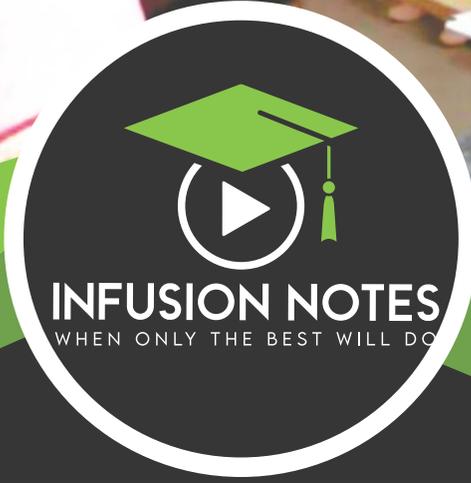


LATEST EDITON



# राजस्थान 3rd ग्रेड

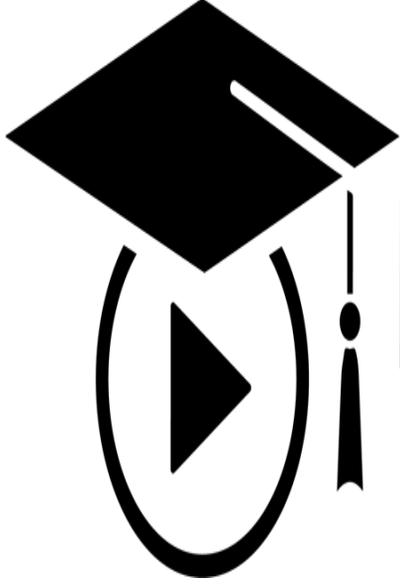
(REET मुख्य परीक्षा हेतु)

2

LEVEL

HANDWRITTEN NOTES

भाग-4a गणित एवं विज्ञान + शिक्षण विधियाँ



# INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

## राजस्थान 3rd ग्रेड

### REET LEVEL - 2

मुख्य परीक्षा हेतु

भाग - 4 (A)

गणित एवं विज्ञान + शिक्षण विधियाँ

## प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “राजस्थान 3<sup>rd</sup> ग्रेड (REET मुख्य परीक्षा लेवल - 2 हेतु) को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर (RSMSSB) द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “राजस्थान 3<sup>rd</sup> ग्रेड (REET मुख्य परीक्षा लेवल - 2)” की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे /

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं।

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302017 (RAJASTHAN)

मो : 01414045784, 8233195718

ईमेल : [contact@infusionnotes.com](mailto:contact@infusionnotes.com)

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

**Online Order at** ➔ <https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes>

**Whatsapp Link** - <https://wa.link/hx3rcz>

**Contact us at** - 8233195718 + 8504091672

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम (2022)

## गणित

1. संख्या प्रणाली	1-17
2. वास्तविक संख्याओं के लिए घातांक नियम	18-24
3. वर्ग और वर्गमूल	25-34
4. घन और घनमूल	35-41
5. बहुपद एवं गुणनखंड	42-56
6. दो चरों वाले रैखिक समीकरण	57-66
7. द्विघात समीकरण	67- 77
8. लघुगणक	78-83
9. प्रतिशतता	84-101
10. लाभ और हानि	102-117
11. साधारण ब्याज	118-132
12. चक्रवृद्धि ब्याज	133-142
13. अनुपात-समानुपात	143-152
14. वृद्धि एवं हास दर	153-155
15. रेखाएँ एवं कोण	156-162
16. समतलीय आकृतियाँ	163-186

17. समतलीय आकृतियों के क्षेत्रफल एवं परिमाप	187-203
18. ठोस आकृतियाँ	204-213
19. सांख्यिकी	214-235
20. प्रायिकता	236-242
21. शिक्षण विधियाँ	243-264
• गणित विषय की शिक्षण विधियाँ	
• गणित शिक्षण के उपागम	
• गणित शिक्षण में चुनौतियाँ	
• गणित शिक्षण सहायक सामग्री एवं उपयोग	
• गणित शिक्षण की मूल्यांकन विधियाँ	
• निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण	

## विज्ञान

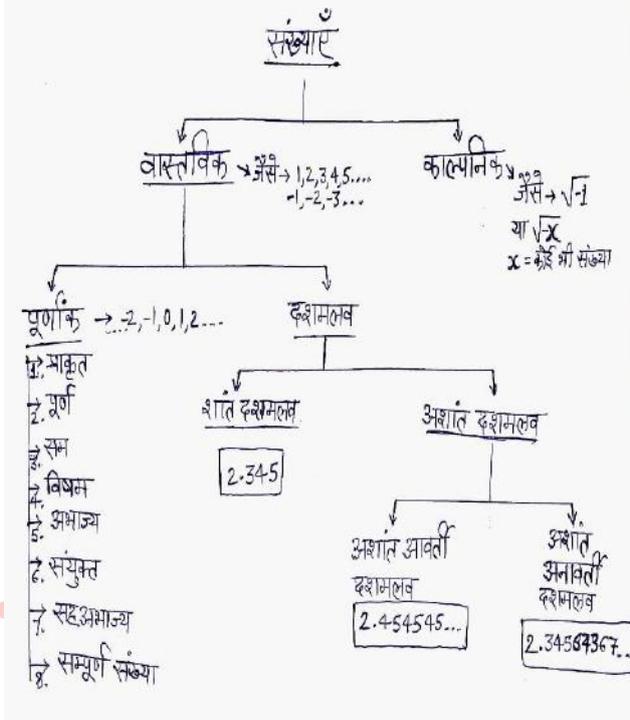
1. परमाणु एवं अणु, मोल संकल्पना, रासायनिक सूत्र, परमाणु संरचना	265
2. तत्व यौगिक और मिश्रण भौतिक एवं रासायनिक परिवर्तन	276
3. रासायनिक अभिक्रियाएँ एवं समीकरण उपचयन एवं अपचयन	280
4. अम्ल, क्षार एवं लवण pH स्केल	283
5. कार्बन तथा उसके यौगिक	288

6. कोशिका संरचना एवं प्रकार्य	305
7. ऊतक - पादप ऊतक, जंतु ऊतक, सरल एवं जटिल ऊतक	311
8. जैव प्रक्रम पोषण, श्वसन, परिवहन, उत्सर्जन	318
9. नियन्त्रण एवं समन्वय	326
10. जीवों में जनन, जनन में हार्मोन्स की भूमिका	331
11. सूक्ष्म जीवों से फैलने वाले रोग, संक्रामक रोग	338
12. जैव रासायनिक चक्रण	349
13. भोजन के प्रमुख अवयव एवं इनकी कमी से होने वाले रोग, संतुलित भोजन	360
14. बल एवं गति, गति के नियम	372
15. विद्युत धारा एवं परिपथ, ओम का नियम, प्रतिरोधों का संयोजन, विद्युत धारा के तापीय रासायनिक एवं चुम्बकीय प्रभाव	375
16. गुरुत्वाकर्षण, केपलर के नियम, उत्प्लावकता, आर्किमीडीज का सिद्धान्त	387
17. ताप एवं उष्मा, तापमापी उष्मा संचरण	393
18. प्रकाश का परावर्तन, गोलीय दर्पण, प्रकाश का अपवर्तन, गोलीय लेंस, मानव दोष	397
19. ध्वनि	404
20. सौर मण्डल चन्द्रमा तारे सौर परिवार सूर्य ग्रह. धूमकेतु तारामण्डल	404

- विज्ञान की शिक्षण विधियाँ
- विज्ञान शिक्षण के उपागम
- विज्ञान शिक्षण सहायक सामग्री एवं उपयोग
- विज्ञान शिक्षण की मूल्यांकन विधियाँ
- निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण

## अध्याय - 1

### संख्या प्रणाली



**संख्या** - एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। 0 से अंत तक की सभी धनात्मक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते हैं। जैसे- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ - 1, 2, 3, 4,.....
2. पूर्ण संख्याएँ - 0, 1, 2, 3, 4, 5,.....
3. पूर्णांक संख्याएँ -  $-\infty$  से  $+\infty$  तक
4. धनात्मक संख्याएँ :- 1, 2, 3, 4, 5,.....
5. ऋणात्मक संख्याएँ :- -1, -2, -3, -4, -5,.....

**नोट:** 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह उदासीन संख्या है।

**प्राकृतिक संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। उदा. 1, 2, 3, 4, 5, 6,.....  $\infty$

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है।  
जैसे:-  $-3/4$ ,  $-1/5$

**सम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णांक) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

**नोट:** शून्य एक सम संख्या है।

**2. विषम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1, 3, 5, 7, 9, 11. आदि। शून्य विषम संख्या नहीं है।

**भाज्य संख्याएँ** :- 1 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सके भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 8, 9, 15, 16 आदि।

**नोट:** दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभाज्य संख्या है।

**4. अभाज्य संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2, 3, 5, 7, 11, 13, आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

**नोट:** एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

**वास्तविक संख्याएँ** - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय हो या अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे:  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{14}$  अपरिमेय संख्याएँ हैं।

**वास्तविक संख्याओं पर संक्रियाएँ** :-

जब आप वास्तविक संख्याओं और उन पर आधारित गणितीय संक्रियाओं को हल करते हैं तब आपको निम्नलिखित बिंदुओं को ध्यान में रखना चाहिए :-

- जब एक परिमेय और अपरिमेय संख्या को जोड़ा या घटाया जाता है, तो परिणाम एक अपरिमेय संख्या होता है।
- जब एक अपरिमेय संख्या के साथ एक परिमेय संख्या पर गुणा या भाग संक्रिया की जाती है, तो परिणाम एक अपरिमेय संख्या होता है।
- जब दो अपरिमेय संख्याओं को जोड़ा, घटाया, गुणा या विभाजित किया जाता है, तो परिणाम एक परिमेय या एक अपरिमेय संख्या हो सकता है।

• यदि  $a$  और  $b$  धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं, तो

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{c} + \sqrt{d}) = \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd}$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$

#### Example 1:

Solve  $(2\sqrt{2} + 7\sqrt{7}) + (13\sqrt{2} - 4\sqrt{7})$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{2} + 7\sqrt{7}) + (13\sqrt{2} - 4\sqrt{7}) \\ &= (2\sqrt{2} + 13\sqrt{2}) + (7\sqrt{7} - 4\sqrt{7}) \\ &= (2 + 13)\sqrt{2} + (7-4)\sqrt{7} \\ &= 15\sqrt{2} + 3\sqrt{7} \end{aligned}$$

#### Example 2:

Solve  $(7\sqrt{7}) \times (-4\sqrt{7})$

**Solution:**

$$\begin{aligned} & (7\sqrt{7}) \times (-4\sqrt{7}) \\ &= 7 \times -4 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ &= -28 \times 7 = -196 \end{aligned}$$

#### Example 3:

Solve  $(8\sqrt{21} / 4\sqrt{7})$

**Solution:**

$$\begin{aligned} & (8\sqrt{21} / 4\sqrt{7}) \\ &= (8\sqrt{7} \times \sqrt{3} / 4\sqrt{7}) \\ &= 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} / \sqrt{7} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

#### Example 4:

Solve  $(2\sqrt{2} + 7\sqrt{7})(2\sqrt{2} - 7\sqrt{7})$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{2} + 7\sqrt{7})(2\sqrt{2} - 7\sqrt{7}) \\ &= (2\sqrt{2})^2 - (7\sqrt{7})^2 \\ &= 4 \times 2 - 49 \times 7 \\ &= 8 - 343 = -335 \end{aligned}$$

#### Example 5:

Solve  $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{11})$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{11}) \\ &= \sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{11} + \sqrt{7}\sqrt{3} - \sqrt{7}\sqrt{11} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{22} + \sqrt{21} - \sqrt{77} \end{aligned}$$

**परिमेय संख्या :-** वैसे वास्तविक संख्याएँ जो  $p/q$  के रूप में लिखी जा सके, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णांक हो तथा  $q \neq 0$  हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं।

अर्थात्, हर और अंश के रूप में लिखी जाने वाली सभी संख्याएँ परिमेय संख्या कहलाती हैं। जहाँ केवल हर शून्य के बराबर न हो। स्पष्ट शब्दों में, एक पूर्णांक संख्या को दूसरे पूर्णांक से भाग देने

के उपरांत जो संख्या प्राप्त होती है, उसे परिमेय संख्या कहते हैं।

जैसे;  $1/2$ ,  $2/3$ ,  $3/4$  आदि।

**पहचान :-**

- संख्याएँ जो  $p/q$  के रूप में हो, जहाँ  $q \neq 0$  हो।
- $p/q$  के रूप वाले संख्याओं को हल करने पर दशमलव में संख्या प्राप्त हो।
- भिन्न भी परिमेय संख्या होता है।

जैसे:-  $4/5$ ,  $5/6$ ,  $6/7$ ,  $2.1$ ,  $3.123$ ,  $10.121$  आदि।

**धनात्मक एवं ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ :-**

परिभाषा के अनुसार परिमेय संख्या  $p/q$  के रूप की होती है जहाँ  $p/q$  दोनों पूर्णांक होते हैं, जिसमें  $q$  हमेशा शून्य के बराबर नहीं होता है। परिमेय संख्या धनात्मक और ऋणात्मक हो सकते हैं। संख्याएँ धनात्मक परिमेय होगा यदि और केवल यदि  $(+p/q)$  हो। ऋणात्मक परिमेय होगा यदि और केवल यदि  $-(p/q)$  हो।

**धनात्मक परिमेय:-**

- अंश और हर दोनों बराबर चिन्ह के हो। अर्थात्  $(-p/-q)$  या  $(+p/+q)$  हो, तो वह धनात्मक परिमेय होगा।
- धनात्मक परिमेय हमेशा शून्य से बड़ा होता है।
- जैसे;  $4/5$ ,  $5/6$ ,  $6/7$ ,  $2.1$ ,  $3.123$

**ऋणात्मक परिमेय :-**

- यदि अंश और हर दोनों एक दुसरे के विपरीत चिन्ह के हो। अर्थात्,  $-(p/q) = (-p)/q = p/(-q)$ , तो वह ऋणात्मक परिमेय होगा।
- ऋणात्मक परिमेय हमेशा शून्य से छोटा होता है।
- जैसे;  $4/-5$ ,  $-5/6$ ,  $6/-7$ ,  $-2.1$ ,  $-3.123$

**परिमेय संख्या के गुणधर्म :-**

चूंकि परिमेय संख्या वास्तविक संख्या का एक भाग है, इसलिए परिमेय संख्या वास्तविक संख्या प्रणाली के सभी गुणों का पालन करता है। इसके अलावा भी कुछ गुण हैं जो नीचे अंकित हैं।

- परिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर पूर्णांक की तरह ही निरूपित किया जा सकता है।
- यदि दो परिमेय संख्याओं को जोड़, घटाव, गुना या भाग किया जाए, तो हमेशा परिमेय संख्या ही प्राप्त होता है।
- परिमेय संख्या के अंश और हर में बराबर संख्या से गुना या भाग किया जाए, तो परिमेय संख्या ही प्राप्त होगा।
- परिमेय संख्याओं का योगफल और गुणनफल की संक्रियाएँ क्रमविनिमेय साहचर्य होती हैं।

**Q. दो परिमेय संख्याओं के बीच कितने परिमेय संख्या होते हैं?**

**Ans;** परिमेय संख्या ज्ञात करने का सूत्र  $(a + b)/2$  होता है। अर्थात्, दोनों संख्याओं का योग / भागा 2. इस तथ्य के अनुसार दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत संख्याएँ होती हैं।

**Q. क्या 2 परिमेय संख्या है?**

दशमलव प्रसार, असांत आवर्ती दशमलव प्रसार होगा।

यदि कोई ऐसी संख्या है जिसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है तो वह संख्या अपरिमेय संख्या कहलाती है।

### questions

1) लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बिना  $17/3125$  और  $77/210$  का दशमलव प्रसार लिखिए।

हल - यहाँ,  $17/3125 = 17/2^0 \times 5^5$

हर  $3125$ ,  $2^n \times 5^m$  के रूप का है, इसलिए,  $17/3125$  का दशमलव प्रसार सांत है।

अब  $77/210 = 77/2 \times 3 \times 5 \times 7$

हर  $210$ ,  $2^n \times 5^m$  के रूप का नहीं है, इसलिए,  $77/210$  का दशमलव प्रसार, असांत आवर्ती है। **ans.**

2) दशमलव प्रसार की सहायता से निर्धारित करें कि दी गई संख्याएँ, परिमेय संख्याएँ हैं या अपरिमेय संख्याएँ हैं।

i)  $123.1236289476.....$

ii)  $34.654321$

iii)  $0.324532453245.....$

हल - i)  $123.1236289476.....$

इस संख्या का दशमलव प्रसार, असांत अनावृत्ति है इसलिए यह संख्या एक अपरिमेय संख्या है।

ii)  $34.654321$

इस संख्या का दशमलव प्रसार सांत है इसलिए यह संख्या एक परिमेय संख्या है।

iii)  $0.324532453245.....$

इस संख्या का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती है अतः यह संख्या एक परिमेय संख्या है।

**परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएँ :-**

परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएँ, जैसे योग, घटाव, गुणा तथा भाग भिन्न संख्याओं पर संक्रियाओं के समान ही होती हैं।

$$1. \frac{5}{4} + \left(-\frac{11}{4}\right)$$

हल :

$$\text{दिया गया है, } \frac{5}{4} + \left(-\frac{11}{4}\right)$$

$$\text{ब्रैकेट हटाने पर, } \frac{5}{4} - \frac{11}{4}$$

अब परिमेय संख्याओं के योग या घटाव के लिए सर्वप्रथम दी गई परिमेय संख्याओं के हर का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) ज्ञात किया जाता है।

$$\frac{5-11}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \text{ ans.}$$

$$2. \frac{5}{3} + \frac{3}{5}$$

हल :

$$\text{दिया गया है, } \frac{5}{3} + \frac{3}{5}$$

अब दिये गये परिमेय संख्याओं के हर का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) =  $3 \times 5 = 15$

$$= \frac{5 \times 5 + 3 \times 3}{15} = \frac{34}{15}$$

चूँकि प्राप्त परिमेय संख्या के अंश तथा हर को 1 के अतिरिक्त कोई अन्य गुणक नहीं है

$$\text{अतः, } \frac{34}{15} \text{ उत्तर}$$

### Exercise

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है

(A) शून्य

(B) 1

(C) -1

(D) 2

उत्तर. - (B) 1

2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

(A) शून्य

(B) 1

(C) -1

(D) 2

उत्तर. - (A) शून्य

3. सभी धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्याओं को संयुक्त रूप से कहा जाता है

(A) प्राकृत संख्याएँ

(B) पूर्ण संख्याएँ

(C) पूर्णांक

(D) अपरिमेय संख्याएँ

उत्तर. - (C) पूर्णांक

4. पूर्ण संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होती ?

(A) योग के

(B) व्यवकलन के

(C) गुणन के

(D) (A) और (C) दोनों

उत्तर. - (B) व्यवकलन के

5. पूर्णांक किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होते हैं ?

(A) योग के

(B) व्यवकलन के

(C) गुणन के

(D) भाग के

उत्तर. - (D) भाग के

6. ऐसी संख्या क्या कहलाती है जिसे  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखा जा सकता हो, जहाँ  $p$  और  $q$  पूर्णांक हैं तथा  $q \neq 0$  है ?

(A) परिमेय संख्या

(B) पूर्ण संख्या

(C) अपरिमेय संख्या

(D) प्राकृत संख्या

उत्तर. - (A) परिमेय संख्या

7. यदि 5 और 8 पूर्णांक हों तो निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्णांक नहीं होगा ?

(A)  $5 + 8$

(B)  $5 - 8$

(C)  $5 \times 8$

(D)  $5 \div 8$

उत्तर. - (D)  $5 \div 8$

8. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होती हैं ?

(A) योग के

(B) भाग के

(C) व्यवकलन के

(D) गुणन के

उत्तर. - (B) भाग के

9. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत होती हैं ?

(A) योग के

(B) व्यवकलन के

(C) गुणन के

(D) (A), (B) व (C) तीनों

उत्तर. - (D) (A), (B) व (C) तीनों

(C) शून्य

(D) - 2

उत्तर. - (C) शून्य

44. 7 और 9 के बीच में कितनी परिमेय संख्याएँ होंगी?

(A) केवल दो

(B) केवल एक

(C) परिमित

(D) अपरिमित

उत्तर. - (D) अपरिमित

45.  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{2}$  के मध्य की परिमेय संख्या होगी -

(A)  $\frac{3}{8}$

(B)  $\frac{3}{2}$

(C)  $\frac{8}{3}$

(D)  $\frac{8}{4}$

उत्तर. - (A)  $\frac{3}{8}$

46. यदि  $\alpha$  और  $b$  कोई दो परिमेय संख्याएँ हों तो  $\alpha$  और  $b$  के मध्य की परिमेय संख्या होगी -

(A)  $\frac{a - b}{2}$

(B)  $\frac{ab}{2}$

(C)  $\frac{a + b}{2}$

(D)  $\frac{a \div b}{2}$

उत्तर. - (C)  $\frac{a + b}{2}$

47. - 2 से बड़ी परिमेय संख्या कौन-सी है?

(A) - 3

(B) - 1

(C) - 4

(D) - 5

उत्तर. - (B) - 1

48. - 2 और 2 के बीच कितने पूर्णांक होते हैं ?

(A) एक

(B) दो

(C) चार

(D) तीन

उत्तर. - (D) तीन

50. 2 से छोटी परिमेय संख्या है -

(A)  $\frac{8}{2}$

(B)  $\frac{8}{3}$

(C)  $\frac{8}{4}$

(D)  $\frac{8}{8}$

उत्तर. - (D)

टिप्पणी

किसी संख्या का योगात्मक प्रतिलोम = - संख्या  
 (चिह्न परिवर्तन) किसी संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम = 1 संख्या गुणात्मक तत्समक का मान 1 होता है। संख्या 1 न तो भाव्य संख्या है न अभाव्य संख्या

1 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-25

1 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-15

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या-9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-6

50 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-10

अंक 0 से 9 तक होते हैं अतः अंको की संख्या 10 होती है।

संख्या 1 से शुरू होती है। संख्या अनंत होती है।

एक अंकीय संख्या 9 होती है।

दो अंकीय संख्या 90 होती है।

तीन अंकीय संख्या 900 होती है।

चार अंकीय संख्या 9000 होती है।

इसी प्रकार ... 1 से 100 तक की संख्याओं में शून्य के अंक 11 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में एक के अंक 21 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से 9 तक प्रत्येक अंक 20 बार आते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंक 192 होते हैं।

विषम संख्याओं का वर्ग सदैव विषम और सम संख्याओं का वर्ग सदैव सम होता है।

परिमेय  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखी जाने वाली (पर  $q$  शून्य न हो)  $\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{22}{7}$ , आदि। अपरिमेय - जिन्हे  $P/q$  के रूप में नहीं लिखा जा सकता।  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$  इत्यादि।

( $\pi$  का मान  $\frac{22}{7}$  परिमेय है)

- सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।

- दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती।

- प्राकृतिक - 1 से होकर अनंत तक होती।

1,2,3,..... $\infty$

- पूर्ण संख्याएँ - प्राकृतिक संख्याओं में 0 शून्य शामिल करने पर

0,1,2,3,..... $\infty$

- सम संख्याएँ (Even No.) जो 2 से कट जाए

2,4,6,8,..... $\infty$

- विषम (Odd No) जो 2 से न कटे

1,3,5,..... $\infty$

भाज्य (Composite) जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य से कट जाए।

6,8,9,10,12 ये सभी भाज्य हैं। (कम से कम 3 संख्याएँ से कटे)

अभाज्य (Prime) जो स्वयं तथा 1 के अलावा अन्य से न कटें।

2,3,5,7,11,.....आदि।

सबसे छोटी अभाज्य - 2 (1 न तो भाज्य है न अभाज्य)

**पूर्णांक को भिन्न में बदलना :-** किसी पूर्णांक संख्या को मनचाहे हर वाली भिन्न में बदला जा सकता है।

जैसे यदि हम 23 को ऐसी भिन्न में बदलना चाहते हैं, जिसका हर 12 हो तो 23 को  $\frac{23}{1}$  लिखकर अंश एवं हर में 12 से गुणा करेंगे।

$$23 = \frac{23 \times 12}{12} = \frac{276}{12}$$

**दशमलव भिन्न** - ऐसी भिन्नात्मक संख्याएँ जिनके हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्न कहलाती हैं।

जैसे -  $\frac{17}{10} = 1.7$ ,  $\frac{23}{100} = 0.23$ ,  $\frac{7}{1000} = 0.007$

- भिन्न = अंश/हर , जहाँ अंश तथा हर प्राकृत संख्या हैं ।

**भिन्न के प्रकार :-**

❖ **उचित (सम) भिन्न (Proper Fraction) :**

अंश < हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से कम हो उसे सम या उचित भिन्न कहते हैं, इसका मान हमेशा 1 से कम होता है ।

जैसे -  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{23}{27}$ ,  $\frac{17}{51}$

❖ **अनुचित (विषम) भिन्न (Improper Fraction) :** अंश > हर

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा या बराबर हो, उसे विषम या अनुचित भिन्न कहते हैं ।

जैसे -  $\frac{23}{15}$ ,  $\frac{18}{9}$ ,  $\frac{29}{29}$

❖ **मिश्र भिन्न (Mixed Fraction) :** जिसमें पूर्णांक व भिन्न दोनों भाग हो ।

भिन्न जो एक पूर्णांक और एक उचित भिन्न से मिलकर बनी हो मिश्र भिन्न कहलाती है ।

जैसे -  $2\frac{3}{5}$ ,  $21\frac{5}{23}$ ,  $109\frac{3}{7}$

❖ **याँगिक भिन्न (Compound fraction):-**

किसी भिन्न का भिन्न, याँगिक भिन्न कहलाती है।

जैसे -  $\left(\frac{3}{8} \text{ का } \frac{1}{4}\right)$

❖ **लंगड़ा भिन्न -** लंगड़े भिन्न को हल करने के लिए सबसे नीचे वाले भाग से प्रारंभ करके ऊपर की तरफ हल करते हुए आना होता है ।

जैसे -  $2 + \frac{1}{2 - \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{12+1}{4}}}$   
 $\Rightarrow 2 + \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{13}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2 - \frac{4}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{26-4}{13}}$   
 $\Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{22}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{13}{22} \Rightarrow \frac{44+13}{22} \Rightarrow \frac{57}{22}$   
 $2\frac{13}{22}$

**अनुचित भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना -**

$$\frac{\text{अंश}}{\text{हर}} \Rightarrow \frac{\text{भागफल}}{\text{हर}} = \frac{(\text{भागफल} \times \text{हर}) + \text{शेषफल}}{\text{हर}} = \frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$$

**भिन्नों को जोड़ना/घटाना -**

- समान हर की स्थिति में भिन्नों का जोड़/बाकी =  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
- असमान हर की स्थिति में LCM लेकर हल करते हैं ।
- मिश्र भिन्न की स्थिति में पूर्णाकों तथा भिन्नों का आपस में जोड़/बाकी द्वारा सरल कर सकते हैं।

**भिन्नों का गुणनफल -**

- दी गई भिन्नों में अंश को अंश से तथा हर को हर से गुणा करते हैं । पूर्णांक दिए होने पर उसे भिन्न में बदलकर गुणा करते हैं ।

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$$

**भिन्नों का भाग -**

- दो भिन्नों के भागफल में भाग का चिन्ह गुणा में बदल देते हैं तथा आगे वाली भिन्न को उलट कर भिन्नों का गुणनफल करते हैं ।

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

- भिन्नों का LCM = अंशों का ल.स./हरों का म.स.
- भिन्नों का HCF = अंशों का म.स./हरों का म.स.

**दशमलव भिन्न -**

- ऐसी भिन्न जिन्के हर 10, 100, 1000 ... हो ।
- यदि किसी भिन्न के हर में 10, 100, 1000 ... आदि हो तो उसके हर में जितने शून्य हों, अंश में दाईं ओर से उतने ही अंक गिनकर, दशमलव लगा देते हैं और हर हटा देते हैं ।

**साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना -**

साधारण भिन्न से दशमलव भिन्न बनाने के लिए भिन्न

के अंश में हर का भाग तब तक देते हैं जब तक भाग पूरा-पूरा न चला जाए | अर्थात् शेषफल शून्य बचे |

$$\text{उदाहरण :- } \frac{2}{5} = 0.4, \frac{14}{25} = 0.56$$

**दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना-** दी गई दशमलव भिन्न को अंश में लिखें तथा हर में दशमलव बिंदु के नीचे | के साथ उतनी ही शून्य लगाये जितने दशमलव बिंदु के बाद अंक हैं | अब दशमलव बिंदु को हटाकर प्राप्त संख्या को सरलतम रूप में लिखें |

$$\text{उदाहरण :- } 0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$6.16 = \frac{616}{100} = \frac{154}{25}$$

**नोट :** दशमलव भिन्न के दायीं ओर अंत में चाहे जितने शून्य डाल दें, उसके मान में कोई फर्क नहीं आता |

$$\text{जैसे :- } 0.9 = 0.90 = 0.9000$$

# यदि किसी भिन्न के अंश एवं हर दोनों में दशमलव स्थानों की संख्या समान हो तो दशमलव बिंदु को हटाया जा सकता है |

$$\text{जैसे- } \frac{0.465}{4.752} = \frac{0465}{4752} = \frac{465}{4752}$$

$$\frac{5.36985}{47.25852} = \frac{536985}{4725852}$$

**नोट:-** किसी पूर्णांक संख्या को भी दशमलव के रूप में व्यक्त किया जा सकता है | इसके लिए पूर्णांक के बाद एक दशमलव बिंदु डालकर मनचाही शून्य लगा सकते हैं | जैसे  $56 = 56.0 = 56.0000$

# यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर में दशमलव स्थानों की संख्या समान न हो तो उस संख्या के

दाईं ओर शून्य लगाकर दशमलव के बाद वाले अंकों को समान बनाकर दशमलव हटा देते हैं |

$$\text{उदाहरण - } \frac{2.4}{5.64} = \frac{2.40}{5.64} = \frac{240}{564} = \frac{60}{141} = \frac{20}{47}$$

$$\frac{5.743}{6.1} = \frac{5.743}{6.100} = \frac{5743}{6100}$$

**भिन्नों की तुलना -** भिन्नों की तुलना करने के लिए भाग विधि या लघुत्तम विधि या गुणनविधि का प्रयोग करते हैं |

$$\text{उदाहरण - } \frac{2}{5}, \frac{5}{7} \text{ में से बड़ी कौनसी है ?}$$

**भागविधि-** इस विधि के अनुसार प्रत्येक भिन्न के अंश को उसके हर से भाग देते हैं, जिसका भागफल बड़ा होता है वही भिन्न बड़ी और जिसका भागफल छोटा होता है वह भिन्न छोटी होती है |

$$\frac{2}{5} = 0.4, \frac{5}{7} = 0.71$$

$$\text{स्पष्टतया } 0.71 > 0.4$$

$$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$$

$$\text{लघुत्तम विधि - } \frac{2}{5}, \frac{5}{7}$$

$$\frac{14, 25}{35} \quad \therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$$

**गुणनविधि -** वक्रगुणन विधि :- भिन्नो  $\frac{a}{b}$  तथा  $\frac{c}{d}$  में यदि  $ad > bc$  हो तो भिन्न  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  और यदि  $ad < bc$  हो तो भिन्न  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  होगी |

$$\frac{2}{5}, \frac{5}{7}$$

$$2 \times 7, 5 \times 5$$

$$14, 25$$

$$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$$

**प्रतिशत को भिन्न में बदलना :-** किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए प्रतिशत का चिन्ह (%) हटाकर प्राप्त संख्या को 100 से भाग देते हैं |

- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab} = a + b$
- $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab} = \frac{1}{a+b}$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab} = a - b$
- $\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab} = \frac{1}{a-b}$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(ab^2 + ac^2 + ba^2 + bc^2 + ca^2 + cb^2 + 2abc)$
- $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$
- $(a + b)^4 = a^4 + b^4 + 4a^3b + 4ab^3 + 6a^2b^2$
- $(a - b)^4 = a^4 + b^4 - 4a^3b - 4ab^3 + 6a^2b^2$

## अध्याय - 6

### दो चरों वाले रैखिक समीकरण

- दो व्यंजकों के बीच “=” बराबर का चिह्न लगाकर उनकी समानता व्यक्त की जाये तो वह समीकरण कहलाता है। “बराबर” के चिह्न के एक तरफ बायां पक्ष तथा दूसरी तरफ दायां पक्ष होता है।
- समीकरण के दोनों पक्षों में समान (अशून्य) राशि जोड़ने, घटाने, गुणा अथवा भाग करने पर समीकरण के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है। समीकरण की तुलना तराजू से की जाती है।
- समीकरण में एक पक्ष से दूसरी तरफ राशि ले जाना पक्षांतरण कहलाता है। इसमें दूसरी तरफ ले जाने पर राशि का चिह्न बदल जाता है। "
- समीकरण में किसी पक्ष में दो राशियाँ गुणन/भाग के रूप में हो तथा दूसरी तरफ उनका भाग/गुणन करना वज्र गुणन कहलाता है।
- समीकरण को हल करने पर अज्ञात राशि का मान दी गई समीकरण को संतुष्ट करता है।
- **सरल समीकरण**- यदि समीकरण में केवल एक चर राशि हो और केवल प्रथम घात की हो।
- **युगपत समीकरण** - दो चरों वाले तथा प्रथम घात के समीकरणों का युग्म  
 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ;  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
- **हल विधि**- विलोपन विधि, एक चर राशि के गुणांक समान कर उसका विलोपन करते हैं तथा दूसरे चर का मान ज्ञात कर किसी एक समीकरण की सहायता से पुनः विलोपित चर का मान ज्ञात करते हैं।
- **वज्रगुणन विधि**-

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{a_2c_1 - a_1c_2} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

# दो चर वाले एक घातीय समीकरण :-

$$ax + by + c = 0$$

जहाँ  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं ( $a, b \neq 0$ ) यहाँ दो चर  $x$  व  $y$  हैं

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \text{व} \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

जहाँ  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  वास्तविक संख्याएँ हैं!

$$a_1^2 + b_1^2 \neq 0 \quad \text{व} \quad a_2^2 + b_2^2 \neq 0$$

**# दो चरों वाले रैखिक समीकरण को हल करना :-**

समीकरण, जिसको  $ax + by + c = 0$  के रूप में रखा जा सकता या निरूपित किया जा सकता है, जहाँ  $a, b$  तथा  $c$  वास्तविक संख्याएँ हैं तथा  $a$  एवं  $b$  दोनों शून्य नहीं हैं, ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ), दो चरों  $x$  और  $y$  में एक रैखिक समीकरण (LINEAR EQUATION IN TWO VARIABLES) कहलाता है।

**उदाहरण:**

$$2x + 3y - 5 = 0$$

यहाँ,  $a=2, b=3$  तथा  $c=-5$  जो कि वास्तविक संख्याएँ हैं।

$$\text{तथा } 2^2 + 3^2 \neq 0$$

उपरोक्त समीकरण ( $2x+3y-5=0$ ) का हल

मान लिया कि  $x=1$  तथा  $y=1$  को रैखिक समीकरण ( $2x+3y-5=0$ ) में रखने पर

अतः,

$$2 \times 1 + 3 \times 1 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 3 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

अर्थात् बायाँ पक्ष (LHS) = दायाँ पक्ष (RHS).

अतः  $x=1$  तथा  $y=1$  दिये गये रैखिक समीकरण का हल है।

**व्यामितीय दृष्टि से रैखिक समीकरण का अर्थ (Geometrically meaning of Linear Equation)**

समीकरण का प्रत्येक हल उसको निरूपित करने वाली रेखा पर स्थित एक बिन्दु होता है।

यह किसी भी रैखिक समीकरण के लिए सत्य है, अर्थात् दो चरों वाले रैखिक समीकरण  $ax + by + c = 0$  का प्रत्येक हल  $(x, y)$  इस समीकरण को निरूपित करने वाली रेखा के एक बिन्दु के संगत होता है और विलोमतः भी ऐसा होता है।

**दो चरों में रैखिक समीकरणों का एक युग्म (या रैखिक समीकरण युग्म)**

दो चरों  $x$  और  $y$  में समीकरणों को दो चरों में रैखिक समीकरणों का एक युग्म कहते हैं।

दो चरों  $x$  और  $y$  में रैखिक समीकरणों के युग्म का व्यापक रूप है

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$\text{तथा } a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

जहाँ  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  सभी वास्तविक संख्याएँ हैं और

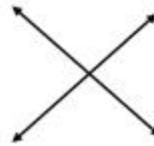
$$a_1^2 + b_1^2 \neq 0, \quad a_2^2 + b_2^2 \neq 0$$

**उदाहरण :**

$$2x + 3y - 7 = 0 \quad \text{तथा} \quad 9x - 2y + 8 = 0$$

यदि एक तल में दो रेखाएँ हैं, तो निम्न से से केवल एक ही संभावना हो सकती है :

(i) दोनों रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।



(ii) दोनों रेखाएँ प्रतिच्छेद नहीं करती हैं, अर्थात् वे समांतर हैं।



(iii) दोनों रेखाएँ संपाती हैं।



$$4x + 2y = 300$$

$$\Rightarrow x = \frac{300 - 2y}{4} \text{ --- (iv)}$$

दिये गये समीकरण (ii) के हल का टेबल

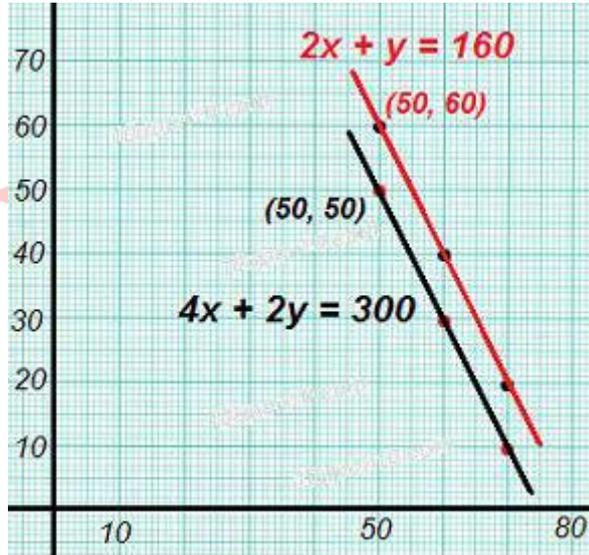
x	50	60	70
y	50	30	10

अतः दी गई स्थिति का बीजगणितीय रूपण

$$2x + y = 160 \text{ and}$$

$$4x + 2y = 300 \text{ or } 2x + y = 150$$

दी गई स्थिति का ज्यामितीय निरूपण



**रैखिक समीकरण युग्म का ग्राफीय विधि से हल**

रैखिक समीकरण युग्म के प्रकार (Types Pair of Linear Equations)

(i) रैखिक समीकरणों का संगत युग्म  
(Consistent pair of Linear Equations)

(ii) रैखिक समीकरणों का असंगत युग्म  
(Inconsistent pair of Linear Equations)

(iii) रैखिक समीकरणों का आश्रित युग्म  
(Dependent pair of Linear Equations)

(i) रैखिक समीकरणों का संगत युग्म :-

एक रैखिक समीकरण युग्म, जिसका हल अद्वितीय, अर्थात् केवल एक ही हल होता है, रैखिक समीकरणों का संगत युग्म (CONSISTENT PAIR OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES) कहलाता है।

रैखिक समीकरणों के संगत युग्म के ज्यामितीय प्रतिरूपण करने पर ग्राफ की रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं। इस स्थिति में, समीकरण युग्म का अद्वितीय हल होता है। ऐसे समीकरण युग्म को अविरोधी समीकरण युग्म भी कहते हैं।

उदाहरण :

$$x - 2y = 0 \text{ और } 3x + 4y = 0$$

इस समीकरण युग्म का एक और केवल एक ही हल (4, 2) है।

यहाँ,  $a_1=1$ ,  $a_2=3$ ,  $b_1 = -2$  तथा  $b_2 = -20$

[ $a_1, a_2, b_1$  and  $b_2$  समीकरण के गुणांक हैं।]

इस स्थिति में,  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\text{i.e. } \frac{1}{3} \neq \frac{-2}{-20}$$

(ii) रैखिक समीकरणों का असंगत युग्म :-

वैसे रैखिक समीकरण युग्म, जिनका कोई हल नहीं होता है, रैखिक समीकरणों का असंगत युग्म (INCONSISTENT PAIR OF LINEAR EQUATIONS) कहलाता है।

रैखिक समीकरणों के असंगत युग्म के ज्यामितीय निरूपण में ग्राफ की रेखाएँ समांतर हो सकती हैं। इस स्थिति में समीकरण का कोई हल नहीं होता है।

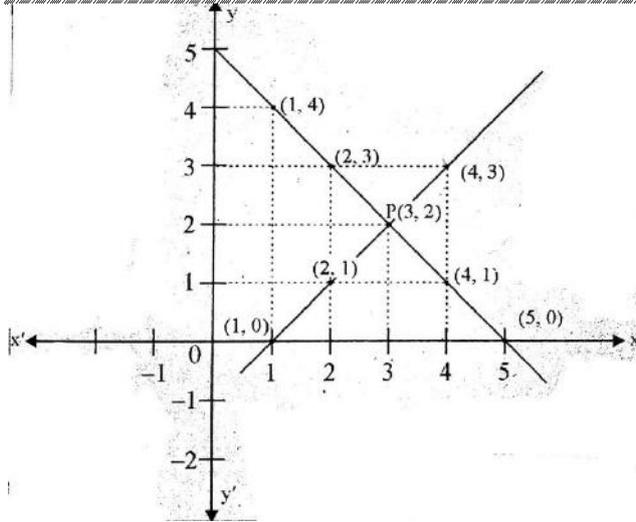
उदाहरण :

$$x + 2y - 4 = 0 \text{ तथा}$$

$$2x + 4y - 12 = 0$$

रैखिक समीकरणों के इस युग्म का कोई हल नहीं है।

इस दिये गये रैखिक समीकरणों के व्यापक रूप



### अभ्यास प्रश्न

**Q.1** संख्या  $n$  को दुगुना कर उसमें  $y$  जोड़ा जाता है। इस परिणाम को 2 से भाग करके फिर उसमें वास्तविक संख्या  $n$  को घटाया जाता है। अंतिम परिणाम है-

हल  $\rightarrow$  प्रथम चरण =  $2n + y$

द्वितीय चरण =  $\frac{2n+y}{2}$

अब प्रश्नानुसार,  $\frac{2n+y}{2} - n = \frac{2n+y-2n}{2} = \frac{y}{2}$

**Q.2** रानी, जो इस समय  $y$  वर्ष की है, वह हमीद से  $x$  वर्ष बड़ी है। पंद्रह वर्ष पूर्व, हमीद की आयु रानी की आयु की  $\frac{1}{4}$  थी। निम्न में से कौन सा सत्य है?

हल  $\rightarrow$  रानी की आयु =  $y$

हमीद की आयु =  $y - x$

प्रश्नानुसार,  $y - x - 15 = \frac{1}{4}(y - 15)$

$\Rightarrow 4(y - x - 15) = y - 15$

$\Rightarrow 4y - 4x - 60 = y - 15$

$\Rightarrow 4y - 4x - y = -15 + 60$

$\Rightarrow 3y - 4x = 45$

**Q.3**  $K$  का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण  $x - Ky = 2$ ,  $3x + 2y = 5$  का अद्वितीय हल हो -

हल  $\rightarrow x - Ky = 2 \Rightarrow a_1 = 1, b_1 = -K, c_1 = -2$

$3x + 2y = 5 \Rightarrow a_2 = 3, b_2 = 2, c_2 = -5$

अद्वितीय हल के लिए  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{-K}{2} \Rightarrow K \neq \frac{-2}{3}$

**Q.4** यदि  $\frac{3x-2}{3} + \frac{2x+3}{2} = x + \frac{7}{6}$  है, तो  $\frac{5x-2}{4}$  का मान क्या होगा ?

हल  $\rightarrow \frac{3x-2}{3} + \frac{2x+3}{2} = x + \frac{7}{6}$

$\Rightarrow \frac{2(3x-2)+3(2x+3)}{6} = \frac{6x+7}{6}$

$\Rightarrow 6x - 4 + 6x + 9 = 6x + 7$

$\Rightarrow 12x + 5 = 6x + 7 \Rightarrow 12x - 6x = 7 - 5$

$\Rightarrow 6x = 2$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$

अब  $x$  का मान  $\frac{5x-2}{4}$  में रख देंगे

$\therefore \frac{5x-2}{4} = \frac{5(\frac{1}{3})-2}{4} = \frac{\frac{5}{3}-2}{4}$

$\Rightarrow \frac{5-6}{4} = \frac{-1}{4} = \frac{-1}{12}$

**Q.5** यदि  $3^{2x+1} - 3^x = 3^{x+3} - 3^2$  हो तब  $x$  के मान हैं-

हल  $\rightarrow 3^{2x+1} - 3^x = 3^{x+3} - 3^2$

$\Rightarrow 3^{2x} \cdot 3 - 3^x = 3^x \cdot 3^3 - 3^2$

माना  $3^x = y$

$\Rightarrow 3y^2 - y = 27y - 9$

$\Rightarrow 3y^2 - 27y - y + 9 = 0$

$\Rightarrow 3y(y - 9) - 1(y - 9) = 0$

$\Rightarrow (3y - 1)(y - 9) = 0$

नोट - प्रिय उम्मीदवारों, यहाँ हमने केवल SAMPLE ही दिया है, पूरा टॉपिक नहीं दिया है / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल कीजिए या लिंक पर क्लिक करें / दोस्तों, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी “राजस्थान 3<sup>rd</sup> Grade Level - 2 (REET मुख्य परीक्षा)” में पूर्ण संभव मदद करेंगे और आप “INFUSION NOTES” के साथ इस परीक्षा में जरूर सफल होंगे, धन्यवाद /

**संपर्क करें - 8233195718, 8504091672, 9694804063, 9887809083,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
REET (लेवल -1, 2)	2021	98 (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)

<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

**& Many More Exams like REET, UPSC, SSC Etc.**

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

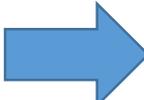
**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

whatsapp-<https://wa.link/hx3rcz2> website-<https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes>

संपर्क करें- 9887809083, 8233195718, 9694804063, 8504091672

<b>ONLINE ORDER के लिए OFFICIAL WEBSITE</b>	Website- <a href="https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes">https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes</a>
<b>PHONE NUMBER</b>	<a href="tel:+918504091672">+918504091672</a> <b>9887809083</b> <a href="tel:+918233195718">+918233195718</a> <a href="tel:+919694804063">9694804063</a>
<b>TELEGRAM CHANNEL</b>	<a href="https://t.me/infusion_notes">https://t.me/infusion_notes</a>
<b>FACEBOOK PAGE</b>	<a href="https://www.facebook.com/infusion.notes">https://www.facebook.com/infusion.notes</a>
<b>WHATSAPP करें</b> 	<a href="https://wa.link/hx3rcz">https://wa.link/hx3rcz</a>

## अध्याय - 7

### द्विघात समीकरण

दो घात की बहुपदीय समीकरण को द्विघात समीकरण कहते हैं! व्यापक रूप से इसे व्यक्त निम्न प्रकार से कर सकते हैं  $-ax^2 + bx + c = 0$  जहाँ  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ होंगी तथा  $a \neq 0$ .

#### द्विघात समीकरण के मूल (Roots of quadradration equatiओं) :

द्विघात समीकरण के अभाव्य गुणनखण्ड के मान जो उस द्विघात समीकरण में रखने पर मान को शून्य कर दें !

**द्विघात समीकरण (Quadratic equation) :-** भारतीय गणितज्ञ श्रीधराचार्य (750 AD) ने द्विघात समीकरण (व्यापक रूप) का सामान्य हल निम्नलिखित प्रकार से ज्ञात किया था !

द्विघात समीकरण का व्यापक रूप है  $ax^2 + bx + c = 0$  या  $4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$  [  $4a$  से गुणा करने पर ] या  $4a^2x^2 + 4abx = -4ac$  [ दोनों तरफ  $b^2$  जोड़ने पर ]

$$\text{या } (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\text{या } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

अतः द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ तथा } \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ होंगे !}$$

**द्विघात समीकरण के हल :**  $ax^2 + bx + c = 0$  को हल करते समय निम्न ध्यान रखें -

(i)  $ax^2 \times c$  का मान  $bx$  के गुणनखण्डों के गुणा के बराबर होना चाहिए !

उदाहरण -

$$(1) \quad x^2 + 16x + 55 = 0$$

$$x^2 \times 55 = 11x \times 5x = 55x^2$$

$$(2) \quad x^2 + 7x - 120 = 0$$

$$= x^2 \times (-120) = 15x \times (-8x)$$

$$= -120x^2$$

(ii)  $bx$  के गुणनखण्ड का योग व घटाव करने के पश्चात  $bx$  प्राप्त होना चाहिए !

उदाहरण -

$$(1) \quad x^2 + \frac{16x}{bx} + 55 = 0$$

$$16x = \frac{11x + 5x}{bx \text{ के गुणनखण्ड}} = 16x$$

$$(2) \quad x^2 + \frac{2x}{4x - 2x} + 8 = 0$$

$$= \frac{bx}{bx \text{ के गुणनखण्ड}} = 2x$$

उदाहरण :

$$(1) \quad 5x^2 + 16x + 12 = 0$$

$$= 5x^2 + 10x + 6x + 12 = 0$$

$$= 5x(x + 2) + 6(x + 2) = 0$$

$$= (x + 2)(5x + 6) = 0$$

$$= x + 2 = 0 \text{ या } x = -2$$

$$= 5x + 6 = 0$$

$$\text{या } 5x = -6 \text{ या } x = \frac{-6}{5}$$

इस समीकरण के शून्यांक या मूल  $-2$  व  $\frac{-6}{5}$  हैं ! इसका मान समीकरण में रखने पर समीकरण का मान शून्य प्राप्त होता है !

**short ट्रिक -**

5 और 12 को आपस में गुणा करेंगे तो 60 मिलेगा फिर 16 और 60 को इस प्रकार से दो समान संख्या में तोड़ना है की उन्हें जोड़ने पर 16 मिले पर गुणा करने पर 60 प्राप्त हो ।

$$5x^2 + 16x + 12 = 0$$

$$5 \times 12 \quad 16$$

इसे हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं ।

$$\Rightarrow (x - 3\sqrt{2})(x - 10\sqrt{2}) = 0$$

$$x = 3\sqrt{2}, 10\sqrt{2}$$

11.  $y^2 + 3\sqrt{5}y - 20 = 0$

$$\Rightarrow y^2 + 4\sqrt{5}y - \sqrt{5}y - 20 = 0$$

$$\Rightarrow y(y + 4\sqrt{5}) - \sqrt{5}(y + 4\sqrt{5}) = 0$$

$$\Rightarrow (y - \sqrt{5})(y + 4\sqrt{5}) = 0$$

$$\Rightarrow y = -4\sqrt{5}, \sqrt{5}$$

**Question 6**

1.  $25x^2 - 90x + 72 = 0$

11.  $y^2 + 26y + 168 = 0$

(A) if  $x > y$

(B) if  $x \leq y$

(C) if  $x \geq y$

(D) if  $x < y$

(E) if  $x = y$  or  $x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं

Correct Option: A

1.  $25x^2 - 90x + 72 = 0$

$$\Rightarrow (5x - 6)(5y - 12) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{5}, \frac{12}{5}$$

11.  $y^2 + 26y + 168 = 0$

$$\Rightarrow (y + 12)(y + 14) = 0$$

$$\Rightarrow y = -12, -14$$

Hence,  $x > y$

Hence, option A is correct.

**Question 7**

1.  $20x^2 - 108x + 144 = 0$

11.  $8y^2 + 18y + 4 = 0$

(A) if  $x > y$

(B) if  $x \leq y$

(C) if  $x \geq y$

(D) if  $x < y$

(E) if  $x = y$  or  $x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं

Correct Option: A

1.  $20x^2 - 108x + 144 = 0$

$$\Rightarrow 4(5x^2 - 27x + 36) = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 27x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (5x - 12)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{5}, 3$$

11.  $8y^2 + 18y + 4 = 0$

$$\Rightarrow (8y + 2)(y + 2) = 0$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}, -2$$

Hence,  $x > y$

Hence, option A is correct.

**Question 8**

1.  $3x^2 - 8x - 16 = 0$

1.  $5x^2 - 6x - 63 = 0$

11.  $4y^2 + y - 39 = 0$

(A) if  $x > y$

(B) if  $x < y$

(C) if  $x \geq y$

(D) if  $x \leq y$

(E) if  $x = y$  or  $x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं

ans : E

1.  $5x^2 - 6x - 63 = 0$

$\therefore 5x^2 + 15x - 21x - 63 = 0$

$\therefore (5x - 21)(x + 3) = 0$

$\therefore x = -3$  or  $x = 21/5$

11.  $4y^2 + y - 39 = 0$

$\therefore 4y^2 - 12y + 13y - 39 = 0$

$\therefore (4y + 13)(y - 3) = 0$

$\therefore y = 3$  or  $y = -13/4$

**Question 19**

1.  $x^2 - 14x + 48 = 0$

11.  $y^2 - 23y + 90 = 0$

(A) if  $x > y$

(B) if  $x < y$

(C) if  $x \geq y$

(D) if  $x \leq y$

(E) if  $x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं

ans : E

1.  $x^2 - 14x + 48 = 0$

$\therefore x^2 - 6x - 8x + 48 = 0$

$\therefore (x - 6)(x - 8) = 0$

$\therefore x = 6$  or  $x = 8$

11.  $y^2 - 23y + 90 = 0$

$\therefore y^2 - 18y - 5y + 90 = 0$

$\therefore (y - 18)(y - 5) = 0$

$\therefore y = 18$  or  $y = 5$

When  $y = 18, y > x$

When  $y = 5, y < x$

$\therefore x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं  
अतः विकल्प E सत्य है।

**Question 20**

1.  $x^2 - 24x + 135 = -8$

11.  $y^2 + 17y - 31 = 7$

(A) if  $x > y$

(B) if  $x < y$

(C) if  $x \geq y$

(D) if  $x \leq y$

(E) if  $x$  तथा  $y$  के बीच में कोई सम्बन्ध नहीं

ans : A

1.  $x^2 - 24x + 135 = -8$

$\therefore x^2 - 24x + 143 = 0$

$\therefore x^2 - 11x - 13x + 143 = 0$

$\therefore (x - 13)(x - 11) = 0$

$\therefore x = 13$  or  $x = 11$

## अध्याय - 13

### अनुपात-समानुपात

#### (Ratio and Proportion)

(1) मिश्रित अनुपात :- दो या दो से अधिक अनुपातों के प्रथम पदों का गुणनफल और द्वितीय पदों के गुणनफल में जो अनुपात होगा, उसे मिश्रित अनुपात कहते हैं !

$$\text{जैसे - } 2 : 3, 1 : 4, 3 : 2$$

$$(2 \times 1 \times 3) : (3 \times 4 \times 2)$$

$$6 : 24$$

$$1 : 4$$

(2) वर्गानुपात :- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के वर्गों से बना अनुपात वर्गानुपात होता है ! जैसे -

$$a : b = a^2 : b^2$$

$$4 : 5 = 16 : 25$$

(3) आधारानुपात - किसी अनुपात के प्रत्येक वर्गमूलों में जो अनुपात होता है उसे आधारानुपात कहते हैं जैसे -

$$64 : 121 = a : b$$

$$8 : 11 = \sqrt{a} : \sqrt{b}$$

(4) तिहरा अनुपात = किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनों से बना (cube) अनुपात तिहरा अनुपात कहलाता है ! जैसे  $2 : 3 = a : b$

$$8 : 27 = a^3 : b^3$$

तिहाई अनुपात :- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनमूलों से बना अनुपात तिहाई अनुपात है ! जैसे

$$64 : 125 \quad a : b$$

$$4 : 5 \quad \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b}$$

समानुपात :- यदि दो अनुपात परस्पर बराबर हो तो उनके चारों पद समानुपाती कहलाते हैं जैसे -

$$a : b :: c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

समानुपात की शर्त -

मध्य पदों का गुणनफल = बाह्य पदों का गुणनफल

$$bc = ad$$

नियमित अनुपात (Regular Ratio) :-

$$a : b = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$a : b : c$       **2 Method**

$$2 : 3 \quad a : b : c$$

$$4 : 5$$

$$2 : 3 : 3$$

$$8 : 12 : 15$$

$$4 : 4 : 5$$

$$8 : 12 : 15$$

अनियमित अनुपात (Irregular Ratio) :-

$$a : c = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$$a : b : c$$

$$2 \times 5 : 4 \times 3 : 5 \times 3$$

$$10 : 12 : 15$$

# समान संख्याओं का अनुपात हमेशा बराबर होता है !

$$a : b = 2 : 3$$

$$a : b : c = ?$$

$$b : c = 3 : 4$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 4$$

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 1 : 4$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 12$$

$$a : b = 2 : 3$$

$$a : b : c : d = ?$$

$$?$$

$$b : c = 1 : 4$$

$$c : d = 5 : 2$$

$$a : b : c : d = 10 : 15 : 60 : 24$$

**Type - 1 साधारण प्रश्न :-**

(1) यदि  $a : b = 2 : 3$  और  $b : c = 4 : 5$  तो  $a : b : c$  ज्ञात करें

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = 8 : 12 : 15$$

(2) यदि  $a : b = 2 : 3$ ,  $b : c = 4 : 1$  तथा  $c : d = 2 : 5$  तो  $a : b : c : d$  ज्ञात करें!

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 1$$

$$c : d = 2 : 5$$

$$a : b : c : d = 16 : 24 : 6 : 15$$

(3) A और B का अनुपात  $2 : 3$  है तथा B और C का अनुपात  $4 : 5$  है! तो  $A^2 : B^2 : AC$  का मान क्या होगा?

$$A : B = 2 : 3$$

$$B : C = 4 : 5$$

$$A : B : C = 8 : 12 : 15$$

$$A^2 : B^2 : AC$$

$$64 : 144 : 120$$

$$8 : 18 : 15$$

(4) यदि  $a : b = 2 : 5$ ,  $b : c = 4 : 3$

तथा  $c : d = 2 : 5$  तो  $a : d$  ज्ञात करें!

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{16}{75}$$

**Type - 2 संख्याओं पर आधारित प्रश्न :-**

(1) तीन संख्याओं का योग 116 है! दूसरी संख्या और तीसरी संख्या  $9 : 16$  के अनुपात

में हैं, जबकि पहली संख्या और तीसरी संख्या  $1 : 4$  के अनुपात में हैं!  $x$  ज्ञात करें?

$$b : c = 9 : 16$$

$$a : c = 1 \times 4 : 4 \times 4$$

$$a : b : c = 4 : 9 : 16$$

$$36$$

तीन संख्याओं का योग = 116

$$a + b + c = 116$$

$$4x + 9x + 16x = 116$$

$$29x = 116$$

$$x = 4$$

दूसरी संख्या यानि  $b = 9x = 9 \times 4 = 36$   
ans.

(2) दो संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल के अनुपात क्रमशः  $11 : 1 : 90$  है! इन संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात करें?

$$a + b : a - b : a \times b \quad a + b = 11k$$

$$11k : 1k : 90k \quad a - b = k$$

$$a \times b = 90k \quad 2a = 12k$$

$$6k \times 5k = 90k \quad a = 6k$$

$$30k^2 = 90k \quad b = 5k$$

$$k = 3 \quad a = 6 \times 3 = 18$$

$$b = 5 \times 3 = 15$$

$$a^2 + b^2 = ?$$

$$18^2 + 15^2 = 549$$

**2 Method**

$$6k + 5k : 6k - 5k : 30k$$

$$a + b : a - b : a \times b \times 3$$

$$11 : 1 : 90$$

$$\begin{array}{r} 3 : 1 \\ \hline 9 : 3 : 1 \\ \hline 13 \end{array} \quad 1 = 1250$$

$$13 = 1250 \times$$

$$-8 = 16250$$

Rs

Total = 13

**Type - 7** सिक्कों पर आधारित प्रश्न

(1) एक बैग में 1 Rs, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के हैं और सिक्कों की संख्या का अनुपात 5 : 7 : 9 है! यदि कुल सिक्कों का कुल मूल्य 430 Rs है तो 50 पैसे के सिक्कों की संख्या ज्ञात करें?

$$1 \text{ Rs} : 50 \text{ पैसे} : 25 \text{ पैसे}$$

$$5x : 7x : 9x$$

$$5x + 3.5x + 2.25x = 430 \text{ Rs}$$

$$10.75x = 430$$

$$x = 40$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 7x$$

$$= 7 \times 40 = 280 \text{ ans.}$$

(2) एक बैग में 1 Rs, 50 पैसे व 25 पैसे के सिक्के हैं व उनकी कीमत का अनुपात 30 : 11 : 7 और कुल सिक्कों की संख्या 480 है! 50 पैसे के सिक्कों की संख्या ज्ञात करो ?

$$1 \text{ Rs} : 50 \text{ पैसे} : 25 \text{ पैसे}$$

$$30x : 11x : 7x$$

$$30x : 22x : 28x \quad 80x$$

$$= 480$$

$$x = 6$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्के} = 132 \quad 22x =$$

$$22 \times 6$$

$$= 132$$

(3) 1Rs, 50पैसे तथा 25पैसे के 378 सिक्कों के मूल्यों का अनुपात 13 : 11 : 7 है! इनमें से 50पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

$$1 \text{ Rs} : 50 \text{ पैसे} : 25 \text{ पैसे}$$

$$13x : 11x : 7x$$

$$13x : 22x : 28x$$

$$63x = 378$$

$$x = 6$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्के} = 22x = 22 \times 6$$

$$= 132 \text{ सिक्के ans.}$$

**Type - 8** आय- व्यय पर आधारित प्रश्न :-

(1) नेहा और रवि की आय का अनुपात 4 : 3 है तथा उनके खर्च का अनुपात 3 : 2 है यदि उनकी प्रत्येक की बचत Rs 2500 है तो आय ज्ञात कीजिए

$$\text{माना नेहा की आय} = 4x$$

$$\text{रवि की आय} = 3x,$$

$$\frac{4x - 2500}{3x - 2500} = \frac{3}{2}$$

$$8x - 5000 = 9x - 7500$$

$$x = 2500$$

$$2r = 14 \text{ cm}$$

$$r = 7 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3} \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 7 \times h$$

$$h = \frac{28}{3} \text{ cm} \text{ जहाँ } h \text{ तार की लम्बाई है!}$$

(7) किसी गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल  $S$  तथा आयतन  $V$  है!  $\frac{S^3}{V^2}$  का मान ज्ञात करें ?

$$\text{पृष्ठ क्षे. (S)} = 4\pi r^2$$

$$\text{आयतन (V)} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{S^3}{V^2} = \frac{64 \pi^3 r^6}{\frac{16}{9} \pi^2 r^6}$$

$$= \frac{64 \times 9}{16} \pi = 36 \pi \text{ unit}$$

## अध्याय - 19

### सांख्यिकी (STATISTICS)

#### प्राथमिक समकों के संग्रहण की रीतियाँ (Method of Collecting Primary Data)

1. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)
2. अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसन्धान (Indirect Oral Investigation)
3. स्थानीय स्रोतों अथवा संवाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति! (Information Through Local Sources और Correspondents)
4. गणकों के माध्यम से सूचना संग्रह! (Information Through Enumeration)
5. प्रश्नावली के माध्यम से सूचना संग्रह! (Information Through Questionnaire)

#### द्वितीयक समकों के संग्रहण के स्रोत (Sources of Collection of Secondary Data)

द्वितीयक समक वे समक हैं जो पहले से ही किसी व्यक्ति, संस्था या सरकार द्वारा संग्रहित किये जाते हैं!

#### द्वितीयक समकों के प्रमुख स्रोत :-

- (1) प्रकाशित सामग्री (Published Material):-
  - (i) सरकारी प्रकाशन!
  - (ii) अन्तर्राष्ट्रीय तथा आयोगों की रिपोर्ट!
  - (iii) व्यापारिक संस्थाओं द्वारा!
  - (iv) शोधकर्ताओं के प्रकाशन!
  - (v) पत्र - पत्रिकाओं में प्रकाशित सामग्री!
- (2) अप्रकाशित सामग्री (Unpublished Material):- कुछ समक ऐसे भी होते हैं जिनका सरकार, संस्थाओं अथवा व्यक्तियों के द्वारा संकलन तो किया जाता है किन्तु उनका प्रकाशन नहीं किया जाता है! यदि ये

समक उपलब्ध हो तो इनका उपयोग द्वितीयक सामग्री के रूप में किया जाता है।

### चरों का अर्थ (Meaning of Variables)

संख्यात्मक वर्गीकरण में चरों का महत्वपूर्ण स्थान है! सांख्यिकीय विधियों में चरों का तात्पर्य किसी भी मापने योग्य मात्रा से है जो निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत कोई भी मूल्य ग्रहण कर सकती है! अर्थात् चर एक ऐसी राशि है जिसका मूल्य अलग - अलग स्थितियों में बदलता रहता है! जो मात्रा तथा आकार में घटते बढ़ते रहते हैं चर कहलाते हैं!

उदाहरण के लिए - आय, मजदूरी, वजन, परिवार का आकार, आयात - निर्यात आदि!

चरों के प्रकार (Kinds of Variables):- चर दो प्रकार के होते हैं - खण्डित चर, सतत चर!

1. खण्डितचर (Discrete Variable):- जो चर एक -दूसरे से निश्चित मात्रा में भिन्न होते हैं, खण्डित चर कहलाते हैं! व्यावहारिक दृष्टि से खण्डित चर पूर्णाकों में ही हो सकते हैं!

इस प्रकार गणना अथवा गिनती करके जो मूल्य प्राप्त किये जाते हैं!

2. सतत चर (Continuous Variable) :- सतत चर वह चर है जिसका निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत कोई भी मूल्य हो सकता है! इस प्रकार जिन चरों को निश्चित मूल्यों में मापना सम्भव न हो तथा दो मूल्यों के मध्य अनगिनत मूल्य हो सकते हो ऐसे चरों को सतत चर कहते हैं! अर्थात् जिन मूल्यों का माप किया जाता है उन्हें सतत चर कहते हैं! जैसे - तापमान, ऊँचाई, आयु, आय, वजन, उत्पादित पुर्जे आदि!

सांख्यिकीय श्रेणियाँ (Statistical Series) :- सांख्यिकीय श्रेणियाँ समकों के वर्गीकरण से प्रत्यक्ष रूप से सम्बन्धित हैं!

संख्यात्मक आधार पर श्रेणियाँ (Series based Quantitative Values)

1. व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)

आवृत्ति बंटन श्रेणी (Frequency Distribution Series) :-

- (i) खण्डित श्रेणी (Discrete Series और Ungrouped Frequency Distribution)
- (ii) सतत श्रेणी (Continuous Series और Grouped Frequency Distribution)

विचर (Variable) :- प्रेक्षण से हम जिस राशि का अलग - अलग मान ग्रहण करते हैं उस राशि को विचर कहा जाता है!

बारम्बारता (Frequency) :- यदि आकड़ों के संकलन में कोई आकड़ा 6 बार आया हो तो उस 6 को उस आकड़े की बारम्बारता कहते हैं!

परिसर /परिसर (Range) :- किसी प्रेक्षण से महतम और न्यूनतम आकड़ों के अन्तर को परिसर कहा जाता है!

वर्ग - अन्तराल या वर्ग (Class interval or Class) :- जब आकड़ें कई वर्गों में बाँटकर व्यक्त किये जाते हैं तो प्रत्येक वर्ग, वर्ग - अन्तराल या सिर्फ वर्ग कहलाता है!

वर्ग अन्तराल बनाने की दो विधियाँ हैं -

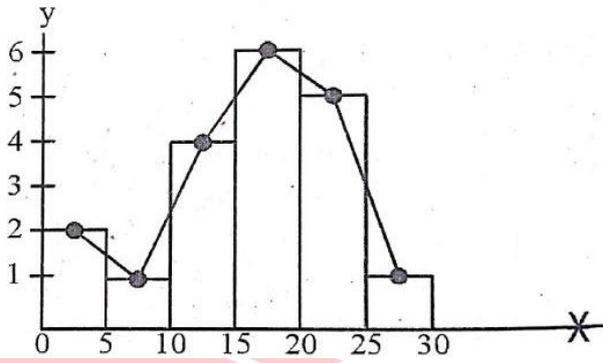
- (i) समावेशिक (Non-overlapping Method)
- (ii) अपवर्जी (Overlapping Method)

समावेशिक विधि में वर्ग अन्तराल 0-9, 10-19, 20-29, 30-39 इत्यादि प्रकार से लिए जाते हैं! यहाँ 10-19 वर्ग-अन्तराल का यह अर्थ हुआ कि उसमें 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 और 19 तक के ही आकड़ें उसी वर्ग - अन्तराल में रहेंगे!

अपवर्जी विधि में वर्ग - अन्तराल 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 इत्यादि प्रकार से लिए जाते हैं! यहाँ 10-20 वर्ग-अन्तराल का यह अर्थ हुआ कि उसमें 10 से 19 तक के ही आकड़ें शामिल किए जायेंगे! 20 की गिनती अगले वर्ग अन्तराल (20-30) में की जायेगी!

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-5	2
5-10	1
10-15	4
15-20	6
20-25	5
25-30	1

हल :- बारम्बारता

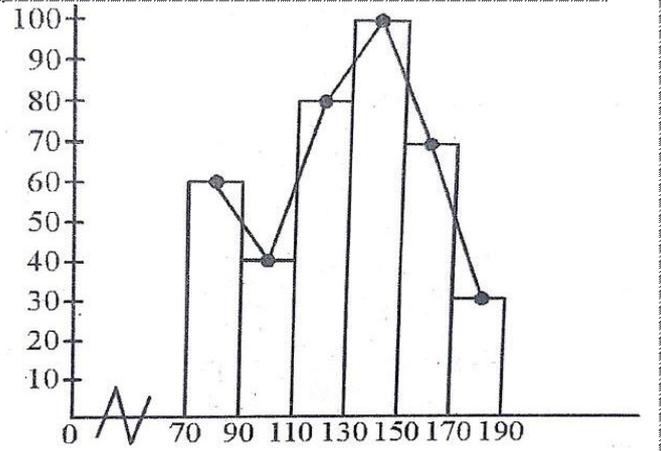


अन्तराल

उदाहरण :2. निम्नलिखित सारणी को बारम्बारता बहुभुज के रूप में प्रदर्शित करें -

मजदूरी (रु.में)	मजदूरों की संख्या
70-90	60
90-110	40
110-130	80
130-150	100
150-170	70
170-190	30

हल :- मजदूरों की संख्या



मजदूरी

(रुपया में)

**वृत्त चार्ट (Pie Chart):-** किसी भी दिए गये आकड़ों को वृत्त चार्ट के रूप में भी प्रदर्शित किया जा सकता है ! इसके लिए कोई भी त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा जाता है ! दिए गये आकड़ों का योगफल प्राप्त किया जाता है ! तत्पश्चात प्रत्येक आकड़े के संगत केन्द्रीय कोण ज्ञात किया जाता है !

! केन्द्रीय कोण निकालने के लिए  $\frac{\text{आकड़े}}{\text{आकड़ों का योग}} \times 360^\circ$  सूत्र का प्रयोग किया जाता है ! केन्द्रीय कोण की रचना उस वृत्त में करके प्रश्नानुसार प्रत्येक खण्ड का नामकरण किया जाता है !

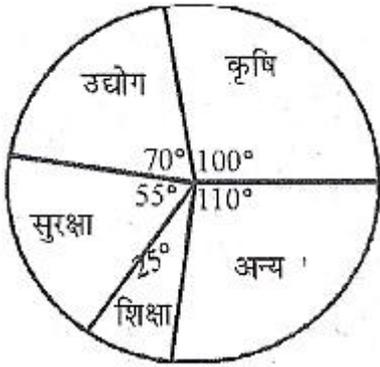
उदाहरण :1. सरकार विभिन्न मदों में निम्नलिखित प्रकार से खर्च करती है ! इसका वृत्त चार्ट बनावें -

मदें	कृषि	उद्योग	सुरक्षा	शिक्षा	अन्य
खर्च	500	350	275	125	550

हल :-

मदें	खर्च	केन्द्रीय कोण (अंशों में)
कृषि	500	$\left(\frac{500}{1800} \times 360^\circ\right) = 100^\circ$
उद्योग	350	$\left(\frac{350}{1800} \times 360^\circ\right) = 70^\circ$

सुरक्षा	275	$\left(\frac{275}{1800} \times 360^\circ\right)$ = 55°
शिक्षा	125	$\left(\frac{125}{1800} \times 360^\circ\right)$ = 25°
अन्य	550	$\left(\frac{350}{1800} \times 360^\circ\right)$ = 110°
कुल	1800	



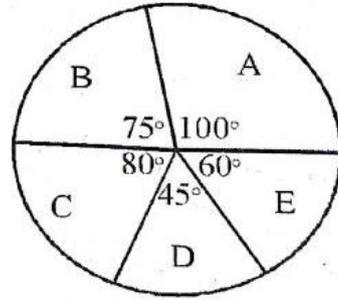
उदाहरण : 2. वर्ष 1999-2000 में पांच वस्तुओं का निर्यात नीचे दिया गया है ! इसे वृत्त चार्ट द्वारा दिखाएँ-

वस्तु	A	B	C	D	E
निर्यात (करोड़ रु.में)	200	150	160	90	120

हल :-

वस्तु	निर्यात	केन्द्रीय कोण (डिग्री में)
A	200	$\left(\frac{200}{720} \times 360^\circ\right)$ = 100°
B	150	$\left(\frac{150}{720} \times 360^\circ\right)$ = 75°

C	160	$\left(\frac{160}{720} \times 360^\circ\right)$ = 80°
D	90	$\left(\frac{90}{720} \times 360^\circ\right)$ = 45°
E	120	$\left(\frac{120}{720} \times 360^\circ\right)$ = 60°
कुल	720	



**तोरण या संचयी बारम्बारता वक्र (OGIVE)-**  
 तोरण या संचयी बारम्बारता वक्र बनाने के लिए सर्वप्रथम संचयी बारम्बारता सांख्यिकी तैयार की जाती है जिसमें वर्ग - अन्तराल अपवर्ती विधि में होता है ! प्रत्येक वर्ग - अन्तराल की उच्च सीमा X - अक्ष पर तथा संचयी बारम्बारता Y- अक्ष पर रखी जाती है ! तदनुसार बिन्दु अंकित किये जाते हैं ! अन्त में बिन्दुओं को मुक्तहस्त से मिला दिया जाता है ! (से कम-बढ़ता हुआ तोरण ! से अधिक घटता हुआ तोरण !)

उदाहरण : 1. निम्नलिखित आकड़ों से तोरण खींचे -

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-20	10
20-40	15
40-60	25
60-80	20

$x = a + h \left( \frac{\sum fu}{\sum f} \right)$  जहाँ  $u = \frac{x-a}{h}$ , ( $a =$  कल्पित माध्य)!

1. किसी स्कूल की कक्षा दस के 30 विद्यार्थियों द्वारा गणित के पेपर में से प्राप्त किये गये अंक नीचे सारणी में दिए गये हैं, इन विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का माध्य ज्ञात कीजिये -
- प्रत्यक्ष विधि द्वारा
  - कल्पित माध्य विधि द्वारा
  - पद विचलन विधि द्वारा

प्राप्तांक	10	25	40	55	70	85
	-	25	-	55	-	-
	25	-40	55	-70	85	100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

हल :- (a) प्रत्यक्ष विधि : माध्य ( $\bar{x}$ ) =  $\frac{\sum fx}{\sum f}$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिन्ह (x)	(fx)
10-25	2	17.5	35.0
25-40	3	32.5	97.5
40-55	7	47.5	332.5
55-70	6	62.5	375.0
70-85	6	77.5	465.0
85-100	6	92.5	555.0
प्राप्तांक	$\sum f$		$\sum fx = 1860$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1860}{30} = 62$$

(b) कल्पित माध्य :  $\bar{x} = a + \frac{\sum fx}{\sum f}$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिन्ह (x)	(a = 47.5), d = x - a	fd
------------	-----------------------------	----------------	--------------------------	----

10-25	2	17.5	-30	-60
25-40	3	32.5	-15	-45
40-55	7	47.5	0	0
55-70	6	62.5	15	90
70-85	6	77.5	30	180
85-100	6	92.5	45	270
योग	$\sum f = 30$			$\sum fd = 435$

$$\bar{x} = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

$$\text{या } \bar{x} = 47.5 + \frac{435}{30} = 47.5 + 14.5 = 62$$

(c) पद विचलन विधि :  $x = a + h \left( \frac{\sum fu}{\sum f} \right)$

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	वर्ग चिन्ह (x)	(a=47.5), d = x - a	$u = \frac{d}{h}$	fu
10-25	2	17.5	-30	-2	-4
25-40	3	32.5	-15	-1	-3
40-55	7	47.5	0	0	0
55-70	6	62.5	15	1	6
70-85	6	77.5	30	2	12
85-100	6	92.5	45	3	18
योग	$\sum f = 30$				$\sum fu = 29$

$$x = a + h \left( \frac{\sum fu}{\sum f} \right)$$

$$\text{या } \bar{x} = 47.5 + 15 \left( \frac{29}{30} \right)$$

				<b>बराबर</b>	
				<b>र</b>	
90-100	8	100 से कम	53	90 से अधिक या उसके बराबर	15 - 7 = 8

**सतत श्रेणी में माध्यिका :** सतत श्रेणी में भी खण्डित श्रेणी की भांति माध्यिका सर्वप्रथम दी गयी ! आवृत्तियाँ ज्ञात की जाती हैं ! तत्पश्चात् माध्यिका वर्ग ज्ञात करने हेतु माध्यिका क्रमांक  $M = \frac{N}{2}$  ज्ञात किया जाता है ! इस प्रकार जो भी पद क्रमांक आता है ! उसे संचयी आवृत्ति में देखते हैं ! जिस संचयी आवृत्ति में प्रथम बार यह क्रमांक पड़ता है, उस संचयी आवृत्ति के सामने वाला वर्ग ही माध्यिका वर्ग होता है !

माध्यिका वर्ग ज्ञात करने के पश्चात् उसका मूल्य ज्ञात करने हेतु सूत्र होगा :

आरोही क्रम में

$$M = l_1 + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h$$

अवरोही क्रम में

$$M = l_2 - \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h$$

**टिप्पणी :** सामान्यतया आरोही क्रम में प्रश्न हल करना सुविधाजनक होता है ! उपयुक्त सूत्रों में प्रयुक्त विभिन्न संकेताक्षर इस प्रकार हैं :

$M = \text{Median (माध्यिका)}$

$l_1 = \text{Lower limit of the median group (माध्यिका वर्ग की निचली सीमा)}$

$l_2 = \text{Upper limit of the median group (माध्यिका वर्ग की ऊपरी सीमा)}$

$h = \text{magnitude class interval of median group (माध्यिका वर्ग का वर्ग विस्तार)}$

$f = \text{frequency of median class (माध्यिका वर्ग की आवृत्ति)}$

$cf = \text{Cumulative frequency of the class preceding to the median class (माध्यिका वर्ग के ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति)}$

4. किसी स्कूल की कक्षा दस की 51 लड़कियों की ऊँचाई यों का एक सर्वेक्षण किया गया और निम्नलिखित आकड़े प्राप्त हुए माध्यिका (Median) ज्ञात कीजिए -

ऊचाई (cm.) में	लड़कियों की संख्या	वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता (cf)
140 से कम	4	140 से कम	4	4
145 से कम	11	140 - 145	7	11
150 से कम	29	145 - 150	18	29
155 से कम	40	150 - 155	11	40
160 से कम	46	155 - 160	6	46
165 से कम	51	160 - 165	5	51
			$n = 51$	

यहाँ  $n = 51$  अतः  $\frac{n}{2} = \frac{51}{2} = 25.5$  है ! अतः प्रक्षेप अन्तराल : (145-150) आता है तब  $l = 145$  ;  $cf = 11$  ;  $f = 18$  ;  $h = 5$

माध्यिका

$$= l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

नोट - प्रिय उम्मीदवारों, यहाँ हमने केवल SAMPLE ही दिया है, पूरा टॉपिक नहीं दिया है / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल कीजिए या लिंक पर क्लिक करें / दोस्तों, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी “राजस्थान 3<sup>rd</sup> Grade Level - 2 (REET मुख्य परीक्षा)” में पूर्ण संभव मदद करेंगे और आप “INFUSION NOTES” के साथ इस परीक्षा में जरूर सफल होंगे, धन्यवाद /

**संपर्क करें - 8233195718, 8504091672, 9694804063, 9887809083,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
REET (लेवल -1, 2)	2021	98 (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)

<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

**& Many More Exams like REET, UPSC, SSC Etc.**

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

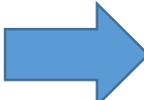
**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

whatsapp-<https://wa.link/hx3rcz2> website-<https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes>

संपर्क करें- 9887809083, 8233195718, 9694804063, 8504091672

<b>ONLINE ORDER के लिए OFFICIAL WEBSITE</b>	Website- <a href="https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes">https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes</a>
<b>PHONE NUMBER</b>	<a href="tel:+918504091672">+918504091672</a> <b>9887809083</b> <a href="tel:+918233195718">+918233195718</a> <a href="tel:+919694804063">9694804063</a>
<b>TELEGRAM CHANNEL</b>	<a href="https://t.me/infusion_notes">https://t.me/infusion_notes</a>
<b>FACEBOOK PAGE</b>	<a href="https://www.facebook.com/infusion.notes">https://www.facebook.com/infusion.notes</a>
<b>WHATSAPP करें</b> 	<a href="https://wa.link/hx3rcz">https://wa.link/hx3rcz</a>

## अध्याय - 21

### गणित की शिक्षण विधियाँ

शिक्षण अध्यापन विधियों का शिक्षा के उद्देश्यों से घनिष्ठ संबंध होता है उपयुक्त शिक्षण विधियाँ बालक के मस्तिष्क के साथ - साथ उनके सम्पूर्ण व्यक्तित्व, बुद्धि, भावना मूल्यों तथा मनोवृत्तियों पर भी असर डालते हैं !

#### शिक्षण विधि एवं प्रविधि

गणित शिक्षण के उद्देश्यों को प्राप्त करने हेतु चुनी गई शिक्षण विधि के अंतर्गत या साथ-साथ कई प्रकार की प्रविधि (Techniques) का प्रयोग किया जाता है जैसे - प्रश्न प्रविधि, व्याख्या प्रविधि स्पष्टीकरण प्रविधि, वर्णन प्रविधि, उदाहरण प्रविधि आदि !

#### शिक्षण विधियों को प्रभावित करने वाले कारक

- (1) शिक्षण उद्देश्यों से संबंधित - उपयोगिता एवं व्यवहारिकता
- (2) विषय वस्तु संबंधी - जैसे - क्रिया आधारित, अनुभव आधारित
- (3) अध्यापक संबंधी - सम्प्रेषण क्षमता, उपलब्ध सुविधाएँ, प्रशिक्षण आदि
- (4) विद्यार्थी संबंधी - छात्रों की मानसिक योग्यता, रुचि, दृष्टिकोण आदि !

#### शिक्षण विधि का चयन इस प्रकार हो कि -

- (1) छात्रों के प्रयत्न स्वयं आधारित हो, आत्मनिर्भरता, आत्मविश्वास वाले हो।
- (2) वांछित मूल्यों, उचित दृष्टिकोण व कार्य करने की आदतों का विकास
- (3) समूह में कार्य का अवसर दें
- (4) ज्ञान उद्देश्यपूर्ण, उपयोगिता आधारित, मूर्त व वास्तविक बनाये

#### गणित शिक्षण की मुख्य विधियाँ

- (1) आगमन - निगमन विधि (Induction & Deduction Method)
- (2) विश्लेषण - संश्लेषण विधि (Analytic & Synthetic Method)
- (3) व्याख्यान विधि (Lecture Method)
- (4) प्रयोजना विधि (Project Method)
- (5) समस्या - समाधान विधि (Problem Solving Method)
- (6) प्रयोगशाला विधि (Laboratory Method)

### (7) अनुसंधान विधि (Heuristic Method)

#### (1) आगमन - निगमन विधि

गणित शिक्षण के अंतर्गत ये दोनों विधियाँ काफी महत्वपूर्ण विधियाँ हैं, ऊपर से एक-दूसरे के विपरीत दिखने वाली ये विधियाँ एक-दूसरे की पूरक भी हैं ! आगमन विधि आधारभूत अवधारणा समझाने व बच्चों में गणितीय प्रत्ययों के प्रति विश्वास जगाने में उपयोगी है वहीं निगमन विधि गणितीय सूत्रों की रचना एवं प्रयोग पर आधारित है तथा समस्याओं को हल करने की एक त्वरित विधि है !

आगमन	निगमन
विशिष्ट से सामान्य की ओर	सामान्य से विशेष की ओर
स्थूल से सूक्ष्म की ओर	सूक्ष्म से स्थूल
उदाहरण से नियम की ओर	नियम से उदाहरण
मनोवैज्ञानिक	अमनोवैज्ञानिक
शिक्षण गति मंद, ज्ञान स्थाई	शिक्षण गति तीव्र, ज्ञान अस्थायी
छात्रों में अनुसंधान की प्रवृत्ति विकास	पूर्व नियमों पर निर्भरता
छोटी कक्षा के बालकों में रोचकता जगाता है	बड़ी कक्षा में उपयोगी
शिक्षक एवं बालक क्रियाशील रहते हैं	शिक्षक छात्रों को सूत्र अथवा नियम बता देता है
बालक की मानसिक शक्तियों	मानसिक शक्तियों का विकास न होकर रटने की आदत पड़ जाती है जिससे स्मरण शक्ति का विकास होता है !
शिक्षक को पूर्व तैयारी करनी होती है	तैयारी की आवश्यकता नहीं

**व्याख्यान विधि के सोपान :** 1. अध्यापक द्वारा योजना बनाकर व्याख्यान तैयार करना 2. छात्रों के समक्ष प्रस्तुत करना 3. छात्रों द्वारा संग्रहन किया जाना !

गुण	दोष
अल्प व्यती - प्रयोग प्रदर्शन सहायक सामग्री नहीं	अमनोवैज्ञानिक विधि, अवैज्ञानिक
बड़े समूह के साथ कार्य	अध्यापक केन्द्रित
बहुत सरल तथा तीव्र गति से चलने वाली	स्मृति कार्य पर बल
तथ्यात्मक ज्ञान व ऐतिहासिक विवेचना हेतु उपयुक्त	प्रयोगात्मक / क्रियात्मक कार्य नहीं होने से निरीक्षण परीक्षण तार्किकता का विकास नहीं
अधिक प्रयास व परिश्रम नहीं	तीव्र गति से समझने में कठिनाई
कम समय प्रदान करने में उपयोगी	शिक्षक अच्छा वक्ता न हो तो विधि कारगर नहीं
नवीन प्रकरण प्रदान करने में उपयोगी	उच्च कक्षा के छात्रों के लिए ही उपयोगी
समय शक्ति अधिक	समय व शक्ति कम
इसमें स्पष्ट उत्तर मिलता है कि रचना का कोई पद या उत्पत्ति का कोई पद क्यों लिया गया है ?	इसमें उत्पत्ति या रचना का प्रत्येक पद सही है यह प्रदर्शित किया जाता है परन्तु सही क्यों है ? स्पष्ट नहीं

**व्याख्यान विधि के प्रयोग में ध्यान रखने योग्य बातें:**

- गणित के प्रकरणों को छोटे - छोटे अंशों में क्रमबद्ध व तार्किक ढंग से प्रस्तुत करना !
- उदाहरणों, सहायक सामग्री - चार्ट, मॉडल, चित्र आदि का प्रयोग करना ।

- गति छात्रों के स्तरानुकूल, भाषा स्पष्ट सरल व समझने योग्य हो ।
- छात्रों के पूर्व ज्ञान को ध्यान में रखना, सारांश बताना, नोट्स बनाने व प्रश्न पूछने का अवसर देना आदि !

**6. प्रायोजना विधि :** इस विधि का मूलाधार जॉन डीवी की विचारधारा है ! डीवी के शिष्य विलियम किलपैट्रिक ने इसको व्यवस्थित रूप प्रदान किया इसलिए ये इस विधि के जन्म दाता कहलाते हैं ! किलपैट्रिक के अनुसार - प्रोजेक्ट वह सहृदय उद्देश्य पूर्ण कार्य है जो पूर्ण संलग्नता से सामाजिक वातावरण में किया जाये ! प्रो. स्टीवेंसन के अनुसार - प्रायोजना एक समस्या प्रधान कार्य है जो अपनी स्वभाविक परिस्थितियों के अंतर्गत पूर्णता प्राप्त करता है !

**प्रायोजना विधि के सोपान -** 1. परिस्थिति उत्पन्न करना 2. प्रायोजना कार्य का चुनाव (उद्देश्यों का निर्धारण) 3. कार्यक्रम बनाना 4. क्रियान्वयन 5. मूल्यांकन 6. कार्य का लेखा - जोखा !

गुण	दोष
मनोवैज्ञानिक सिद्धांतों पर आधारित	समय व व्यय अधिक
सामाजिक गुणों का विकास	प्रत्येक विषय वस्तु पढ़ाना संभव नहीं
स्वतंत्रता पूर्वक सीखने के अवसर	निर्धारित अवधि में पाठ्यक्रम पूर्ण नहीं
वास्तविक व व्यावहारिकता आधारित	विद्यालयों में साधनों का अभाव

**7. समस्या समाधान विधि :** इस विधि के अंतर्गत शैक्षिक दृष्टि से महत्वपूर्ण समस्याओं का चुनाव किया जाता है तथा छात्र व अध्यापक मिलकर वैज्ञानिक तरीके से समस्या का समाधान करने का प्रयास करते हैं ! समस्या समाधान के लिए ऐसी समस्या का चयन करते हैं जिस समस्या का शिक्षात्मक मूल्य हो, जीवन व वातावरण से संबंधित हो तथा उपयोगी, व्यवहारिक, शिक्षार्थी के मानसिक व शारीरिक स्तर के अनुरूप, चुनौतीपूर्ण, पूर्व ज्ञान पर आधारित, पाठ्यक्रम के अनुसार नई

6. समस्या समाधान विधि के सोपान हैं - समस्या की प्रकृति का निर्धारण सूचनाओं का संग्रहण - आंकड़ों का विश्लेषण, निष्कर्ष आदि।

### महत्वपूर्ण युग

1. प्रोफेसर आर्म स्ट्रॉंग- ह्युरिस्टिक विधि
2. ह्युरिस्कों (ग्रीक शब्द)- में खोजता हूँ
3. करिकुलम (लैटिन)- दौड़ का मैदान
4. पंच पदीय सिद्धांत - हरबर्ट - बच्चे का 'सीखना' पर केन्द्रित
5. गणित सार संग्रह - महावीराचार्य
6. त्रिशतिका - श्री धराचार्य
7. लीलावती - भास्कराचार्य - द्वितीय
8. योजना विधि - किल पैट्रिक
9. यूक्लिड - एलिमेन्ट्स
10. न्यूटन - विश्व अंकगणित
11. ब्रह्मगुप्त - ब्रह्मगुप्त सिद्धांत
12. मूल्यांकन त्रिपदी - डा. ब्लूम
13. इकाई योजना - मॉरिसन
14. पाठयोजना का मूल्यांकन उपागम - डॉ. ब्लूम
15. पाठ योजना का भारतीय उपागम - एन.सी. ई. आर. टी.
16. स्कूल मैथमेटिक्स प्रोजेक्ट - प्रो. थॉर्स्टन (इंग्लैंड)
17. खेल विधि - हेनरी कॉल्डवेल कुक
18. ब्लूम टैक्सोनॉमी - प्राप्य उद्देश्यों का वर्गीकरण (शिक्षण उद्देश्यों के ज्ञानात्मक पक्ष का)
19. संश्लेषण - विश्लेषण समन्वय - हरबर्ट पंचपदीय
20. पाठ योजना का आधुनिक स्वरूप - हरबर्ट के उपागम पर आधारित
21. प्रथम भारतीय गणितज्ञ -  $\pi$  का सही मान - आर्यभट्ट प्रथम द्वारा बताया गया।
22. न्यूटन - गुरुत्वाकर्षण सिद्धांत - भास्कराचार्य द्वितीय - धारणीकात्मक शक्ति
23. किंडर गार्टन विधि - फ्रावेल द्वारा विकसित की गई
24. शिक्षण उद्देश्यों के भावात्मक पक्ष का वर्गीकरण किया - क्रेथवाल ने

## गणित शिक्षण के उपागम

उपागम प्रणाली एक ऐसी प्रक्रिया है, जिसका उपयोग करके अधिगम के नीति निर्धारकों द्वारा ध्यानपूर्वक और क्रमबद्ध अध्ययन करने के पश्चात् अधिगम की किसी समस्या को सुलझाने का प्रयत्न किया जाता है। उपागम का उपयोग तब किया जाता है जब कोई शिक्षण की समस्या सामने आती है। उपागम के द्वारा समस्या का योजनाबद्ध ढंग से अध्ययन करके सही समाधान प्राप्त किया जाता है तथा अधिगम प्रक्रिया को सरल एवं सार्थक बनाया जाता है।

### अधिगम केन्द्रित उपागम की आवश्यकता

अधिगम केन्द्रित उपागम में बालक की अधिगम व्यवस्था को उच्च एवं स्थायी बनाने में अधिगम क्रियाकलापों की महत्वपूर्ण भूमिका है। इनकी आवश्यकता एवं महत्त्व को निम्नलिखित रूप में वर्णित किया जा सकता है,

अधिगम क्रियाकलापों का प्रमुख आधार मनोवैज्ञानिक है। इसमें गतिविधियों के आधार से सम्पन्न किया जाने वाला अधिगम अन्य परिस्थितियों में किये गये अधिगम से अधिक प्रभावशाली होता है तथा इसे अधिक समय तक याद रखा जा सकता है।

अधिगम क्रियाकलापों के माध्यम से छात्रों में मानसिक एवं शारीरिक क्रियाशीलता बनी रहती है जिससे छात्र रुचिपूर्ण ढंग से सीखने का प्रयास करता है तथा यह सीखना स्थायी रूप से अधिक समय तक स्मृति में बना रहता है।

### अधिगम क्रियाकलापों के माध्यम से शिक्षा का स्वरूप

बालकेन्द्रित शिक्षण अधिगम प्रक्रिया में परिवर्तित हो जाता है। इससे यह छात्रों की सहभागिता को अधिकतम करने में सहायता करता है।

अधिगम क्रियाकलाप करके सीखने की भावना पर आधारित होते हैं। इसलिये छात्रों द्वारा विभिन्न प्रकार कार्यो को उचित रूप में सम्पन्न करने पर उन्हें आत्मगौरव की अनुभूति होती है।

अधिगम क्रियाकलापों के माध्यम से बालकों की मानसिक आवश्यकताओं की सन्तुष्टि होती है क्योंकि छात्र अपने परिवेश में अनेक प्रकार की क्रियाओं को सीखता है तथा उनका प्रयोग विद्यालयी

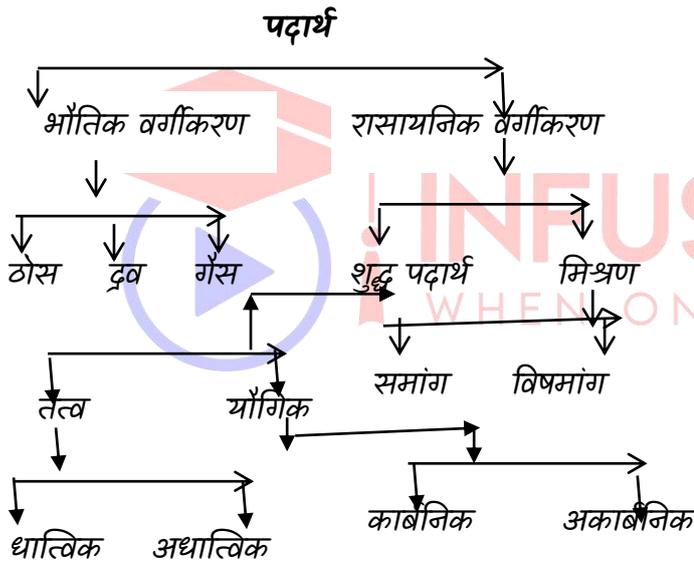
## अध्याय - 2

### तत्व याँगिक और मिश्रण, भौतिक एवं

### रासायनिक परिवर्तन

#### सामान्य परिचय (Introduction)

‘रसायनशास्त्र, विज्ञान की वह शाखा है जिसके अंतर्गत पदार्थों के संघटन, संरचना, गुणों और रासायनिक प्रतिक्रिया के दौरान इनमें हुए परिवर्तनों का अध्ययन किया जाता है। इसका शाब्दिक विन्यास रस + आयन है जिसका शाब्दिक अर्थ रसों (द्रवों) का अध्ययन है। ... संक्षेप में **रसायन विज्ञान** रासायनिक पदार्थों का वैज्ञानिक अध्ययन है पदार्थों की अवस्थाएं एवं वर्गीकरण (State of Matter and Classification)



**पदार्थ** - ऐसी कोई भी वस्तु जो स्थान घेरती है, जिसमें भार होता है तथा जो अपनी संरचना में परिवर्तन का विरोध करती हो, पदार्थ (Matter) कहलाती है। जैसे- लकड़ी, लोहा, हवा, पानी, दूध आदि। पदार्थ को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही इसे नष्ट किया जा सकता है। इसे सिर्फ विभिन्न अवस्थाओं में परिवर्तित किया जा सकता है।

- सामान्यतः पदार्थ को इसके गुणों के आधार पर तीन अवस्थाओं में विभाजित किया जा सकता है- 1- ठोस, 2- द्रव और 3- गैस।
- ठोसों का आयतन तो निश्चित होता है, परन्तु आकार अनिश्चित होता है। जबकि गैसों का न तो कोई आकार होता है और न ही आयतन निश्चित होता है।

गैसों में दो अणुओं के बीच का बल (Intermolecular Force) बहुत ही कम होता है। जबकि ठोस में सबसे ज्यादा।

- गैस का कोई पृष्ठ नहीं होता है- इसका विसरण बहुत अधिक होता है तथा इस आसानी से संपीड़ित (Compress) किया जा सकता है।
- किसी भी पदार्थ के अणु निरन्तर गतिमान, रहते हैं तथा उनमें परस्पर आकर्षण बल होता है। ठोस में गति सबसे कम और परस्पर आकर्षण बल सबसे ज्यादा होता है, जबकि, गैसों में इसका उल्टा होता है।
- ताप एवं दाब में परिवर्तन करके किसी भी पदार्थ की अवस्था को बदला जा सकता है परन्तु इसके अपवाद भी हैं। जैसे लकड़ी, पत्थर इत्यादि। ये केवल ठोस अवस्था में ही रहते हैं।
- जल तीनों भौतिक अवस्था में रह सकता है।

**तत्व (Element)**- वह शुद्ध पदार्थ जो सिर्फ एक ही तरह के परमाणु से मिलकर बना होता है और जिसको किसी ज्ञात भौतिक एवं रासायनिक विधि से न तो दो या दो से अधिक पदार्थों में विभाजित किया जा सकता है। और न ही अन्य सरल पदार्थों के योग से बनाया जा सकता है उस तत्व कहते हैं। जैसे- लोहा, आक्सीजन, सोना चाँदी आदि।

**पृथ्वी पर पाये जाने वाले प्रमुख तत्व एवं उनका प्रतिशत**

तत्व	भूपटल से प्रतिशत भाग
ऑक्सीजन	49-9 %
सिलिकन	26-0 %
एल्युमीनियम	7 %
लोहा	4-1 %
कैल्सियम	3-2 %
सोडियम	2-3 %
पोटेशियम	2-3 %
मैग्नीशियम	2-1 %
अन्य	28%

**याँगिक (Compound)**- वह शुद्ध पदार्थ जो दो से अधिक तत्व के निश्चित अनुपात में परस्पर क्रिया के संयोग से बनते हैं व जो साधारण विधि से पुनः तत्वों में विभाजित किये जा सकते हैं। याँगिक के गुण इसके संगठक तत्वों के गुणों से बिल्कुल भिन्न होते

है। जैसे- पानी, नमक, एल्कोहल, क्लोरोफार्म आदि। यागिकों में उपस्थिति तत्वों का अनुपात सदैव एक समान रहता है, चाहे वह यैगिक किसी भी स्रोत से क्यों न प्राप्त किया हो जैसे- जल में हाइड्रोजन व आक्सीजन 2 : 1 के अनुपात में पाये जाते हैं। यह अनुपात सदैव स्थिर रहता है, चाहे जल किसी भी स्रोत से क्यों न प्राप्त किया गया हो।

**मिश्रण (Mixture)**- वह अशुद्ध पदार्थ जो दो या दो से अधिक शुद्ध पदार्थों को किसी भी अनुपात में मिला देने से बनता है मिश्रण कहलाता है। मिश्रण में उपस्थित विभिन्न घटकों के गुण बदलत नहीं हैं। दूध, बालू- चीनी का जलीय विलयन, मिट्टी आदि मिश्रणों के उदाहरण हैं। मिश्रण दो प्रकार के होते हैं-

- समांग मिश्रण (Homogeneous Mixture)**- मिश्रण जिसके सभी भागों में उसके अवयवों का अनुपात एक-सा रहता है समांग मिश्रण कहलाता है। हवा में गैसों का मिश्रण, पानी में नमक व चीनी का मिश्रण आदि समांग मिश्रण के उदाहरण हैं।
- विषमांग मिश्रण (Heterogeneous Mixture)**- मिश्रण जिसके सभी भागों में उसके अवयवों का अनुपात एक सा नहीं रहता है, विषमांग मिश्रण कहलाता है, जैसे बादल, बासुद आदि।

**उर्ध्वपातन (Sublimation)**- सामान्यतः ठोसों को गर्म करने पर वे पहले द्रव अवस्था में परिवर्तित होते हैं उसके पश्चात गैस अवस्था में। लेकिन कुछ ठोस पदार्थ ऐसे होते हैं जिन्हें गर्म किये जाने पर द्रव अवस्था में आने की बजाय सीधे वाष्प में बदल जाते हैं और वाष्प को ठंडा किये जाने पर पुनः ठोस अवस्था में आ जाते हैं जैसे- कपूर- आयोडीन आदि।

### कुछ प्रमुख पदार्थ एवं उनके घनत्व

पदार्थ	संकेत	घनत्व (ग्राम / सेमी)
सोना	Au	19-3
चाँदी	Mg	1-70
कैल्शियम	Ca	1-60
जल	H <sub>2</sub> O	1-00

सोडियम	Na	0-97
पोटैशियम	K	0-86
हाइड्रोजन	H	0-0899

### पदार्थ के भौतिक गुण

**द्रव्यमान (Mass)**- किसी पिंड में विद्यमान पदार्थ की मात्रा उस वस्तु का द्रव्यमान कहलाती है।

**आयतन (Volume)**- किसी पदार्थ द्वारा घेरा गया स्थान उसका आयतन कहलाता है।

**भार (Weight)**- किसी वस्तु के द्रव्यमान एवं पृथ्वी द्वारा उस पर लगाये गये गुरुत्व बल के गुणनफल का वस्तु का भार कहते हैं।

**घनत्व (Density)**- किसी पदार्थ के प्रति इकाई का आयतन घनत्व कहलाता है। यदि किसी पदार्थ का द्रव्यमान M तथा आयतन V हो तो घनत्व का सूत्र  $d = \frac{m}{V}$  होगा। घनत्व का SI मात्रक किलोग्राम प्रति घन मीटर kg/m<sup>3</sup> होता है।

- विशिष्ट घनत्व (Specific Gravity)**- किसी पदार्थ के घनत्व एवं 4°C पर पानी के घनत्व का अनुपात विशिष्ट घनत्व कहलाता है।

$$\text{विशिष्ट घनत्व} = \frac{\text{पदार्थ का घनत्व}}{4^\circ\text{C पर पानी का घनत्व}}$$

- विशिष्ट घनत्व का कोई मात्रक नहीं होता है- क्योंकि यह एक अनुपात राशि है।
- क्वथनांक किसी द्रव का वह निश्चित ताप है, जिस पर उसका वाष्प दाब वायुमण्डलीय दाब के बराबर हो।

### • भौतिक एवं रासायनिक परिवर्तन

- कुछ पदार्थों में ऐसा होता है कि परिवर्तन की वजह हटाने पर पुनः प्रारम्भिक पदार्थ मिल जाता है ऐसे परिवर्तन को भौतिक परिवर्तन कहा जाता है। जबकि दूसरी तरफ कुछ परिवर्तन ऐसे होते हैं जिनके अंदर पदार्थों के संघटन ही बदल जाते हैं और नये पदार्थ बन जाते हैं, ऐसे परिवर्तन को रासायनिक परिवर्तन कहा जाता है।

### भौतिक परिवर्तन

• जिस परिवर्तन के बाद किसी पदार्थ के भौतिक गुणों में परिवर्तन होता है उसे भौतिक परिवर्तन कहते हैं। भौतिक परिवर्तन के बाद किसी नये पदार्थ का निर्माण नहीं होता है। भौतिक परिवर्तन अक्सर उत्क्रमणीय होते हैं, यानि पदार्थ को भौतिक क्रिया द्वारा मूल रूप में लाया जा सकता है। जैसे कि जल (H<sub>2</sub>O) द्रव अवस्था में होता है गर्म करने पर गैसीय अवस्था वाष्प (H<sub>2</sub>O) बनाता है तथा ठंडा करने पर ठोस अवस्था बर्फ (H<sub>2</sub>O) बनाता है। लोहे का चुम्बक बनना, नौसादर (NH<sub>4</sub>Cl) का उर्ध्वपातन, शक्कर का पानी में विलय होना आदि इसके उदाहरण हैं।

- उदाहरण: जब आप कागज को मोड़कर उससे हवाई जहाज बनाते हैं तो कागज के आकार में परिवर्तन होता है। इसमें किसी नये पदार्थ का निर्माण नहीं होता है। इसलिए यह भौतिक परिवर्तन है।
- भौतिक परिवर्तन के कुछ उदाहरण-

### 1. मोम का पिघलना-

- मोम को यदि ऊष्मा दी जाए या गर्म किया जाए तो वह पिघलने लगता है तथा उसे कुछ समय के लिए यदि ठण्डा किया जाए तो वह जम जाता है, जिससे मोम में कोई रासायनिक या स्थाई परिवर्तन नहीं होता है।

### 2. बर्फ का जमना या पिघलना-

- यदि बर्फ को पिघलाया जाए तो पानी में बदल जाता है तथा पानी को जमाने पर बर्फ में परिवर्तन हो जाता है। इसमें पानी के रासायनिक गुणों पर कोई असर नहीं पड़ता है।

### 3. पेपर को मोड़ना

- पेपर को यदि मोड़ा जाए तो उससे कोई नया उत्पाद नहीं बनता है तथा उसे वापस उसी स्थिति में लाया जा सकता है। अतः यह भौतिक परिवर्तन है।

### 4. वाष्पीकरण तथा संघनन-

- पानी को यदि गर्म किया जाए तो वह एक निश्चित तापमान पर भाप में परिवर्तित हो जाता है। इस भाप को यदि संघनित किया जाए तो वह पुनः पानी में परिवर्तित हो जाता है।

### 5. रबर को खींचना-

- यदि रबर को खींचा जाए तो उसमें परिवर्तन होता है तथा इस खींचे जाने वाले बल को हटा दिया जाए तो रबर अपनी पूर्व अवस्था में आ जाता है।

### 6. लोहे का चुम्बकीय होना-

- एक लोहे के टुकड़े पर यदि चुम्बक को रगड़ा जाए तो वह कुछ समय के लिए, अस्थाई तौर पर चुम्बक में परिवर्तित हो जाता है, तथा कुछ समय पश्चात् यह चुम्बक के गुण से मुक्त हो जाता है। इससे लोहे के टुकड़े पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

### रासायनिक परिवर्तन

- जिस परिवर्तन के बाद किसी पदार्थ के रासायनिक गुणों में परिवर्तन होता है और नये पदार्थ का निर्माण होता है उसे रासायनिक परिवर्तन कहते हैं। रासायनिक परिवर्तन को रासायनिक अभिक्रिया या रासायनिक प्रतिक्रिया भी कहते हैं।
- रासायनिक परिवर्तन के साथ होने वाली घटनाएँ:
- ऊष्मा, प्रकाश या अन्य प्रकार के विकिरण का निकलना या अवशोषित होना।
- ध्वनि का उत्पन्न होना।
- गंध में परिवर्तन या गंध का निकलना।
- रंग में परिवर्तन
- किसी गैस का निकलना।

### रासायनिक परिवर्तन के लक्षण

- इसमें परिवर्तन के पश्चात् नया उत्पाद का निर्माण होता है।
- यह परिवर्तन स्थाई होते हैं। अतः कारक हटाने पर पदार्थ पूर्व अवस्था में आ जाता है।
- परिवर्तन के पश्चात् पदार्थ के गुण बदल जाते हैं, जो मूल पदार्थ से गुणों में अलग होते हैं।
- इसमें परिवर्तन के पश्चात् ऊष्मा, प्रकाश आदि मुक्त होते हैं।
- रासायनिक परिवर्तन के उदाहरण
- रासायनिक परिवर्तन के उदाहरण निम्नलिखित हैं-

### 1. दूध से दही का बनना-

दूध में थोड़ा दही को मिलाकर रखने पर वह कुछ समय के पश्चात् दही में परिवर्तित हो जाता है। दही के गुण दूध से अलग होते हैं तथा दही को पुनः दूध में नहीं बदला जा सकता है।

### 2. पदार्थों का दहन या जलना-

- किसी पदार्थ के जलने में पदार्थ या ईंधन, ताप तथा ऑक्सीजन की आवश्यकता होती है। जिसमें ऊष्मा तथा प्रकाश दोनों उत्पन्न होते हैं। यह रासायनिक अभिक्रिया होती है। अतः पदार्थ का जलना एक रासायनिक परिवर्तन का उदाहरण होता है।

### अम्ल के प्रयोग :-

- हमारे आमाशय में उपस्थित हाइड्रोक्लोरिक अम्ल भोजन के पाचन में मदद करता है।
- विटामिन C या एस्कॉर्बिक अम्ल शरीर के लिए आवश्यक पोषक तत्व प्रदान करता है।
- कार्बोनिक अम्ल का उपयोग कानिटेड पेय पदार्थ और उर्वरक बनाने में किया जाता है।
- एक परिरक्षक सिरका, एसिटिक एसिड का तनु रूप है।
- सल्फ्यूरिक अम्ल का उपयोग उर्वरकों, पेंट, सिंथेटिक फाइबर इत्यादि के निर्माण में किया जाता है।
- नाइट्रिक अम्ल का उपयोग एक्वा रेजिया को तैयार करने में किया जाता है, जिसका उपयोग सोने और चांदी जैसी कीमती धातुओं के शुद्धीकरण में किया जाता है।
- बोरिक अम्ल का उपयोग आंखों को धोने के लिए किया जाता है।
- फॉस्फोरिक अम्ल का उपयोग उर्वरक और डिटर्जेंट बनाने में किया जाता है।
- किसी अम्ल की क्षारकता को अम्ल के एक अणु में मौजूद आयनीकृत होने वाले हाइड्रोजन (H+) आयनों की संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है।

अम्ल	फॉर्मूला	क्षारकता
हाइड्रोक्लोरिक	HCL	1-मोनोबेसिक

अम्ल	फॉर्मूला	क्षारकता
नाइट्रिक अम्ल	HNO <sub>3</sub>	1-मोनोबेसिक
कार्बोनिक अम्ल	H <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	2-डाइबेसिक
सल्फ्यूरिक अम्ल	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	2-डाइबेसिक
फोस्फोरस अम्ल	H <sub>3</sub> PO <sub>3</sub>	2-डाइबेसिक
फोस्फोरिक अम्ल	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	2-डाइबेसिक

अम्ल युक्त कार्बोक्जिलिक अम्ल के लिए. हम हाइड्रोजन परमाणुओं की संख्या की गणना नहीं करते हैं, बल्कि कार्बोक्जिल समूह (अर्थात्) COOH की संख्या देखते हैं।

**रोज़मर्री की जिंदगी में उपयोग होने वाले अम्ल :-**  
अम्ल दो अलग-अलग स्रोतों से प्राप्त होते हैं। वे

कार्बोनिक या खनिज अम्ल हो सकते हैं। सभी अम्लों में कुछ समान विशेषतायें होती हैं।

अम्ल के स्रोत	अम्ल का नाम
विनेगर	एसिटिक अम्ल
खट्टे फल	सिट्रिक अम्ल
अंगूर, इमली, करोंदे	टार्टरिक अम्ल
खट्टा दूध	लैक्टिक अम्ल
सेब	मैलिक अम्ल
दही	ब्यूट्रिक अम्ल
चाय, टमाटर	ऑक्जलिक अम्ल
लाल चींटियों का डंक और मधुमक्खियां	फोर्मिक अम्ल
प्रोटीन	अमीनो अम्ल
अमरुद , संतरे	एस्कॉर्बिक अम्ल

**नोट:-** पानी में अम्ल या क्षार को घोलने की प्रक्रिया अति ऊष्मक्षेपी प्रक्रियाओं में से एक है। अम्ल को पानी में हमेशा धीरे-धीरे उसे लगातार हिलाते हुए डालना चाहिए।

### 2. क्षार और एलकली :-

- क्षार एक ऐसा पदार्थ है, जिसे पानी में घोलने पर OH-आयन प्राप्त होते हैं। क्षार सामान्यतः धातु हाइड्रॉक्साइड (MOH) होते हैं।
- ब्रॉन्सटेड-लोवरी सिद्धांत के अनुसार, क्षार एक प्रोटोन स्वीकर्ता है।
- क्षार कड़वे स्वाद के साथ साबुन पदार्थ हैं।
- किसी क्षार की प्रबलता उसे पानी में घोलने पर प्राप्त हाइड्रॉक्सेल आयनों की सांद्रता पर निर्भर करती है।
- जल में घुलनशील क्षार एलकली कहलाते हैं। सभी एलकली क्षार होते हैं लेकिन सभी क्षार एलकली नहीं होते हैं।

#### मजबूत क्षार :-

##### उदाहरण:-

- सोडियम हाइड्रॉक्साइड: NaOH (कास्टिक सोडा), पोटेशियम हाइड्रॉक्साइड: KOH (caustic potash), कैल्शियम हाइड्रॉक्साइड: Ca(OH)<sub>2</sub>

### कमजोर क्षार:-

#### उदाहरण:-

- मैग्नीशियम हाइड्रॉक्साइड:  $Mg(OH)_2$ , अमोनियम हाइड्रॉक्साइड:  $NH_4OH$ .

### 3. लवण

**पोटाश फिटकिरी:-** (पोटेशियम एल्युमिनियम सल्फेट  $KAl(SO_4)_2$ )

- इसका उपयोग कपड़े को डाई करने वाले उद्योगों में डाई करने के लिए किया जाता है।
- इसका उपयोग दांतों को साफ करने में किया जाता है।

#### उद्योगों में लवण का उपयोग:-

- सोडियम क्लोराइड का उपयोग क्लोरीन, कार्बिक सोडा, वॉशिंग सोडा और बेकिंग सोडा बनाने में किया जाता है।
- अमोनियम लवणों का उपयोग उर्वरकों के रूप में किया जाता है।
- पोटेशियम नाइट्रेट का उपयोग बंदूक पाउडर बनाने और अग्नि कार्यों में किया जाता है।
- सिल्वर नाइट्रेट का उपयोग फोटोग्राफी में किया जाता है।
- पोटेशियम क्लोरेट का उपयोग मैच उद्योग में किया जाता है।
- एल्युमिनियम सल्फेट का उपयोग फिटकरी बनाने में किया जाता है।

**4. पीएच पैमाना:-** लॉरेंट्स सॉरेनसेन ने पीएच मान में  $p$  से आशय है जर्मन में पोटेंज (potenz), अर्थात् शक्ति

- वह पैमाना, जो अम्ल या क्षार की प्रबलता को मापता है, पीएच पैमाना कहलाता है। यह मान 0 और 14 के बीच में होता है।
- हाइड्रोनियम आयन की अधिक सान्द्रता, कम पीएच मान को दर्शाती है।
- किसी उदासीन विलयन का पीएच 7 होता है। पीएच पैमाने पर 7 से कम मान एक अम्लीय विलयन को दर्शाता है। चूंकि पीएच मान 7 से 14 तक बढ़ता है, यह विलयन में  $OH^-$ -आयन सांद्रता में वृद्धि दर्शाता है, अर्थात्, एलकली की प्रबलता में वृद्धि।
- अधिकांश खाद्य फसलें 7-7.8 के पीएच पर सबसे अधिक पनपती हैं। यदि मिट्टी बहुत अम्लीय होती है तो पीएच को चूना (या बुझा हुआ चूना) मिलाकर बढ़ाया जा सकता है, जो मिट्टी में अधिक अम्ल को निष्क्रिय कर देता है। इसी प्रकार, यदि मिट्टी बहुत क्षारीय होती है तो इसके पीएच को जिप्सम या कुछ

अन्य पदार्थ मिलाकर कम किया जा सकता है, जो मिट्टी में मौजूद अतिरिक्त क्षार को निष्क्रिय कर सकते हैं।

- हमारे पेट का मीडियम अत्यधिक अम्लीय है और उसका पीएच लगभग 1.2 है। हमारे पेट में हाइड्रोक्लोरिक अम्ल स्रावित होता है, जो भोजन के पाचन में मदद करता है। मैग्नीशियम हाइड्रॉक्साइड (मैग्नीशिया ऑफ़ मिल्क), एक मंद क्षार, एक एंटीसिड है जो अतिरिक्त अम्ल को निष्क्रिय करता है।
- जब मुंह का पीएच 5.5 से कम होता है, तो दन्त क्षय शुरू हो जाता है।
- अम्ल वर्षा - जब वर्षा जल का पीएच मान 5.6 से कम होता है, तो इसे अम्ल वर्षा कहते हैं।
- जठर रस - 1.2
- नीबू का रस- 2.2
- शुद्ध जल-7.4
- मिल्क ऑफ़ मैग्नीशिया - 10
- सोडियम हाइड्रॉक्साइड विलयन- 14
- नोट - शुक्र का वायुमंडल सल्फ्यूरिक अम्ल के मोटाई वाले सफेद और पीले बादलों से बना है।

### • pH स्केल

- **pH (potential of Hydrogen)**
- पीएच या pH, किसी विलयन की अम्लता या क्षारकता का एक माप है। इसे द्रवीभूत हाइड्रोजन आयनों ( $H^+$ ) की गतिविधि के सह-लघुगणक (कॉलॉगरिदम) के रूप में परिभाषित किया जाता है। हाइड्रोजन आयन के गतिविधि गुणांक को प्रयोगात्मक रूप से नहीं मापा जा सकता है, इसलिए वे सैद्धांतिक गणना पर आधारित होते हैं। pH स्केल, कोई सुनिश्चित स्केल नहीं है; इसका संबंध मानक विलयन के एक सेट (समुच्चय) के साथ होता है जिसके pH का आकलन अंतर्राष्ट्रीय संविदा के द्वारा किया जाता है।
- pH की अवधारणा को सबसे पहले 1909 में कार्ल्सबर्ग लैबोरेट्री के डेनिश रसायनशास्त्री, सॉरेन पेडर लॉरेंटज़ सॉरेनसेन ने प्रस्तुत किया था। यह अभी भी अज्ञात है कि  $p$  की सटीक परिभाषा क्या है। कुछ संदर्भों से पता चलता है कि  $p$ , "पावर" ("Power") का प्रतीक है और अन्य इसे जर्मन शब्द "पोटेंज़" ("Potenz") (जर्मन में जिसका अर्थ, पावर या शक्ति होता है) के रूप में संदर्भित करते हैं और अभी भी अन्य इसे "पोटेंशियल" ("potential" या विभव) के रूप में संदर्भित करते हैं। जेस नॉर्बी ने 2000 में एक पत्र प्रकाशित किया

## अध्याय - 15

### विद्युत एवं विद्युत परिपथ, ओम का नियम, प्रतिरोधो का संयोजन, विद्युत धारा के तापीय, रासायनिक एवं चुम्बकीय प्रभाव

किसी चालक में विद्युत आवेशों की उपस्थिति एवं प्रवाह विद्युत कहलाती है।

पदार्थों को परस्पर रगड़ने से उस पर जो आवेश की मात्रा संचित रहती है, उसे स्थिर-विद्युत कहते हैं। स्थिर-विद्युत में आवेश स्थिर रहता है।

बेंजामिन फ्रैंकलिन ने दो प्रकार के आवेशों को धनात्मक आवेश व ऋणात्मक आवेश नाम दिया है।

#### आवेश(Charge)-

प्रत्येक वस्तु परमाणुओं से बनी होती है। इन परमाणुओं में इलेक्ट्रॉन और प्रोटोन होते हैं। इलेक्ट्रॉन ऋण आवेशित तथा प्रोटोन धनावेशित होते हैं।

इस प्रकार हम जानते हैं कि विद्युत आवेश दो प्रकार के होते हैं- धनात्मक एवं ऋणात्मक। सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं जबकि विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

दो आवेशों के बीच लगने वाले आकर्षण या प्रतिकर्षण बल का मान 'कूलॉम के नियम' से प्राप्त किया जाता है।

$$\text{जैसे- } F = K \frac{qQ}{r^2} \quad (K = \text{नियतांक})$$

$$q \leftarrow r \rightarrow Q$$

$F$  = आकर्षण बल,  $q$  और  $Q$  आवेश,  $r$  दोनों आवेशों के बीच की दूरी

विद्युत आवेश का S.I. मात्रक कूलॉम है, जो लगभग  $6 \times 10^{18}$  इलेक्ट्रॉनों के आवेशों के योग के बराबर है।

आवेश का पृष्ठ घनत्व- चालक के इकाई क्षेत्रफल पर स्थित आवेश की मात्रा को उस आवेश का पृष्ठ घनत्व कहते हैं।

- चालक का पृष्ठ घनत्व चालक के आकार एवं चालक के समीप स्थित अन्य चालक या विद्युत रोधी पदार्थों पर निर्भर करता है।

पृष्ठ घनत्व सबसे अधिक चालक के नुकीले भाग पर होता है। क्योंकि नुकीले भाग क्षेत्रफल सबसे कम होता है।

चालक(Conductor)- जिन पदार्थों से होकर विद्युत आवेश सरलता से प्रवाहित होता है, उन्हें चालक कहते हैं। जैसे- चाँदी, तांबा, एल्युमिनियम आदि।

चाँदी सबसे अच्छा चालक है।

अचालक(Nonconductors)- जिन पदार्थों से होकर आवेश का प्रवाह नहीं होता है, उन्हें अचालक कहते हैं। जैसे- लकड़ी, रबर, कागज आदि।

कूलॉम का नियम(Coulomb's law)- दो स्थिर विद्युत आवेशों के बीच लगने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती एवं उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है तथा यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।

#### विद्युत क्षेत्र(Electric Field)-

किसी विद्युत आवेश के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें कोई अन्य आवेश आकर्षण या प्रतिकर्षण बल का अनुभव करता है, विद्युत क्षेत्र (Electric Field) अथवा विद्युत बल क्षेत्र (Field of Electric Force) कहलाता है।

#### विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field)-

विद्युत क्षेत्र में किसी बिंदु पर रखे परीक्षण आवेश (Test Charge) पर लगने वाले बल तथा परीक्षण आवेश के मान के अनुपात को उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ( $E$ ) कहते हैं।

$$\vec{E} = \frac{F}{q_0}$$

जहाँ,  $\vec{E}$  परीक्षण आवेश पर लगने वाला बल है और  $q_0$  परीक्षण आवेश का मान है, इसका मात्रक न्यूटन कूलॉम है तथा यह सदिश राशि है।

अर्थात् विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिंदु पर स्थित इकाई धनावेश पर कार्य करने वाले बल को उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं।

#### विद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole)-

विद्युत द्विध्रुव वह निकाय (System) है जिसमें दो बराबर, किंतु विपरीत प्रकृति के बिंदु आवेश एक-दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित होते हैं, जैसे - पानी ( $H_2O$ ), अमोनिया ( $NH_3$ ), मीथेन ( $CH_4$ ) इत्यादि

के अणुओं (Molecule) को विद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole) कहते हैं।

### विद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण (Electric Dipole Moment)

किसी एक आवेश तथा दोनों आवेशों के बीच की अल्प दूरी के गुणनफल को विद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण (P) कहते हैं।

विद्युत द्विध्रुव एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा द्विध्रुव के अक्ष के अनुदिश ऋण आवेश से धन आवेश की ओर होती है।

### विद्युत धारा (Electric Current)

विद्युत धारा एक प्रकार से विद्युत आवेश का प्रवाह है। ठोस चालकों में इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के कारण तथा तरलों में आयनों के साथ इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के कारण विद्युत धारा बनती है।

$$\text{धारा}(i) = \frac{\text{आवेश}(q)}{\text{समय}(t)}$$

- विद्युत धारा का S.I. मात्रक ऐंपियर (A) होता है। 1 ऐंपियर विद्युत धारा प्रति सेकेंड एक कूलॉम आवेश के प्रवाह के बराबर होती है।
- किसी विद्युत धारा प्रभावित करने वाले चालक के सतत् एवं बंद पथ को परिपथ (Circuit) कहते हैं।
- किसी परिपथ में प्रवाहित विद्युत धारा मापने के लिए एमीटर नामक यंत्र का उपयोग करते हैं।
- एमीटर को परिपथ में सदैव श्रेणीक्रम में जोड़ते हैं।

विद्युत धारा के प्रकार (Kind of Electric Current)-

**1. दिष्ट धारा (Direct Current):** यदि किसी परिपथ (Circuit) में प्रभावित धारा की दिशा में कोई परिवर्तन ना हो, अर्थात् धारा एक ही दिशा में गतिमान रहे तो इसे हम दिष्ट धारा (D.C) कहते हैं।

**2. प्रत्यावर्ती धारा (Alternative Current):** यदि किसी परिपथ में धारा की दिशा लगातार बदलती है अर्थात् धारा का प्रवाह एकांतर क्रम में समांतर रूप से आगे और पीछे होता रहता है तो ऐसी धारा को प्रत्यावर्ती धारा (A.C) कहते हैं। घरों में विद्युत की सप्लाई प्रत्यावर्ती धारा के रूप में ही की जाती है।

**Note:** प्रत्यावर्ती धारा (A.C) और दिष्ट धारा (D.C) प्राप्त करने के लिए दिष्टकारी (Rectifier) का प्रयोग किया जाता है और DC से AC धारा प्राप्त

करने हेतु इनवर्टर (Inverter) का प्रयोग किया जाता है। (A.C) जनित्र में सर्पि विलय होते हैं जबकि प्रत्यावर्ती धारा में दिक् परिवर्तक होता है। दिक् परिवर्तक परिपथ में विद्युत धारा के प्रवाह को उत्क्रमित देती है। विद्युत मोटर में विभक्त वलय दिक् परिवर्तक का कार्य करता है।

➤ **विद्युत विभव (Electric Potential) :** किसी धनात्मक आवेश को अनंत से विद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु तक लाने में किए गए कार्य (W) एवं आदेश मान ( $q_0$ ) के अनुपात (ratio) को उस बिंदु का विद्युत विभव कहा जाता है। विद्युत विभव का S.I मात्रक वोल्ट होता है। यह एक अदिश राशि है।

➤ **विभवांतर (Potential Difference) :** एक कूलॉम धनात्मक आवेश को विद्युत क्षेत्र में एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किए गए कार्य को उन बिंदुओं के मध्य विभवांतर कहते हैं इसका मात्रक भी वोल्ट होता है। यह एक अदिश राशि है।

खोखले चालक के भीतरी भाग में विद्युत क्षेत्र एवं विद्युत विभाग

जब किसी को खोखले चालक को आदेश दिया जाता है तो संपूर्ण आवेश उसके बाहरी पृष्ठ पर ही रहता है, भीतरी पृष्ठ पर आवेश नहीं रहता। इसके निम्नलिखित परिणाम देखे जा सकते हैं-

- खोखले चालक के भीतर प्रत्येक बिंदु पर विभव समान होता है।
- क्योंकि संपूर्ण आवेश बाहरी पृष्ठ पर ही रहता है, अतः खोखला गोला विद्युत परिरक्षक का कार्य करता है। यही कारण है कि कार से यात्रा करते समय यदि बिजली गिरने की संभावना हो तो सबसे सुरक्षित स्थान पूर्णतः बंद कार के अंदर का होता है। यदि बिजली कार पर गिरती है तो कोई भी हानि नहीं होगी, क्योंकि विद्युत आवेश कार की बाहरी सतह पर ही रहेगा।

➤ **विद्युत धारिता (Electric Capacity) :**

पदार्थ	ताप बढ़ाने पर प्रतिरोध	ताप बढ़ाने पर चालकता
चालक	बढ़ता है।	घटती है।
अर्द्धचालक	घटता है।	बढ़ती है।
विद्युत अपघट्य	घटता है।	बढ़ती है।

➤ किसी चालक की धारिता (C) चालक को दिए गए आवेश (Q) तथा उसके कारण चालक के वैभव में होने वाले परिवर्तन (V) के अनुपात (ratio) को कहते हैं। विद्युत धारिता को S.I मात्रक फॅराड होता है।

$$\text{विद्युत धारिता (c)} = \frac{\text{आवेश(q)}}{\text{विभव(v)}}$$

इसका S.I मात्रक फॅराडे (F) होता है।

### संधारित्र (Capacitor) -

संधारित्र एक ऐसा समायोजन है, जिसमें किसी चालक के आकार में परिवर्तन किए बिना उस पर आवेश की अधिक मात्रा संचित की जा सकती अर्थात् उसका विद्युत विभव बढ़ाया जा सकता है।

संधारित्रों का उपयोग आवेश का संचय, ऊर्जा का संचय तथा विद्युत उपकरणों में होता है।

### ओम का नियम (Ohm's Law) -

ओम का नियम किसी परिपथ में विभवांतर एवं धारा के बीच संबंध बताता है। इसके अनुसार किसी विद्युत परिपथ में बहने वाली धारा (I) उसमें प्रदत्त विभवांतर (V) के समानुपाती होती और विभवांतर तथा धारा का अनुपात परिपथ में प्रतिरोध के बराबर होता है।

अर्थात्  $V \propto I$

एवं  $\frac{V}{I} = R \Rightarrow V = IR$

हम यह पहले ही जान चुके हैं कि धातु चालकों में प्रतिरोध ताप बढ़ने पर बढ़ता है और घटने पर घटता है।

**प्रतिरोध (Resistance) :** किसी चालक में विद्युत धारा के प्रभावित होने पर चालक के परमाणु तथा अन्य कारकों द्वारा उत्पन्न किए गए व्यवधान को ही चालक का प्रतिरोध कहते हैं। इसका S.I ( $\Omega$ ) मात्रक ओम होता है।

ओम के नियमानुसार  $R = V/I$

यदि किसी चालक के दोनों सिरों के बीच विभवांतर 1 वोल्ट है तो उससे 1 एंपियर विद्युत धारा प्रवाहित हो तो चालक का प्रतिरोध 1 ओम ( $\Omega$ ) होता है।

- ओम के नियम से  $I = V/R$ , अर्थात् प्रवाहित विद्युत धारा प्रतिरोध के व्युत्क्रमानुपाती होती है। यदि प्रतिरोध दोगुना कर दिया जाए तो धारा आधी रह जाती है।

- स्रोत की वोल्टता में बिना परिवर्तन किए परिपथ में विद्युत धारा को नियंत्रित करने के लिए प्रतिरोध में परिवर्तन करने की युक्ति बनाई गई है, जिसे 'धारा नियंत्रक' कहते हैं। घरों में पंखों के तेज-धीमे करने वाले रेगुलेटर इसी युक्ति का रूप है।

### प्रभावित करने वाले कारक (Influencing Factors)

- किसी चालक का प्रतिरोध निर्भर करता है -
- ❖ चालक की लंबाई पर - लंबाई ज्यादा होने पर प्रतिरोध ज्यादा होता है।
- ❖ अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल पर - अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल जितना ज्यादा होगा, प्रतिरोध उतना कम होगा अर्थात् मोटे बेलनाकार चालक कम प्रतिरोध उत्पन्न करेंगे।
- ❖ पदार्थ की प्रकृति पर।
- किसी पदार्थ का प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता दोनों ही ताप पर परिवर्तन के साथ परिवर्तित हो जाते हैं।
- ❖ ताप बढ़ाने पर धातु की प्रतिरोधकता बढ़ जाती है। अतः प्रतिरोध बढ़ जाता है।
- ❖ मिश्र धातुओं की प्रतिरोधकता भी ताप बढ़ाने पर बढ़ती है, परंतु यह वृद्धि अपेक्षाकृत बहुत कम होती है।
- ❖ अर्धचालक, जैसे - सिलिकॉन, जर्मेनियम, सेलेनियम, कार्बन आदि की प्रतिरोधकता ताप बढ़ाने पर घटती है।

1. **सुचालक :** जैसे पदार्थ, जिन की प्रतिरोधकता अत्यंत कम होती है अर्थात् जिनसे होकर विद्युत धारा का प्रवाह सुगमतापूर्वक हो जाता है, उन्हें सुचालक कहते हैं ; जैसे सभी धातुएँ - चांदी, तांबा, एलुमिनियम आदि। चांदी विद्युत का सबसे अच्छा सुचालक है।
2. **अचानक / कुचालक :** वे पदार्थ जिनसे होकर विद्युत धारा का प्रवाह नहीं हो सकता अर्थात् जिनकी प्रतिरोधकता अति उच्च होती है, उन्हें कुचालक कहते हैं, जैसे - लकड़ी, प्लास्टिक इत्यादि।
3. **अर्द्धचालक :** इन पदार्थों की प्रतिरोधकता चालकों और कुचालकों के बीच की होती है। साधारण ताप या निम्न ताप पर इनसे विद्युत चालन नहीं हो पाता है लेकिन उच्च ताप पर इनसे विद्युत धारा का प्रवाह होता है। उदाहरण के लिए सिलिकन, जर्मेनियम इत्यादि।

## अध्याय - 20

### ब्रह्माण्ड एवं सौरमंडल

- ब्रह्माण्ड का अध्ययन खगोलिकी कहलाता है।
- महाविस्फोट सिद्धांत (big-bang theory) ब्रह्माण्ड की उत्पत्ति से संबंधित है।
- ब्रह्माण्ड दिखाई पड़ने वाले समस्त आकाशीय पिंड को ब्रह्माण्ड कहते हैं। ब्रह्माण्ड विस्तारित हो रहा है ब्रह्माण्ड में सर्वाधिक संख्या तारों की है।

#### तारा

- वैसा आकाशीय पिंड जिसके पास अपनी ऊष्मा तथा प्रकाश हो तारा कहलाता है।
  - तारा बनने से पहले विरल गैस का गोला होता है।
  - जब ये विरल गैस केंद्रित होकर पास आ जाते हैं तो घने बादल के समान हो जाते हैं जिन्हें निहारिका कहते हैं।
  - जब इन नेबुला में संलयनविधि द्वारा दहन की क्रिया प्रारंभ हो जाती है तो वह तारों का रूप ले लेता है।
  - तारों में हाइड्रोजन का संलयन हिलियम में होता रहता है। तारों में ईंधन प्लाज्मा अवस्था में होता है।
  - तारों का रंग उसके पृष्ठ ताप पर निर्भर करता है।
  - लाल रंग - निम्न ताप (6 हजार डिग्री सेल्सियस)
  - सफेद रंग - मध्यम ताप
  - नीला रंग - उच्च ताप
- तारों का भविष्य उसके प्रारंभिक द्रव्यमान पर निर्भर करता है।
- जब तारा सूर्य का ईंधन समाप्त होने लगता है तो वह लाल दानव का रूप ले लेता है और लाल दानव का आकार बड़ा होने लगता है।
  - यदि लाल दानवों का द्रव्यमान सूर्य के द्रव्यमान के 1.44 गुना से छोटा होता है तो वह श्वेत वामन बनेगा।

#### सौर मंडल

- सूर्य तथा उसके आसपास के ग्रह, उपग्रह तथा शुद्ध ग्रह, धूमकेतु, उल्कापिंड उनके संयुक्त समूह को सौरमंडल कहते हैं।
- सूर्य सौरमंडल के केंद्र में स्थित है।
- सौरमंडल में जनक तारा के रूप में सूर्य है।
- सौर मंडल के सभी पिंड सूर्य का चक्कर लगाते हैं।

#### सूर्य

- यह हमारा सबसे निकटतम तारा है सूर्य सौरमंडल के बीच में स्थित है। सूर्य की आयु लगभग 15 अरब वर्ष है जिसमें से वह 5 अरब वर्ष जि चुका है।
- सूर्य के अंदर हाइड्रोजन का हिलियम में संलयन होता है और ईंधन प्लाज्मा अवस्था में रहता है।
- आंतरिक संरचना के आधार पर सूर्य को तीन भागों में बांटते हैं।

#### सूर्य की बाहरी परत

- सूर्य के बाहर उसकी तीन परतें हैं।
- 1. प्रकाश मंडल
  - यह सूर्य का दिखाई देने वाला भाग है इसका तापमान 6000 डिग्री सेल्सियस होता है।
- 2. वरुण मंडल
  - यह बाहरी परत के आधार पर मध्य भाग है इसका तापमान 32400 डिग्री सेल्सियस होता है।
- 3. (corona)
  - यह सूर्य का सबसे बाहरी परत होता है जो लपट के समान होता है इसे केवल सूर्य ग्रहण के समय देखा जाता है इसका तापमान 27lac डिग्री सेल्सियस होता है।
  - सूर्य में 75% हाइड्रोजन तथा 24% हिलियम है।
  - शेष तत्व की मात्रा 1% में ही निहित है।
  - सूर्य का द्रव्यमान पृथ्वी से 332000 गुना है।
  - सूर्य का व्यास पृथ्वी से 109 गुना है।
  - सूर्य का गुरुत्वाकर्षण पृथ्वी से 28 गुना है।
  - सूर्य का घनत्व पृथ्वी से 20 गुना है।
  - सूर्य से प्रति सेकंड  $10^{26}$  जूल ऊर्जा निकलती है।
  - सूर्य पश्चिम से पूरब घूर्णन करता है।
  - सूर्य का विषुवत रेखीय भाग 25 दिन में घूर्णन कर लेता है।
  - सूर्य का ध्रुवीय भाग 31 दिन में घूर्णन कर लेता है।

#### ग्रह

- वैसा आकाशीय पिंड जिसके पास ना अपनी ऊष्मा हो और ना ही अपना प्रकाश हो वह ऊष्मा तथा प्रकाश के लिए अपने निकटतम तारे पर आश्रित होता तथा उसी का चक्कर लगाता हो प्रारंभ में ग्रहों कि संख्या 9 थी परंतु वर्तमान में 8 ग्रह हैं ग्रहों को 2 श्रेणियों में बांटते हैं।

#### पार्थिव

- इन्हें आंतरिक ग्रह भी कहते हैं।
- यह पृथ्वी से समानता रखते हैं।

## अध्याय - 21

### विज्ञान की शिक्षण विधियाँ

#### शिक्षण विधियाँ

शिक्षण एक उद्देश्यप्रद प्रक्रिया है जिसका आयोजन पूर्व निर्धारित उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए किया जाता है। शिक्षण के इन उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए अध्यापक के द्वारा कक्षा में विभिन्न शिक्षण विधियों का प्रयोग किया जाता है। आधुनिक शिक्षणशास्त्र का विकास 'जॉन इमॉस कॉमेनियस' के ग्रेट डाइडेक्टिक' से माना जाता है। इमॉस के अनुसार सम्पूर्ण अनुदेशन प्राकृतिक रूप में श्रेणीबद्ध एवं व्यवस्थित किया जाना चाहिए।

- वर्तमान शिक्षण विधियों का जन्म तथा विकास रुसों के प्रयासों से माना जाता है।
- पेस्टालॉजी ने अपने सम्पूर्ण जीवन को शिक्षण पद्धतियों में सुधार करने में लगाया।
- पेस्टालॉजी के अनुयायी फाबेल ने किण्डरगार्टन पद्धति व हरबर्ट ने पंचपदीय प्रणाली को जन्म दिया।

#### विधियों की विशेषताएँ -

- विधियाँ मनोवैज्ञानिक होनी चाहिए।
- शैक्षिक सिद्धांतों से संबंधित होनी चाहिए।
- प्रेरणादायी होनी चाहिए।
- क्रिया आधारित होनी चाहिए।
- मानसिक और शारीरिक दृष्टि से उपयोगी होनी चाहिए।

#### आगमन विधि

शिक्षण की वह विधि जिसमें विशिष्ट उदाहरणों के माध्यम से सामान्यीकरण की ओर शिक्षण किया जाता है विधि में विशिष्ट से सामान्य की ओर तथा स्थूल से सूक्ष्म की ओर मार्ग को अपनाते हैं। विधि के द्वारा शिक्षण करवाते समय नियम, सिद्धांत को पहले छात्रों को प्रत्यक्ष ढंग से नहीं बताया जाता है बल्कि दिये गये उदाहरणों के आधार पर उन्हें मूलभूत नियम को स्वयं खोजना होता है।

जैसे - कई प्रकार के वृक्षों की पत्तियों को देखने के बाद छात्र इस निष्कर्ष पर पहुँच सकते हैं कि प्रायः

पत्तियों का रंग हरा होता है। इस प्रकार आगमन विधि में निम्नलिखित चार अवस्थाएँ होती हैं -

#### विशिष्ट उदाहरण, निरीक्षण, सामान्यीकरण, मूल्यांकन (परीक्षण)

विज्ञान की प्रयोगशाला में प्रयोग करते समय आगमन विधि को काम में लाया जाता है। फ्रांस विद्वान गणितज्ञ ब्लेज पास्कल ने प्रथम बार गणितीय आगमन का विचार दिया था।

नोट - विज्ञान की प्रयोगशाला में प्रयोग करते समय आगमन विधि को काम में लाया जाता है। आधुनिक गणित में आगमन एक महत्वपूर्ण सीखने की प्रक्रिया है। इस विधि में विशिष्ट उदाहरणों द्वारा सामान्य नियम या सिद्धांत को प्रतिपादित किया जाता है। आगमन का आरंभ निरीक्षण से होता है। गणितज्ञ ब्लेज पास्कल ने प्रथम बार गणितीय आगमन का विचार दिया था।

#### विधि के सूत्र -

- उदाहरण से नियम की ओर
- ज्ञात से अज्ञात की ओर
- विशिष्ट से सामान्य की ओर
- स्थूल से सूक्ष्म की ओर
- प्रत्यक्ष से प्रमाण की ओर

#### विधि की विशेषताएँ - बालकों की अर्जित निपुणता का ज्ञान होता है।

- बालक को नियमीकरण, सामान्यीकरण, सूत्र निर्धारण आदि की प्रक्रियाओं का अभ्यास हो जाता है।
- इस विधि से अध्ययन करने पर छात्र थकावट महसूस नहीं करते।
- बालकों को स्वयं कार्य करने के लिए प्रेरित करती हैं।
- विषय संबंधी नवीन नियम तथा नवीन सिद्धांत ज्ञात किये जा सकते हैं।
- छोटी कक्षाओं के लिए यह विधि विशेष उपयोगी है, यह मनोवैज्ञानिक एवं व्यावहारिक विधि है।
- नवीन ज्ञान को सीखने के लिए उत्सुकता में वृद्धि होती है।
- नियमों, सूत्रों और संबंधों को ज्ञात करने के आधारभूत सिद्धांतों से परिचित रहते हैं।

#### विधि के दोष -

3. शिक्षण ज्ञात से अज्ञात की ओर होता है।	शिक्षण अज्ञात से ज्ञात की ओर होता है।
4. विधि में बालक नियम स्वयं खोजता है।	विधि में अध्यापक नियमों व सिद्धांतों को प्रस्तुत करता है।
5. यह मनोवैज्ञानिक विधि है।	यह अमनोवैज्ञानिक विधि है।
6. यह विधि नवीन ज्ञान की ओर प्रोत्साहित करती है।	इस विधि में नवीन ज्ञान को प्राप्त करने के अवसर नहीं मिलते हैं।
7. अर्जित ज्ञान स्थायी होता है।	अर्जित ज्ञान स्थायी नहीं होता है।

### अनुसंधान विधि

अनुसंधान विधि के जन्मदाता प्रो. हेनरी एडवर्ड आर्मस्ट्रांग हैं। ह्युरिस्टिक (Heuristic) शब्द की उत्पत्ति ग्रीक भाषा के ह्युरिस्को (Heurisko) शब्द से हुई, जिसका अर्थ है, मैं खोजता हूँ। विधि में विद्यार्थी अन्वेषक के रूप में कार्य करता है, तथा समस्याओं का समाधान करता है।

### विधि के गुण -

- विधि से वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास होता है।
- खोज की प्रवृत्ति तथा जिज्ञासा विकसित होती है।
- अध्यापक केवल निर्देश देता है।
- बालक का मानसिक विकास होता है।
- बालक क्रियाशील रहता है।

### विधि के दोष -

- अधिक समय में कम ज्ञान प्राप्त होता है।
- छोटी कक्षाओं के लिए उपयोगी विधि नहीं है।
- विधि में शिक्षण कार्य मंद गति से चलता है।
- समस्या के चयन में प्रशिक्षण एवं कौशलों की आवश्यकता होती है।
- यह खर्चीली विधि है।

### विधि के सिद्धांत -

- विधि करके सीखने के नियम पर आधारित है।
- क्रियाशीलता के नियम का अनुसरण विधि में उपयोग होता है।
- मनोवैज्ञानिक दृष्टिकोण पर आधारित है।
- विधि में वैज्ञानिक दृष्टिकोण होता है।

### प्रयोगशाला विधि

इस विधि में स्वयं विद्यार्थी को प्रत्यक्ष अनुभवों द्वारा तथ्यों से परिचित होने का अवसर मिलता है। विधि में छात्र प्रयोगशाला में जाकर स्वयं प्रयोग करते हैं और प्रत्यक्ष अनुभवों द्वारा ज्ञान प्राप्त करते हैं। अध्यापक समय - समय पर छात्रों को निर्देश देकर मार्गदर्शन करता है।

### विधि के सिद्धांत -

- क्रिया आधारित सिद्धांत पर।
- अवलोकन के नियम पर आधारित।
- आगमन विधि का विस्तृत एवं व्यावहारिक रूप है।

### विधि के सूत्र -

- ज्ञात से अज्ञात की ओर
- क्रिया आधारित विधि।
- स्थूल से सूक्ष्म की ओर।

### विधि के गुण -

- विधि से अर्जित ज्ञान स्थायी होता है।
- विज्ञान विषय को अधिक व्यावहारिक विषय के रूप में प्रस्तुत किया जाता है।
- बालकों में तार्किक, चिंतन एवं निरीक्षण शक्तियों का विकास होता है।
- यह मनोवैज्ञानिक तथा वैज्ञानिक विधि है।
- बालकों में रचनात्मक कार्य, समस्या समाधान की योग्यता का विकास होता है।

### विधि के दोष -

- खर्चीली विधि होने के कारण, विद्यालयों में सीमित प्रयोग होता है।
- केवल छोटी कक्षाओं में ही प्रयोग किया जा सकता है।
- विधि में अधिक समय लगता है। इसलिए पाठ्यक्रम पूर्ण करना कठिन होता है।
- कुछ ही प्रकरणों का शिक्षण - अधिगम विधि द्वारा कराया जा सकता है।

नोट - प्रिय उम्मीदवारों, यहाँ हमने केवल SAMPLE ही दिया है, पूरा टॉपिक नहीं दिया है / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल कीजिए या लिंक पर क्लिक करें / दोस्तों, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी “राजस्थान 3<sup>rd</sup> Grade Level - 2 (REET मुख्य परीक्षा)” में पूर्ण संभव मदद करेंगे और आप “INFUSION NOTES” के साथ इस परीक्षा में जरूर सफल होंगे, धन्यवाद /

**संपर्क करें - 8233195718, 8504091672, 9694804063, 9887809083,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
REET (लेवल -1, 2)	2021	98 (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)

<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

**& Many More Exams like REET, UPSC, SSC Etc.**

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

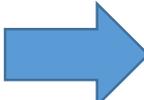
**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

whatsapp-<https://wa.link/hx3rcz2> website-<https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes>

संपर्क करें- 9887809083, 8233195718, 9694804063, 8504091672

<b>ONLINE ORDER के लिए OFFICIAL WEBSITE</b>	Website- <a href="https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes">https://bit.ly/3rd-grade-mains-notes</a>
<b>PHONE NUMBER</b>	<a href="tel:+918504091672">+918504091672</a> <b>9887809083</b> <a href="tel:+918233195718">+918233195718</a> <a href="tel:+919694804063">9694804063</a>
<b>TELEGRAM CHANNEL</b>	<a href="https://t.me/infusion_notes">https://t.me/infusion_notes</a>
<b>FACEBOOK PAGE</b>	<a href="https://www.facebook.com/infusion.notes">https://www.facebook.com/infusion.notes</a>
<b>WHATSAPP करें</b> 	<a href="https://wa.link/hx3rcz">https://wa.link/hx3rcz</a>