे के तो

$$\sin 70^\circ = \cos 20^\circ, \cos 40^\circ = \sin 50^\circ$$

$$\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{तो हल} &= \frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 20^\circ + \sin 50^\circ} \\ &= \frac{\cos 20^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 20^\circ + \sin 50^\circ} = 1 \text{ Ans} \end{aligned}$$

$$\text{Q.19 } \frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \times \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \cos^2 69^\circ)$$

Solution :- By पूरक कोण method ,

$$\frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \cos^2 69^\circ)$$

$$= 1 + 2(\tan 45^\circ) - 3(1)$$

$$= 1 + 2 - 3 = 0 \text{ Ans}$$

$$(\because \sin 21^\circ = \cos 69^\circ = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ)$$

$$\therefore \tan 45^\circ = 1)$$

Q.20 यदि A तथा B पूरक कोण हैं तो $\sin A \cos B + \cos A \sin B - \tan A \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$ का मान कितना होगा !

Solution :- $\sin A \cos B + \cos A \sin B - \tan A \tan B + \sec^2 A - \cot^2 B$

$$= \text{given A व B पूरक हैं}$$

$$\text{Let } A = 45^\circ \quad B = 45^\circ$$

$$= \sin 45^\circ \cos 45^\circ + \cos 45^\circ \sin 45^\circ - \tan 45^\circ \tan 45^\circ + \sec^2 45^\circ - \cot^2 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \cdot 1 + (\sqrt{2})^2 - 1$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 + 2 - 1 = 1 \text{ Ans}$$

Q.21 $\left(\frac{\sin 27^\circ}{\cos 63^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}\right)^2$ का मान होगा !

पूरक कोण method

$$= \left(\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} \right)^2 + \left(\frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} \right)^2$$

$$= 1 + 1 = 2 \text{ Ans}$$

Q.22 $\cot 18^\circ (\cot 72^\circ \cos^2 45^\circ + \frac{1}{\tan 72^\circ \sec^2 45^\circ})$ का संख्यात्मक मान क्या होगा !

Solution :-

$$\cot 18^\circ (\cot 72^\circ \cos^2 45^\circ) + \cot 18^\circ \cdot \frac{1}{\tan 72^\circ \sec^2 45^\circ}$$

$$= \cos^2 45^\circ + \cot 18^\circ \cdot \frac{1}{\tan 72^\circ \sec^2 45^\circ}$$

$$= \cos^2 45^\circ + \cot 45^\circ \frac{1}{\tan 45^\circ \sec^2 45^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ Ans}$$

Q.23 $\sin^2 5^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 85^\circ$ बराबर हैं !

Solution :-

$$\sin^2 5^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 85^\circ$$

By पूरक नियम

$$\therefore \sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ + \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Q.24 यदि $A = \tan 11^\circ \cdot \tan 29^\circ$, $B = 2 \cot 61^\circ \cot 79^\circ$ हो तो नियम में कौन सही है !

Option (I) $A = 2B$ (II) $A = -2B$

(III) $2A = B$ (IV) $2A = -B$

Ans We know in पूरक कोण

$$\tan 11^\circ = \cot 79^\circ, \tan 29^\circ = \cot 61^\circ$$

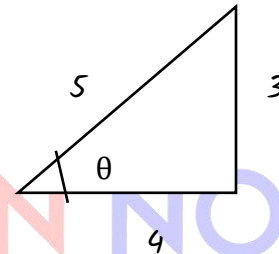
$$B = 2(A) \text{ where } A \text{ is } \cot 61^\circ \cot 79^\circ$$

$$B = 2A \quad (\because \tan 11^\circ = \cot 79^\circ)$$

$$(\because \tan 29^\circ = \cot 61^\circ)$$

Q.25 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ हो तो $\frac{1-\cos \theta}{1+\cos \theta}$ का मान क्या होगा !

Solution :- By Triangle



$$\text{तो } \cos \theta = \frac{4}{5}$$

Put the value in equation

$$= \frac{1 - \frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{5-4}{5}}{\frac{9}{5}} = \frac{1}{9} \text{ Ans}$$

पूरक कोण भिन्न के रूप में

Q.26 $\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Ans $\frac{\tan 45^\circ}{\cot 45^\circ} = 1$ (\tan and \cot दोनों पूरक कोण हैं)

Q.27 $\frac{\sin 10^\circ}{\cos 80^\circ} + \frac{\tan 10^\circ}{\cot 80^\circ} + \frac{\sec 10^\circ}{\operatorname{cosec} 80^\circ}$ का मान क्या होगा !

$$= \frac{\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} + \frac{\tan 10^\circ}{\tan 10^\circ} + \frac{\sec 10^\circ}{\sec 10^\circ}$$

(पूरक की स्थिति में $\tan 10^\circ = \cot 80^\circ$)

$$= 1 + 1 + 1 = 3 \text{ Ans}$$

Q.28 $\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ}$ का मान कितना होगा?

$$= \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ}{\cos^2 17^\circ + \sin^2 17^\circ} \quad (\because \text{पूरक कोण})$$

$$= \frac{1}{1} = 1 \quad (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

इसे हम value system से भी कर सकते हैं!

$$\theta = 45^\circ \text{ रखकर}$$

$$\frac{\sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ}{\cos^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{1} = 1 \text{ Ans}$$

पूरक कोण पड़ोसी अनुपात उल्टे चिन्ह के साथ

Q.29 $\cos 20^\circ - \sin 70^\circ$

$$\cos 45^\circ - \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

Q.30 $\sin 10^\circ + \cot 20^\circ + \operatorname{cosec} 40^\circ - \cos 80^\circ$
 $- \tan 70^\circ - \sec 50^\circ$

$$\sin 45^\circ + \cot 45^\circ + \operatorname{cosec} 45^\circ - \cos 45^\circ$$

 $- \tan 45^\circ - \sec 45^\circ = 0$

Q.31 $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ$

$$\cos 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 45^\circ \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

Q.32 $\sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta)$

$$\sin 45^\circ - \cos 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

पूरक कोण : अनुपात \tan या \cot का गुणा

Q.33 $\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ$
 $\tan 85^\circ$ का मान क्या होगा ?

Ans. 1

Q.34 $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \dots \tan 87^\circ$
 $\tan 88^\circ \tan 89^\circ$ का मान क्या होगा ?

Ans. 1

Q.35 $\tan \frac{\pi}{20} \cdot \tan \frac{2\pi}{20} \cdot \tan \frac{3\pi}{20} \dots \tan \frac{8\pi}{20}$
 $\tan \frac{9\pi}{20}$ का मान ?

Ans $\tan 9^\circ \dots \tan 45^\circ \dots \tan 81^\circ$

$$\tan 45^\circ \dots \tan 45^\circ \dots \tan 45^\circ = 1$$

पूरक कोण : अनुपात \sin या \cos के वर्गों का योग

Q.37 $\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ$ का हल क्या होगा ?

$$(I) \cos^2 69^\circ + \sin^2 69^\circ = 1$$

$$(II) \sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Q.38 $\sin^2 5^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ +$
 $\sin^2 85^\circ$ का मान क्या होगा ?

Ans 5 6 7 8 -----85

$$\frac{85-5}{1} + 1 = 80 + 1$$

पद 81 उत्तर $40\frac{1}{2}$

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=1253s

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gz2fJyt6vI>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)

RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें

 **INFUSION NOTES**
WHEN ONLY THE BEST WILL DO
↓
Whatsapp - <https://wa.link/vqyxwn>

Online order - <https://cutt.ly/g0O6SHh>

Call करें 9887809083